

Falk Ebert

Serielle Modellierung ebener Band- und Koppelgetriebe zur
domänenübergreifenden Gesamtsimulation von nichtlinearen Antriebssystemen

**Wissenschaftliche Schriftenreihe der
CHEMNITZER MONTAGE- UND HANDHABUNGSTECHNIK
Band 2**

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Maik Berger (Hrsg.)

Falk Ebert

**Serielle Modellierung
ebener Band- und Koppelgetriebe
zur domänenübergreifenden Gesamtsimulation
von nichtlinearen Antriebssystemen**



**TECHNISCHE UNIVERSITÄT
CHEMNITZ**

**Universitätsverlag Chemnitz
2015**

Impressum

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Angaben sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Diese Arbeit wurde von der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Chemnitz als Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades Dr.-Ing. genehmigt.

Tag der Einreichung: 30.09.2014

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. Maik Berger

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Maik Berger
Prof. Dr.-Ing. habil. Christoph Woernle

Tag der Verteidigung: 27.03.2015

Technische Universität Chemnitz/Universitätsbibliothek
Universitätsverlag Chemnitz
09107 Chemnitz
<http://www.tu-chemnitz.de/ub/univerlag>

Herstellung und Auslieferung

Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG
Am Hawerkamp 31
48155 Münster
<http://www.mv-verlag.de>

ISSN 2364-4400 (Druck) - ISSN 2364-4419 (Online)
ISBN 978-3-944640-58-7

<http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa-171164>

Vorwort

Diese Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Professur Montage- und Handhabungstechnik der Technischen Universität Chemnitz.

Mein aufrichtiger Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Maik Berger, dem Professurinhaber der Montage- und Handhabungstechnik an der TU Chemnitz, und seinen wertvollen fachlichen Ratschlägen sowie inhaltlichen Impulsen zur Gestaltung meiner wissenschaftlichen Arbeit. Seine sehr freundschaftliche, offene und allzeit positive Einstellung ermunterte mich stets aufs Neue in meinem Vorhaben.

Meinem Zweitgutachter Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Christoph Woernle, dem Lehrstuhlinhaber der Technischen Mechanik/Dynamik an der Universität Rostock, danke ich sehr für unsere fachlichen Gespräche zur Mehrkörperdynamik sowie für seine zahlreichen wertvollen Anregungen und sein Wohlwollen, mit denen er meine Dissertationsbetreuung übernahm.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Nendel danke ich für sein Interesse an meiner Arbeit sowie für die Bereitschaft den Vorsitz der Promotionskommission zu übernehmen.

Weiterhin bedanke ich mich bei allen Mitarbeitern, wissenschaftlichen Hilfskräften, Diplomanden sowie der Sekretärin für die freundliche und sehr angenehme Zusammenarbeit während meiner Zeit an der Professur. Hervorheben möchte ich insbesondere die Unterstützung meines Vorhabens durch die Projektarbeit über Seilkräne von Herrn M. Sc. Stefan Heinrich sowie die gesellschaftliche Umrahmung meiner Promotionsfeier durch Herrn Dipl.-Ing. Carsten Teichgräber.

Meinen weiteren Dank möchte ich an die Geschäftsleitung und das Entwicklungsteam der Firma ITI GmbH aus Dresden richten. Insbesondere danke ich Herrn Dr.-Ing. Uwe Schreiber und Herrn Dr.-Ing. Paul Rodionow für die beiderseitig gewinnbringende Zusammenarbeit während der Ausarbeitung neuer Elementbibliotheken für Koppel- und Bandgetriebe. Darüber hinaus gaben sie mir die Gelegenheit, meine wissenschaftlichen Arbeitsergebnisse auf dem jährlich stattfindenden ITI Symposium den Fachkollegen aus Lehre, Forschung und Industrie vorzustellen.

Meinen herzlichen Dank möchte ich meinen Zwickauer Ausbildern Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Stefan Müller und Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Karl-Heinz Neumann aussprechen. Sie bestärkten mich in meinem Wunsch die Promotion aufzunehmen.

Bei allen Worten des Dankes möchte ich mich an dieser Stelle ganz besonders bei meinem langjährigen Freund Herrn Dipl.-Ing. Rico Strauß und seiner Familie für die liebevolle Unterstützung während meiner gesamten Studienzeit bedanken.

Nicht zuletzt gilt mein liebster Dank meinen Eltern, meinem Bruder und meiner Freundin Silke, welche mit mir die Freude und das Leid in den zurückliegenden Jahren teilten und denen ich so manche gemeinsame Stunde versagen musste.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Aufgabenstellung	15
2	Getriebetechnische Grundlagen ebener Getriebe	19
2.1	Glieder und Gelenke	19
2.2	Getriebefreiheitsgrad	21
2.3	Einteilung der Getriebe	24
2.4	Koppelgetriebe	25
2.5	Zugmittelgetriebe	27
2.5.1	Seilgetriebe	27
2.5.2	Bandgetriebe	30
2.6	Übersetzung und Drehschubstrecke	36
3	Stand der Technik	41
3.1	Simulation	41
3.1.1	Simulation mechanischer Getriebe	41
3.1.2	Systemsimulation	45
3.1.3	Modellierungskonzepte physikalischer Systeme	47
3.2	Bewegungsanalyse von Koppelgetrieben nach VDI 2729	49
3.3	Verfahren der Analyse und Maßsynthese von Bandgetrieben	52
3.3.1	Grafisches Verfahren nach Hain	52
3.3.2	Analytisches Verfahren nach Modler und Luck	52
3.3.3	Analytisches Verfahren nach Perju und Lovasz	54
3.4	Riemenmodelle	55
3.5	Statischer Ausgleich von Gewichtskräften	56
3.5.1	Ausgleichsmechanismen mit Ausgleichsmassen	57
3.5.2	Ausgleichsmechanismen mit Federn und Koppelgetrieben	57
3.5.3	Ausgleichsmechanismen mit Feder-Bandgetrieben	61
4	Bibliothekselemente für ebene Koppel- und Bandgetriebe	63
4.1	Seriellles Modellierungskonzept für ebene Getriebe	63
4.2	Bibliothekselemente zur Analyse von Koppelgetrieben	66
4.2.1	Problemstellung und Lösungsansatz	66
4.2.2	Elemente	69

4.2.3	Modellierungskonzept für die Modell- und Animationsansicht	70
4.3	Bibliothekselemente zur Maßsynthese von Bandgetrieben	72
4.3.1	Strukturen mit Schwinge-, Schieber- und Koppelgetriebe- anbindung	72
4.3.2	DB~BD-Struktur (mit Rolle)	73
4.3.3	DB~SD-Struktur	81
4.3.4	Bandkurve	85
4.4	Bibliothekselemente zur Analyse von Bandgetrieben	87
4.4.1	Elastisches Band	87
4.4.2	Elastisches Band mit Abzugsdüse	92
4.4.3	Band mit Zugfeder	96
4.4.4	Bandrolle	101
4.4.5	Bandrolle mit Kurvenkontur	111
5	Bewertung von Bandkurven	123
5.1	Definitionen von Grenzfunktionen	123
5.2	Neue Bewertungsgröße zur effektiven Beurteilung von Bandkurven	126
5.3	Empfehlungen für die Praxis	127
6	Vollständiger Leistungsausgleich mit Feder-Bandgetrieben .	131
6.1	Erläuterung der Problemstellung	131
6.2	Bestimmung der Übertragungsfunktion für Feder-Bandgetriebe...	133
7	Verifikationsbeispiele der Bibliothekselemente	137
7.1	Koppelgetriebe-Analyse - Beispiel 8-gliedriges Koppelgetriebe...	138
7.2	Bandgetriebe-Synthese	142
7.2.1	DB~SD-Struktur zum Schwerkraftausgleich einer Schranktür	142
7.2.2	DB~DS-Struktur mit Schieber im Gestell	149
7.3	Bandgetriebe-Analyse	153
7.3.1	Flaschenzug	153
7.3.2	Zahnriemengetriebe mit Unrundrädern	156
8	Beispiele zur Gesamtsimulation	161
8.1	Kippmastseilkran	161
8.2	Kompressor	165
9	Zusammenfassung und Ausblick	169

Literaturverzeichnis	173
Anlagen.....	185
A Spezielle Transformationen und Funktionen	185
A.1 Koordinaten- und Kraftvektoren-Transformationen	185
A.2 Transformationen zur Beschreibung der Körperschwer- punktlagen	189
A.3 Trägheitskräfte und Änderung der kinetischen Energie	191
A.4 Der Arcustangens mit zwei Argumenten (atan2-Funktion)	192
B Bibliothekselemente zur Analyse ebener Koppelgetriebe	193
B.1 Drehantrieb (DAN).....	193
B.2 Schubantrieb (SAN)	198
B.3 Führung eines Gliedpunktes (FGP).....	205
B.4 Zweischlag mit drei Drehgelenken (DDD).....	210
B.5 Zweischlag mit Schubgelenk als Anschluss (DDS).....	218
B.6 Zweischlag mit Schubgelenk als Kopplung (DSD).....	230
B.7 Zweischlag mit Schubgelenken als Anschluss und Kopplung (SSD)	239
B.8 Zweischlag mit Schubgelenken als Anschluss (SDS).....	251
C Parameter zum Beispiel 8-gliedriges Koppelgetriebe	263

Formelzeichen und Abkürzungen

Abkürzungen

CKS	Connection-Koordinatensystem
DEM	Diskrete Elemente-Methode
Ev	Evolvente
Eu	Evolute (Bandkurve)
FEM	Finite Elemente-Methode
BKS	Bezugskoordinatensystem
GKS	Globales Koordinatensystem
LKS	Link-Koordinatensystem
MKS	Mehrkörpersystem
PKS	Punkt-Koordinatensystem
RKS	Rollen-Koordinatensystem
SKS	Schieber-Koordinatensystem
ÜF	Übertragungsfunktion
UKS	Führungs-Koordinatensystem

Griechische Symbole

α	Winkelbeschleunigung allgemein	rad/s ²
β	Umschlingungswinkel	rad
γ_B	Bandneigungswinkel	rad
γ_z	Zusatzwinkel	rad
ε	Relative Dehnung	%
ϑ	Richtungsparameter - Vorzeichen der Drehrichtung	-
κ	Kontaktpunktwinkel	rad
ρ_k	Krümmung	1/m
σ_b	Biegespannung	N/mm ²
σ_z	Zugspannung	N/mm ²
σ_{zul}	Zulässige Zugspannung	N/mm ²
φ	Winkel allgemein	rad
ψ	Abtriebswinkel allgemein	rad
ω	Winkelgeschwindigkeit allgemein	rad/s

Lateinische Symbole

a	Abstand	m
b_B	Banddämpfungskoeffizient	Ns/m
b_{Bc}	Spezifische Banddämpfung	Ns/m ²
br_B	Breite des Bandes	mm
g	Gravitationsbeschleunigung	m/s ²
h	Drehschubstrecke oder diagonale Drehschubstrecke	mm
h_B	Bandhöhe	mm
i	Übersetzung	-
k	Federkonstante	N/m
k_B	Bandsteifigkeit	N/m
k_{Bc}	Spezifische Bandsteifigkeit	N/m ²
$l_{\Delta x}$	Banddehnungsgeschwindigkeit	m/s
$l_{\Delta x}$	Banddehnung	m
h	Wirksamer Hebelarm	m
l	Länge allgemein	m
l_x	Absolute Bandlänge	m
l_r	Gewickelte Bandlänge	m
l_{Bf}	Freie Bandlänge	m
l_{BF}	Abstand zwischen Punkt P1 und P2	m
m	Masse allgemein	kg
p	Verallgemeinerte Abtriebskoordinate	[]
q	Verallgemeinerte Antriebskoordinate	[]
r	Radius oder Drehschubstrecke	m
r_k	Krümmungsradius	m
t	Simulationszeit	s
v	Offset - senkrechter Abstand zwischen Punkt und Schubgerade	m
w_i	Wickelparameter	-
x	x-Koordinate allgemein	m
y	y-Koordinate allgemein	m
E	E-Modul	N/mm ²
F	Kraft allgemein	N
Fa	Trägheitskraft allgemein	N
F_{dB}	Bandkraftanteil aus der Banddämpfung	N

F_k	Federkraft	N
F_{kB}	Bandkraft infolge Banddehnung	N
F_x	Kraft in x-Richtung	N
F_y	Kraft in y-Richtung	N
GF_1	Grenzfunktion 1	
GF_2	Grenzfunktion 2	
H	Hilfsgröße	
J	Massenträgheitsmoment gegenüber dem Schwerpunkt	kgm ²
K	Lageparameter zur Festlegung der Anfangslösung	-
M	Zeichnungsmaßstab	-
N	Nennerterm Stabilitätskriterium	
T	Drehmoment allgemein	Nm
Ta	Trägheitsmoment allgemein	Nm
Z	Zählerterm Stabilitätskriterium	

Indizes

d	Dämpfung
e	Evolvente
rel	Relativ gegenüber dem Bezugssystem
k	Platzhalter für das k-te Bauteil (Körper)
n	Platzhalter für das n-te Punktkoordinatensystem
u	Evolute (Bandkurve)
x	x-Richtung
y	y-Richtung
C	Connection (Verbindung)
B	Band
K	Kontaktpunkt
P	Punkt
PS	Lotfußpunkt (Schieberfußpunkt auf der Schubgeraden oder Normalenschnittpunkt auf einem Band)
R	Rolle
S	Feder
0	Anfangswert/Startwert

Auswahlparameter

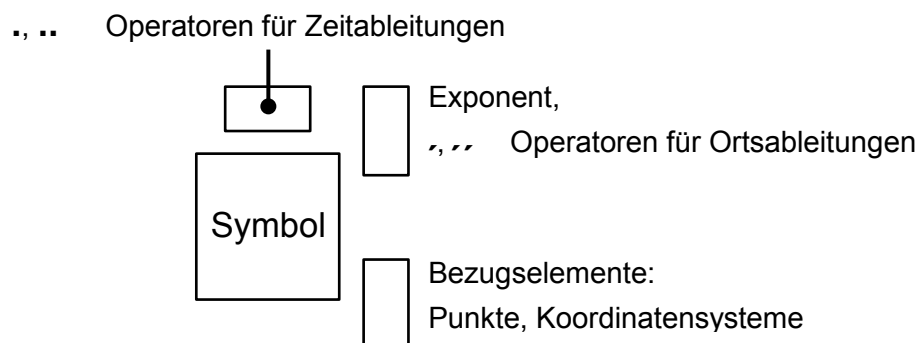
<i>frameRef</i>	Bezugssystem für Punktkoordinatensystem (PCS)
<i>enumHE</i>	Abgeschätzte Anfangslage für Kontaktpunkt
<i>enumWI</i>	Wickel-Richtung; bei positiver Bandrolle um z-Achse

Funktionen

$\text{atan2}(y, x)$	Arkustangens mit zwei Argumenten
$\text{floor}(x)$	Floor-Funktion, Abrundungsfunktion, Gaußklammer
$\text{sign}(x)$	Signum

Schreibweisen

Schema der Indizierung



1 Einleitung und Aufgabenstellung

Der Maschinen- und Fahrzeugbau steht zunehmend im Spannungsfeld des globalen Wettbewerbs. Die Entwicklung von kostengünstigen und innovativen Produkten in möglichst kurzer Zeit ist ein maßgeblicher Faktor für den zukünftigen Erfolg eines Unternehmens. Mit der Bereitstellung von leistungsstarken Berechnungs- und Simulationswerkzeugen wird eine effektive Produktentwicklung bereits im frühen Entstehungsprozess nachhaltig unterstützt. Die Simulationsmodelle zur dynamischen Systembeschreibung verdeutlichen das prinzipielle Verhalten von Produkten und sichern als ständiger Begleiter den weiteren Entwicklungsweg ab.

In Industriezweigen, in denen hochkomplexe Antriebssysteme erforderlich sind, hängt der erfolgreiche Entwicklungsprozess wesentlich davon ab, inwieweit es gelingt, die verschiedenartig strukturierten Teilsysteme in ihrem komplexeren Zusammenspiel zu simulieren und hinsichtlich sicherer Funktion sowie hoher Effizienz zu optimieren. Eine angestrebte leichte und anwenderfreundliche Einbeziehung komplexer technischer Teilsysteme steht dabei oft im Gegensatz zur Forderung, spezielle und für das Gesamtverhalten entscheidende Detaileffekte umfassend und genau abzubilden.

Zur simulativen Verhaltensbeschreibung mechanischer Getriebe mit Koppel-, Räder- oder Kurvengetrieben existieren zahlreiche bekannte und leistungsstarke Programmsysteme wie zum Beispiel die Mehrkörpersystemprogramme Adams [Ada14], SIMPACK [SIMP14] oder RecurDyn [Rec14]. Besteht jedoch der Anspruch, die Dynamik von Bandgetrieben mit linearer und nichtlinearer Charakteristik zusammen mit Koppelgetrieben und weiteren Komponenten der Antriebs- und Steuerungstechnik innerhalb einer Arbeitsumgebung zu simulieren, so sind für dieses Arbeitsspektrum derzeit keine universell und effektiv einsetzbaren Softwarelösungen bekannt.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die ganzheitliche Abbildung des kinematischen und dynamischen Verhaltens von Antriebssystemen für ebene Koppel- und Bandgetriebe in einer auf Modelica [Mod13a] basierenden Programmumgebung. Die darzustellenden Getriebestrukturen sollen modular und mit möglichst wenigen Elementen modellierbar sein sowie vielzählige anwendungsrelevante Strukturkombinationen abdecken. Diese Aufgabe soll durch ein serielles Modellierungskonzept gelöst werden.

Somit kann ein vollständiges Bandgetriebe beispielsweise durch einzelne parametrierbare Elemente wie Rollen- und Bandelemente beschrieben werden. Die erforderlichen Elemente sind mit speziellen Schnittstellen auszustatten, welche eine Modellierung von seriellen, geschlossenen und parallelen kinematischen Strukturen zulassen.

Zur kinematischen Berechnung ebener Koppelgetriebe mit beliebigem strukturellen Aufbau bietet das modulare Modellierungskonzept aus der VDI-Richtlinie 2729 [VDI2729] mit dem Titel „Modulare kinematische Analyse ebener Gelenkgetriebe mit Dreh- und Schubgelenken“ für Elementargruppen erster und zweiter Klasse eine anerkannte und in unterschiedlichen Programmsystemen wie z. B. KAMOS [Bra89], APPROX [Mod99] oder MATHTOOL [Ber05], [Ber06] umgesetzte Lösung. Das modulare Modellierungskonzept zeichnet sich besonders durch eine zeitsparende Modellerstellung aus, da der Anwender auf vorgefertigte Teilstrukturen zurückgreift. Eine reine Übernahme der bestehenden Berechnungsalgorithmen in Modelica führt jedoch bei Verwendung der Gleichungssystemlöser zu nachteiligen Einschränkungen. Die in der VDI-Richtlinie beschriebenen kinematischen Gleichungen werden vom Antrieb bis zum Abtrieb algorithmisch abgearbeitet, wobei deren Lösungen durch den Anwender auf fest vorgegebene Bewegungsbereiche für eine zwangsläufige Koppelgetriebestruktur beschränkt werden. Reale dynamisch formulierte Systeme sind hingegen physikalisch nicht immer an einen kinematisch zwangsläufigen Getriebeaufbau gebunden. Die Bewegungen der massebehafteten Glieder werden im Allgemeinen nicht durch starre Bewegungsvorgaben, sondern durch Kräfte hervorgerufen. Zudem sind nicht zwangsläufige Getriebe z. B. auch in der Lage, singuläre Stellungen zu durchlaufen und damit in unterschiedlichen Bewegungsbereichen zu arbeiten. Es besteht folglich der Wunsch, die Vorteile des modularen Modellierungskonzepts mit den uneingeschränkten Lösungsmöglichkeiten moderner Gleichungslöser zu vereinen und diese für eine Gesamtsimulationsumgebung bereitzustellen.

Das modulare Modellierungskonzept soll erstmals im Bereich der Bandgetriebe Einzug halten. Es besteht die Aufgabe, zukünftig Bandgetriebe mit kreisrunden und konvex gekrümmten Riemenscheiben mit großen Bandlängen sowie festen und losen Rollen automatisiert für einen beliebigen strukturellen Aufbau berechnen zu können. Dabei stehen bewusst lokale strukturmechanische Problemstellung wie z. B. Bauteilspannungszustände oder Druckverteilungen in den Kontaktstellen zwischen Band und Riemenscheibe nicht im Vordergrund. Vielmehr gilt die Aufmerksamkeit den „großen Bewegungen“, da am Markt bisher keine

bekannten Lösungen für die dynamische Berechnung umfangreicher Bandgetriebeanordnungen zu finden sind. In diesem Anwendungsbereich scheitern oftmals Berechnungsversuche mit Mehrkörpersystemen oder mit der Finite-Elemente-Methode durch die prinzipbedingte Modelldiskretisierung am Umfang der generierten Systemgröße. Daher sollen analytische Gleichungssätze zur Analyse und zur Synthese von Bandgetrieben erarbeitet und für ein strukturell neues serielles Modellierungskonzept für ebene Antriebssysteme implementiert werden.

Die Grundlagen der rechnergestützten Synthese und Analyse von Bandgetrieben wurden unter anderem in den Veröffentlichungen von Meyer zur Capellen [Mey56], Luck, Modler [Mod92], Perju, Wadewitz [Wad97] und Lovasz [Lov98] umfassend beschrieben. Teilweise sind diese Lösungsansätze in der Simulation für bestimmte Bandgetriebestrukturen nicht numerisch stabil anwendbar, sodass diese analytisch und programm-bearbeitungsgerecht neu herzuleiten und an die Anforderungen numerischer Lösungsverfahren anzupassen sind.

Im Zusammenhang mit der Bandgetriebesynthese besteht ein weiteres und bisher wenig praktikabel gelöstes Problem. Die mathematischen Lösungen der berechneten Bandkurvenscheibenkontur ergeben nicht für jede beliebige Übertragungsfunktionsvorgabe eine physikalisch funktionsfähige bzw. herstellbare konvexe Kurvengeometrie. Hierfür ist es erforderlich, nicht nur eine angenäherte Übertragungsfunktion durch eine mehrfach ableitbare Ansatzfunktionen zu beschreiben [Pol09], sondern gleichermaßen ein praktikables und aussagefähiges Bewertungskriterium für eine physikalisch existierende Bandkurvenscheibenkontur neu zu definieren.

Ein Einsatz von Bandgetrieben in der Kombination mit einer simplen Zugfeder ist aufgrund des einfach umsetzbaren Leichtbaus und der nichtlinearen Übertragungseigenschaften in besonderer Weise zum Schwerkraftausgleich von Klappen, Türen, Schreibtischlampen oder für koppelgetriebegeführte Arbeitshilfen geeignet. Die Berechnung der sogenannten Feder-Bandgetriebe ist in der Literatur von Hain [Hai55d] nur als zeichnerisches Verfahren für eine spezielle Struktur dargelegt und daher für einen seriellen Modellierungsansatz nicht verwendbar. Es wird folglich eine Vorgehensweise gesucht, welche unabhängig von der vorgegebenen Feder-Bandgetriebestruktur die geforderten Übertragungseigenschaften berechnet.

Durch die Integration von weiteren Schnittstellen zu benachbarten physikalischen Domänen werden Verbindungen zwischen den ebenen Band- und Koppelgetriebeelementen oder beispielsweise den Elementen

der Hydraulik, der Pneumatik oder der Regelungstechnik hergestellt. Anhand praxisnaher Beispiele soll der Funktionsnachweis für separat und ganzheitlich betrachtete Antriebssysteme wie z. B. einer Kranstruktur oder einem Aggregatantrieb erfolgen. Dazu ist eine Beurteilung der Anwendbarkeit für ausgesuchte neue Elemente unter Beachtung von Vereinfachungen wie z. B. der Vernachlässigung der Banddehnung und des Zugmittelschlupfs im Zusammenspiel mit dem Gesamtsimulationssystem erforderlich.

Aus diesen Zielstellungen ergeben sich für diese Arbeit folgende Schwerpunkte:

- Darlegung der einschlägigen getriebetechnischen Grundlagen zum Verständnis dieser Arbeit,
- Erstellung einer vollständigen Getriebesystematik von 4-gliedrigen ebenen Koppel- und Bandgetrieben zur Ermittlung praxisrelevanter Getriebestrukturen, um den Anwendungsumfang der Berechnungsmodule zu definieren und zu beurteilen,
- Entwicklung eines Softwareintegrationskonzepts, insbesondere zur Definition von bidirektionalen Schnittstellen für ebene mechanische Systeme mit Koppel- und Bandgetrieben,
- Herleitung von Gleichungssätzen zur modularen Analyse von Koppel- und Bandgetrieben sowie der Synthese von Bandgetrieben,
- Integration und Test der Algorithmen in der auf Modelica basierenden Softwareumgebung SimulationX der Firma ITI GmbH,
- Erarbeitung einer Verfahrensweise zur Bewertung einer physikalisch existierenden Bandkurvenscheibe,
- Entwicklung der Syntheseschritte für ebene Bandgetriebe zum Ausgleich von Schwerkraftwirkungen an Koppelgetriebe-mechanismen,
- Verifikation der Ergebnisse anhand von Praxisbeispielen wie z. B. Kranstrukturen, Maschinenantrieben mit kreisrunden und unrunder Riemenscheiben,
- Aufzeigen der Einsatzmöglichkeiten für die Gesamtsimulation ebener Koppel- und Bandgetriebe anhand von Beispielen.

2 Getriebetechnische Grundlagen ebener Getriebe

Mechanische Getriebe sind im Maschinen-, Fahrzeug- und Anlagenbau vorzufinden. Sie besitzen Arbeitsorgane, die zur Durchführung technologischer Prozesse bestimmte Bewegungen verrichten. Sie übertragen Leistungen und können zudem zur Wandlung und Verarbeitung von Informationen dienen.

Die Definition eines Getriebes nach Volmer [Vol92] lautet wie folgt: „Ein Getriebe ist eine mechanische Einrichtung zum Übertragen (Wandeln oder Umformen) von Bewegungen und Kräften oder zum Führen von Punkten eines Körpers auf bestimmten Bahnen. Es besteht aus beweglich miteinander verbundenen Teilen (Gliedern), wobei deren gegenseitigen Bewegungsmöglichkeiten durch die Art der Verbindungen (Gelenke) bestimmt sind. Ein Glied ist stets Bezugskörper (Gestell), die Mindestzahl der Glieder und Gelenke beträgt jeweils 3.“

2.1 Glieder und Gelenke

Mechanische Getriebe bestehen aus mehreren, aber mindestens drei Getriebegliedern. Ihre Aufbauelemente sind die Glieder, Gelenke oder Getriebeorgane, welche Sonderfunktionen erfüllen wie z. B. Federn, Dämpfer, Gesperre oder Anschläge [Ker07].

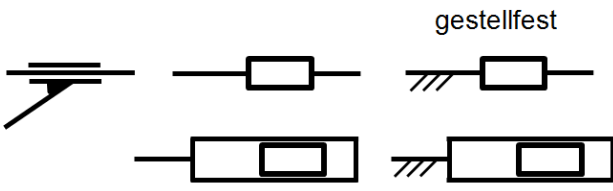
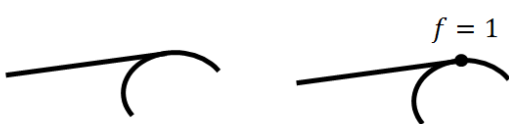
Die Getriebeglieder müssen so beschaffen sein, dass sie eine hinreichende Festigkeit gegenüber den eingeleiteten Kräften und Momenten aufweisen. Sie können vereinfacht als starre Körper angenommen werden. Das gegenüber einem Bezugssystem als fest definierte Glied heißt Gestell. Die beweglichen Glieder eines Übertragungsgetriebes werden mit Antriebsglied, Abtriebsglied und Übertragungsglied bezeichnet. Für Führungsgetriebe gilt die Bezeichnung „Führungsglieder“. Die Koppelglieder verbinden in Übertragungs- und in Führungsgetrieben bewegliche Getriebeglieder miteinander, ohne direkt mit dem Gestell in Verbindung zu stehen.

Ein Gelenk besteht aus zwei Gelenkelementen, welche die Bewegungsfreiheit zwischen zwei Getriebegliedern einschränken. Die Gelenkelemente müssen hierfür zueinander eine konstruktiv passende

Formgebung aufweisen. Die Einteilung der Gelenke erfolgt in [Vol92] nach unterschiedlichen Betrachtungsweisen: Form der Relativbewegung, Bewegungsverhalten an der Berührungsstelle der Gelenkelemente, Anzahl der möglichen relativen Einzelbewegungen (Gelenkfreiheitsgrad f), gegenseitige Lage der Drehachsen am Gelenk, Berührungsart, Art der Gelenkpaarung und statische Bestimmtheit.

In der getriebetechnischen Darstellung (kinematisches Schema) der ebenen Getriebe werden die in Tabelle 2.1, dargestellten Symbole für unterschiedliche Gelenktypen mit Angabe der zugehörigen Gelenkfreiheitsgrade f verwendet.

Tabelle 2.1: Symbole und Gelenkfreiheitsgrad von ebenen Gelenken

Gelenktyp	Symbol	Gelenk-freiheitsgrad f
Drehgelenk		1
Schubgelenk		1
Kurvengelenk		2 oder 1 (Wälzgelenk)
Bandgelenk		2 oder 1 (Wälzgelenk)

Sowohl ein Kurvengelenk als auch ein Bandgelenk kann je nach konstruktiver Formgebung der Gelenkpaarung formschlüssig oder kraftschlüssig wirken und demzufolge unterschiedliche Freiheitsgrade aufweisen: Gleiten (100 % Schlupf; $f = 2$), Wälzen (0 % Schlupf; $f = 1$)

oder in gemischter Form als Gleitwälzen ($f = 2$). Zur Schaffung einer besseren Übersichtlichkeit werden in dieser Arbeit die folgenden Kurzbezeichnungen für Gelenktypen verwendet:

- Drehgelenk (D),
- Schubgelenk (S),
- Bandgelenk (B),
- Kurvgelenk (K).

Die Kurzbezeichnungen werden entsprechend der Anzahl der Gelenke für eine vielgliedrige Kette mit vier Großbuchstaben bezeichnet. Eine Schubkurbel entspricht beispielsweise dem Typ DDDS. Zur Kennzeichnung einer Bandgetriebestruktur wird zusätzlich zu den Großbuchstaben ein Tildenzeichen „~“ eingeführt. Es zeigt auf, zwischen welchen Gelenken das flexible Zugmittel eingebaut ist. Ein Bandgetriebe mit einer drehbar im Gestell gelagerten Bandkurvenscheibe und einer Schwinge im Gestell erhält demnach die Kennzeichnung DB~DD.

2.2 Getriebefreiheitsgrad

Die Bewegungsmöglichkeiten eines Getriebes werden über die durch Gelenke gekoppelten Glieder mit dem Getriebefreiheitsgrad F beschrieben.

Der Getriebefreiheitsgrad kennzeichnet die Anzahl der unabhängig voneinander möglichen Bewegungen eines Getriebes [Vol92]. Werden die verbleibenden Bewegungsfreiheiten durch eine gleiche Anzahl von Antrieben gebunden, so entsteht ein zwangsläufiges Getriebe. Die Getriebefreiheitsgradermittlung erfolgt mit der einfachen Abzählgleichung

$$F = b(n - 1) - \sum_{i=1}^g (b - f_i) - \sum_j (f_{id})_j + \sum_j s_j \quad (2.1)$$

n	Anzahl der Getriebeglieder (mit Gestell)
b	Bewegungsgrad (räumlich $b=6$, eben $b=3$)
g	Anzahl der Gelenke
i	i -tes Teilgelenk
f	Gelenkfreiheitsgrad
f_{id}	identische Freiheit
s	passive Bindung

in allgemein gültiger Weise.

Der Term $b(n - 1)$ bezeichnet die Summe der möglichen Bewegungsfreiheiten der am Getriebeaufbau beteiligten Glieder mit Ausnahme des Gestells. Das Formelzeichen n kennzeichnet die Anzahl der Getriebeglieder, wobei das Gestell die Gliedbezeichnung 1 erhält. Der Bewegungsgrad b beschreibt die Anzahl der uneingeschränkten Bewegungsfreiheiten eines jeden einzelnen Gliedes. Für räumliche Getriebe ist der Bewegungsgrad $b = 6$, für ebene und sphärische Getriebe ist $b = 3$. Der zweite Term charakterisiert die Einschränkungen der Gliedbewegungen durch ideal spielfreie Gelenke, und die übrigen Terme kennzeichnen die sogenannten identischen Freiheiten und passiven Bindungen. Eine identische Freiheit liegt dann vor, wenn ein Getriebeglied eine Bewegungsfreiheit aufweist, welche die Übertragungseigenschaften des Getriebes nicht beeinflusst. Beispielhaft dafür ist eine um die Längsachse drehbar gelagerte Spurstange einer Kraftfahrzeuglenkung. Eine axiale Verdrehung der Spurstange in den Kugelgelenken ist zwar möglich, beeinflusst aber die Bewegungsübertragung vom Lenkrad auf die Räder nicht. Eine passive Bindung liegt hingegen vor, wenn eine Gelenkverbindung im Getriebe einen redundanten bzw. überbestimmten Freiheitsgrad besitzt, zum Beispiel paarweise eingebaute Drehgelenke an einer Haustür. Ausschließlich nach der kinematischen Funktion betrachtet, würde nach dem Entfernen eines Drehgelenks weiterhin die gleiche Rotationsbewegung der Tür beschrieben. Strukturmechanisch betrachtet wird das zweite Gelenk benötigt, um Biegemomente quer zur Rotationsachse als Kräftepaar über beide Drehgelenke abzustützen.

Im Bild 2.1 sind drei Getriebe mit momentan gleichen Übertragungseigenschaften dargestellt. Das Getriebe a) ist ein 6-gliedriges Koppelgetriebe mit ausschließlicher Verwendung von 7 Drehgelenken. Der Getriebefreiheitsgrad ergibt sich zu: $F = 3(6 - 1) - 7(3 - 1) = 1$. Für das Bandgetriebe b) wurden die Koppeln gegen ein Band ersetzt und über eine fest im Gestell befindliche kreisförmige Kurvenkontur gleitfähig geführt. Der Getriebefreiheitsgrad wird ermittelt, indem zunächst das Band in zwei Abschnitte (3 und 4) aufgeteilt wird. Die Anzahl der Getriebeglieder beträgt somit 5. Als Gelenke sind 4 Drehgelenke und 2 Bandgelenke in den Kontaktpunkten K1 und K2 mit dem Gelenkfreiheitsgrad 2 (Drehen und Schieben) vorhanden. Durch den Umschlingungsabschnitt auf der Kurvenkontur sind die Bewegungsfreiheitsgrade der Bandgelenke hinsichtlich der Verschiebung entlang der Bandkurvenkontur gekoppelt. Die Kopplung bewirkt eine weitere Einschränkung der Gelenkfreiheit zwischen

K1 und K2. Der Getriebefreiheitsgrad ergibt sich wie folgt: $F = 3(5 - 1) - [4(3 - 1) + 2(3 - 2) + 1] = 1$.

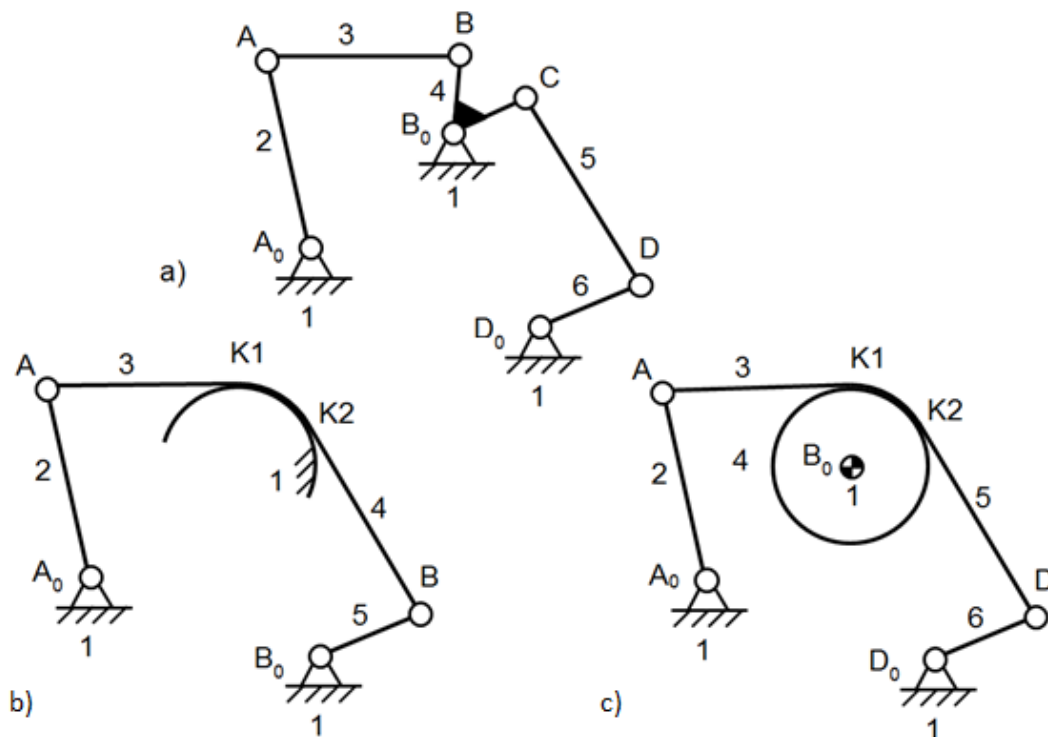


Bild 2.1: Getriebefreiheitsgrad-Bestimmung an Koppel- und Bandgetrieben

Für den Getriebeaufbau c) wurde die gleitfähige Kurvenkontur durch eine im Gestell drehbar gelagerte Kreisrolle ersetzt. Das Getriebe besteht somit aus 6 Gliedern, 5 Drehgelenken und 2 gekoppelten Bandgelenken in den Kontaktpunkten K1 und K2. Der Getriebefreiheitsgrad ergibt sich zu $F = 3(6 - 1) - [5(3 - 1) + 2(3 - 2) + 1] = 2$. Der hinzugefügte Freiheitsgrad ist durch die Verdrehungsmöglichkeit der Rolle um B₀ bei schlupfendem Zugmittel zu erklären. Es handelt sich hierbei um eine identische Freiheit, welche die Lagezuordnung zwischen der Schwinge 2 und der Schwinge 6 nicht beeinflusst. Weicht jedoch die in Bild 2.1 a) und b) dargestellte Kontur von einer Kreiskontur ab, so ist das Übertragungsverhalten der beiden Getriebe verschieden. In diesem Fall liegt keine identische Freiheit vor.

2.3 Einteilung der Getriebe

Mechanische Getriebe werden grundlegend nach der Funktion in Übertragungs- und Führungsgetriebe, der Art der Übertragungsfunktion (ÜF) oder den charakteristischen Bestandteilen in unterschiedliche Kategorien eingeteilt. Zur Vereinfachung werden in diesem Abschnitt ausschließlich zwangsläufige Getriebe mit einem Freiheitsgrad betrachtet. Die verallgemeinerte Eingangskoordinate (Antriebskoordinate) wird mit p und die verallgemeinerte Ausgangskoordinate (Abtriebskoordinate) wird mit q bezeichnet. Sie stehen stellvertretend für eine translatorische wie auch eine rotatorische Bewegungsbeschreibung.

Übertragungsgetriebe:

Die Bewegungsübertragung erfolgt durch eine definierte Übertragungsfunktion. Ihre verallgemeinerte Form lautet: $q = q(p)$. Sie wird auch als ÜF 0. Ordnung bezeichnet.

Erfolgt eine Verkettung der Antriebsstellung in Abhängigkeit von der Zeit, ergibt dies die Abtriebsfunktion

$$q(t) = q[p(t)]. \quad (2.2)$$

Die Abtriebsgeschwindigkeit wird durch eine einmalige Differenzierung nach der Zeit ermittelt. Sie wird nach der Gleichung

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{dp}{dt} = q' \dot{p} \quad (2.3)$$

aus der zeitunabhängigen ÜF 1. Ordnung q' multipliziert mit der Antriebsgeschwindigkeit $\dot{p}$ berechnet. Die Ableitung der Abtriebskoordinate dq nach der Antriebskoordinate dp entspricht dem Verlauf der Übersetzung i aufgetragen über der Antriebsstellung q .

Die Abtriebsbeschleunigung $\ddot{q}$ wird durch eine zweimalige Differenzierung nach der Zeit durch

$$\ddot{q} = \frac{d^2q}{dt^2} = q'' \dot{p}^2 + q' \ddot{p} \quad (2.4)$$

berechnet. Diese besteht aus einem Term, der vom Quadrat der Antriebsgeschwindigkeit abhängig ist, und einem zweiten Term, der von der Antriebsbeschleunigung bestimmt wird.

Führungsgetriebe:

Führungsgetriebe dienen zur Positionierung von Punkten auf vorgegebenen Bahnen oder zur Führung einer bewegten Ebene durch vorgegebene Lagen. Dabei kann die Bewegungseinleitung an beliebiger Stelle erfolgen.

Übertragungsfunktion (ÜF):

- lineare ÜF (gleichmäßig übersetzende Getriebe, z. B. Rädergetriebe),
- nichtlineare ÜF (ungleichmäßig übersetzende Getriebe, z. B. Koppelgetriebe).

Lage der Drehachsen:

Die Lage der Drehachsen bestimmt den Bewegungsgrad des Getriebes.

- eben
- räumlich
- sphärisch

Ebene Getriebe können auch Getriebeglieder enthalten, welche sich ausschließlich parallel zu einer Ebene bewegen.

Charakteristische Bestandteile bzw. Bauelemente:

- Rädergetriebe
- Schraubengetriebe
- Koppelgetriebe
- Kurvengetriebe
- Zugmittelgetriebe
- Druckmittelgetriebe
- kombinierte Getriebe (hybride Getriebe), z. B. Räder-Koppelgetriebe

2.4 Koppelgetriebe

Ebene Koppelgetriebe bestehen allgemein aus starren Gliedern, welche mit Dreh- und Schubgelenken (Gelenkfreiheitsgrad $f = 1$) miteinander verbundenen sind.

Koppelgetriebe werden aus einer geschlossenen kinematischen Kette abgeleitet, indem ein Glied zum Gestell definiert wird. Damit entsteht aus einer kinematischen Kette ein vollständiges Getriebe. Für die 4-gliedrigen Ketten (Viergelenkkette, Schubkurbelkette, Kreuzschleifenkette und Schubschleifenkette) ergeben sich durch den Bezugsgliedwechsel

(Gestelldefinition) die im Bild 2.2 dargestellten neun ebenen Getriebe mit Dreh- und Schubgelenken.

	Viergelenkkette	Schubkurbelkette	Kreuzschleifenkette	Schubschleifenkette
Grundkette				
Gestellglied a	DDDD(a) 	DDDS(a) SDDD(a) 	SDDS(a) 	DSDS(a) SDSD(a)
Gestellglied b		DDSD(b) DSDD(b) 	SSDD(b) DDSS(b) 	SDSD(b) DSDS(b)
Gestellglied c		DDSD(b) DSDD(b) 	DSDD(b) 	

Bild 2.2: Systematik der zwangläufigen ebenen Viergelenkgetriebe aus der 4-gliedrigen kinematischen Kette mit Dreh- und Schubgelenken nach [Lov98]

Offensichtliche Doppelungen der Getriebestrukturen, welche aus der Viergelenkkette und der Schubschleifenkette hervorgehen, wurden im Schaubild nicht dargestellt.

Für die 4-gliedrigen kinematischen Ketten mit Dreh- und Schubgelenken sind somit insgesamt neun unterschiedliche Getriebe mit den folgenden Bezeichnungen vorhanden:

- DDDD(a) Viergelenkgetriebe
- DDDS(a) bzw. SDDD(a) Schubkurbel oder Schubschwinge
- DDSD(b) bzw. DSDD(b), schwingende oder umlaufende Kurbelschleife (DDSD(c) ist kinematisch äquivalent mit DDSD(b) und DSDD(c) ist kinematisch äquivalent mit DSDD(b))

- SDDS(a) Doppelschieber
- SSDD(b) bzw. DDSS(b) Kreuzschubkurbel
- DSSD(c) Doppelschleife
- DSDS(a) bzw. SDSD(a), DSDS(b) bzw. SDSD(b) Schubschleife

Alle aufgezeigten Grundgetriebe sind praxisrelevant und müssen mit einer zukünftigen Koppelgetriebebibliothek in der Programmiersprache Modelica modellierbar sein.

2.5 Zugmittelgetriebe

Zugmittelgetriebe bestehen aus einem zugsteifen und zugleich aus einem biegeschlaffen Zugmittel (z. B. Seile, Riemen, Ketten, Bänder). Sie werden im Bild 2.3 in Getriebe mit Kraftschlusspaarung und Getriebe mit Formschlusspaarung eingeteilt. Dabei ist eine weitere Untergliederung in offene oder in geschlossene (endlose) Zugmittelgetriebe mit vorwiegendem Einsatz zur Übertragung von umlaufenden Antriebsbewegungen bekannt.

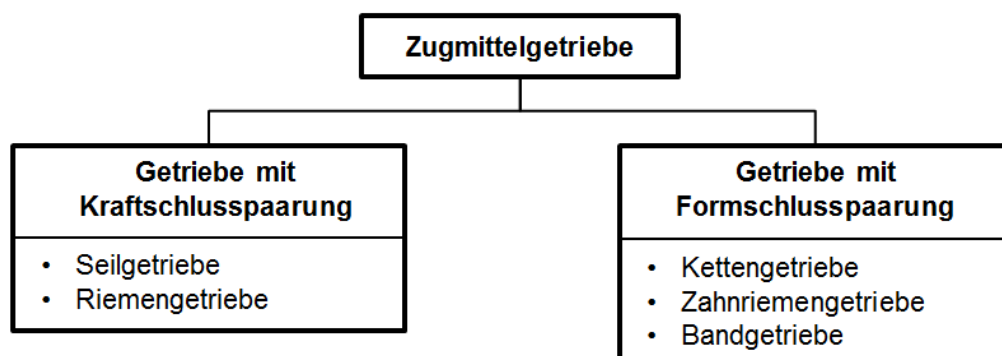


Bild 2.3: Einteilung der Zugmittelgetriebe

2.5.1 Seilgetriebe

Seilgetriebe sind in technischen Anwendungen weit verbreitet. Sie können Bewegungen über weite Distanzen übertragen und unterstützen durch ihre geringe Masse ideal mobile Leichtbauanwendungen. Die Einsatzgebiete umfassen beispielsweise einfache Flaschenzüge mit Anwendungen im Kranbau, Schiffbau, Feuerwehr- und Bühnen-, Landwirtschafts- und Forstwirtschaftstechnik wie auch Sportgeräte, Seilbahnen und Abspannungen von Oberleitungen im Schienenverkehr.

Im Gegensatz zu den Riemen- und Zahnriemengetrieben steht bei Seilgetrieben nicht die Drehmomentübertragung über die Rollen im

Vordergrund, sondern vielmehr werden die Querkräfte nach dem Waagebalkenprinzip über den gesamten umschlungenen Rollenabschnitt vom Seil auf die Rollennachse übertragen. Seilgetriebe sind vorwiegend als offene Strukturen im Einsatz. Das heißt, ein Seilende wird entweder auf eine Seiltrommel aufgewickelt oder es ist direkt an einem Getriebeglied befestigt.

Die Seilrollen dienen zum Umlenken der Seilbewegungen und zur Übertragung von Kräften auf die Lagerungen. Sogenannte „lose Rollen“, welche nicht direkt im Gestell oder indirekt über starre Getriebeglieder gelagert sind, verteilen die an der Drehachse radial eingeleitete Lagerkraft gleichmäßig auf beide Seilabschnitte. Dieses Grundprinzip der Kräftehalbierung findet für Flaschenzüge jeglicher Art Anwendung. In diesem Zusammenhang ist auch die im Jahre 1594 von Galileo Galilei formulierte „Goldene Regel der Mechanik“ zu nennen: „Was man an Kraft spart, muss man an Weg zusetzen“ [Dud13].

Grundlegend besteht der Aufbau eines Flaschenzugs aus festen und/oder losen Rollen und einem Seil. Geschichtlich ist die Anwendung von Flaschenzügen bis auf das Jahr 750 v. Chr. nachweislich zurückzuverfolgen. Archimedes verwendete Flaschenzüge in zusammengesetzter Ausführung [Edw27]. Und in der Veröffentlichung des Prager Universitätsprofessors Ritter [Rit33] finden sich umfangreiche Abhandlungen zu den Einsatzgebieten, dem konstruktiven Aufbau, der Berechnung sowie auch experimentelle Nachweise aus der Zeit der Industrialisierung um 1833.

Die Flaschenzüge werden nach Art ihres Aufbaus in Faktorenflaschenzug, Potenzialflaschenzug und Differenzialflaschenzug unterschieden. Der Faktorenflaschenzug (vgl. Bild 2.4, S. 29) besteht aus einer oder mehreren losen und festen Rollen, welche abwechselnd von einem Seil umschlungen werden. Das vom Bediener abgewandte Ende ist je nach verwendeter Rollenanzahl an einer Lagergehäuselasche der Rollen befestigt. Die zum Heben der Last aufgebrachte Seilkraft wird entsprechend der Anzahl der tragenden Seilabschnitte gleichmäßig aufgeteilt. Der zurückgelegte Seilweg ergibt sich aus dem Hubweg multipliziert mit der Anzahl der tragenden Seilabschnitte. Bei Verwendung von mehr als drei Rollen werden die Rollen in Blöcken oder Violinen zusammengefasst. Aufgrund seiner platzsparenden Bauweise durch die Verwendung von einem einzelnen Seil mit vergleichsweise kleiner Seilkraft ist dieser Flaschenzugaufbau am weitesten verbreitet.

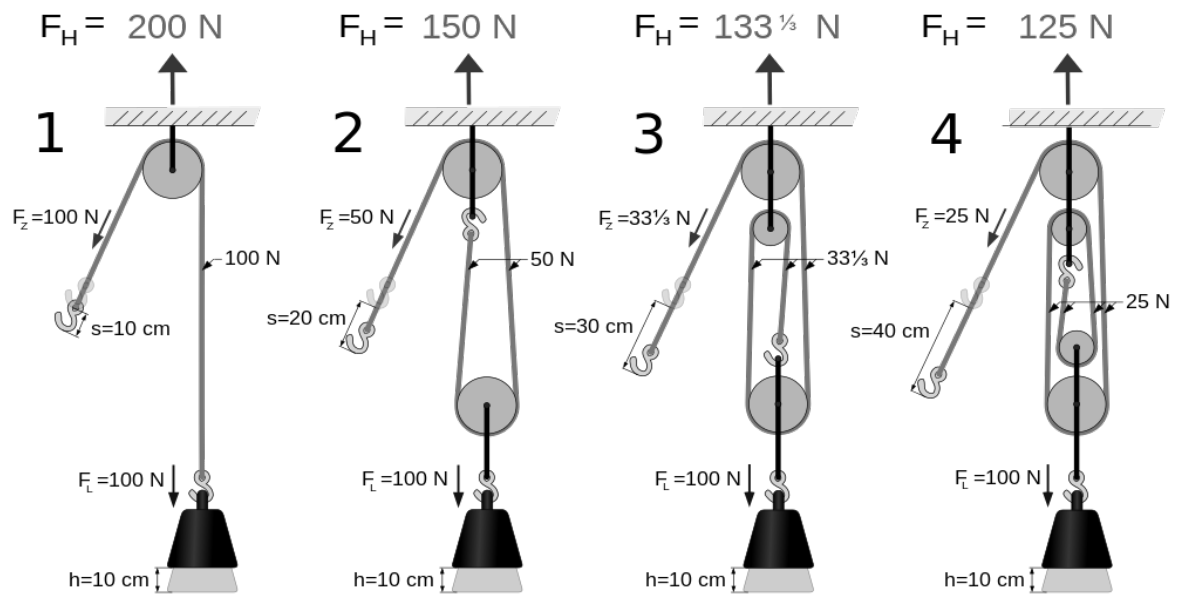


Bild 2.4: Faktorenflaschenzüge [wik13b]

Bei dem im Bild 2.5 links dargestellten Potenzialflaschenzug werden einzelne Seilabschnitte um eine lose Rolle geführt und mit einem Seilabschnitt kaskadenförmig aneinander gekoppelt. Der jeweils zweite Seilabschnitt ist fest mit dem Gestell verbunden. Die aufzubringende Bedienkraft wird entsprechend der Anzahl der losen Rollen halbiert.

Der Differenzialflaschenzug (vgl. Bild 2.5 rechts) besteht aus einer Differenzialrolle und einer losen Rolle. Die Übersetzung kann durch die Radien der Differenzialrolle frei gewählt werden.

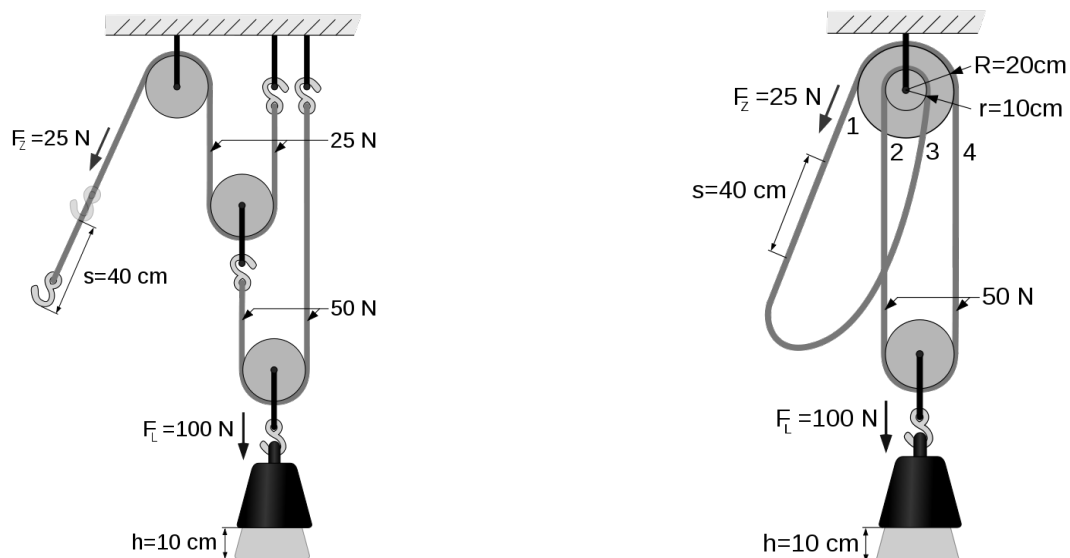


Bild 2.5: Potenzialflaschenzug (links) und Differenzialflaschenzug (rechts) [wik13c], [wik13d]

Ein weiteres Anwendungsgebiet der Seilgetriebe ist der Einsatz in Seilrobotern. Die Firma CAMCAD [CAM14] vertreibt ein seilbahngeführtes Kamerasystem für eindimensionale und zweidimensionale Kamerafahrten mit Anwendungsgebieten im Großveranstaltungs- und Sportbereich. Mit dieser Technologie werden Geschwindigkeiten von 130 km/h über eine Länge von 1000 m erreicht [CAM14a].

Von Brukmann [Bru13] wurden Seilroboter zur Logistik von Nutzlasten als Regalbedienungsgerät vorgestellt. Eine Transporteinheit wird über acht gekreuzt angeordnete Seile mit acht Seilwinden und zwölf Umlenkrollen geführt. Derzeit befindet sich die komplexe Antriebssteuerung in der Entwicklung. Simulativ wurden Transfergeschwindigkeiten von 6 m/s und Beschleunigungen von 5 m/s² prognostiziert.

2.5.2 Bandgetriebe

Bandgetriebe zählen zur Kategorie der Zugmittelgetriebe und sind im Allgemeinen durch eine nichtlineare Übersetzung gekennzeichnet. Als Zugmittel dient ein flexibles Stahl-, Kunststoff- oder Textilband bzw. ein Seil, ein Zahnriemen oder eine Kette, welche über eine stetig konvex gekrümmte Bandkurvenscheibenkontur geschlungen wird [Vol92]. Für eine ideale und verlustfreie Bewegungsübertragung sollte das eingesetzte Zugmittel möglichst steif hinsichtlich Zugbelastung und gleichsam nachgiebig gegenüber Biegebelastung sein.

Zur Bandstraffung muss das Zugmittel permanent unter Zugspannung gehalten werden. Dies kann durch eine einfache Feder, durch Ausnutzung der Massenschwerkraft oder auch durch ein gegenläufiges Bandgetriebe erfolgen.

Bandgetriebe sind ideale Getriebe zum Erzeugen von speziellen Kraft- bzw. Drehmomentverläufen unter Leichtbauanforderungen. Sie sind daher zur Kompensation von störenden Schwerkraftrückwirkungen auf den Antrieb hervorragend geeignet.

Die Systematik der 4-gliedrigen Bandgetriebe mit einem Freiheitsgrad und mit schlupffreien Bandgelenken bzw. Wälzgelenken wurde erstmals ausführlich von Wadewitz [Wad97] dargelegt. Er untersuchte die Bandgetriebestrukturen analog zur Viergelenkkette der Koppelgetriebe und stellte fest, dass wahlweise zwei starre Glieder durch Bänder ersetzt werden können. Weiterhin beschreibt er zwei mögliche Varianten der Bandanlenkung am freien Trum:

- Drehgelenk – Wälzgelenk
- Wälzgelenk – Wälzgelenk

Eine Kombination von Wälzgelenk und Schubgelenk ist nicht möglich. Somit entfallen für die Bandgetriebe alle Ableitungen aus der Schubschleifenkette. Lovasz [Lov98] erweiterte ein Jahr später die Bandgetriebestrukturen um Anordnungen mit im Gestell gelagerten Bandgliedern. Er verzichtete hingegen auf die Darstellung von 4-gliedrigen Strukturen mit zwei Bändern und einige wenige Ableitungen aus der Kreuzschleifenkette. Zwei Jahre später erweiterten Moder und Lovasz in [Mod09] die Strukturuntersuchungen auf 5-gliedrige Bandgetriebe zur gezielten Beeinflussung der Übertragungsfunktion.

Um eine vollständige Übersicht aller 4-gliedrigen Bandgetriebestrukturen in übersichtlichen Schaubildern zu erhalten, werden im Bild 2.6, S. 32 alle Strukturen aus den vorangegangenen Arbeiten zusammengefasst und um einige fehlende Strukturen ergänzt. Die Systematik der 4-gliedrigen Bandgetriebe kann grundlegend in Ableitungen aus der Viergelenkkette, der Schubkurbelkette und der Kreuzschleifenkette unterteilt werden (vgl. Kapitel 2.4). Bei einer Variation der Viergelenkkette, bei dem die Drehgelenke systematisch durch Bandgelenke ersetzt werden, entstehen insgesamt fünf Ausgangskombinationen von Bandgetrieben (siehe Bild 2.6) Zeile „Gestellglied a“). Weitere 11 Getriebevarianten entstehen durch den zyklischen Wechsel des Bezugsglieds. Die kinematisch gleichwertigen Getriebestrukturen wurden nicht in das Bild 2.6 aufgenommen. Somit sind insgesamt 16 unterschiedliche Getriebestrukturen darstellbar, wobei in der Praxis Getriebestrukturen mit zwei Bändern oder Getriebestrukturen mit dem Band als Gestellglied eine selten vorzufindende Ausnahme darstellen.

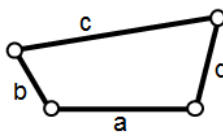
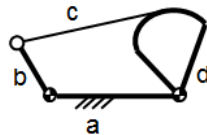
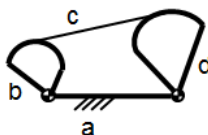
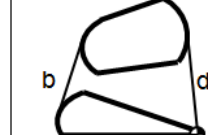
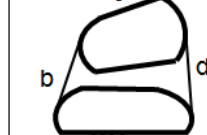
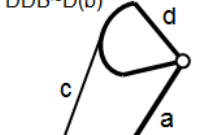
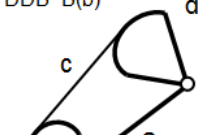
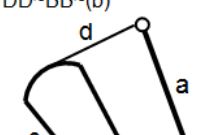
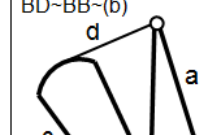
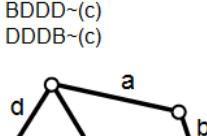
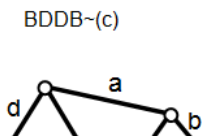
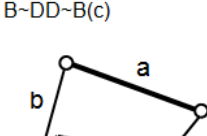
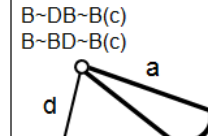
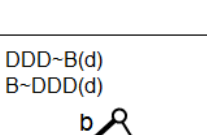
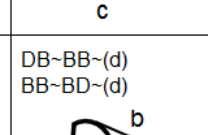
	Viergelenkkette				
Grundkette					
Gestellglied a	DD~BD(a) DB~DD(a) 	DB~BD(a) 	D~BB~D(a) 	B~BB~D(a) D~BB~B(a) 	B~BB~B(a) 
Gestellglied b	D~BDD(b) DDB~D(b) 	B~BDD(b) DDB~B(b) 	BB~DD~(b) DD~BB~(b) 	BB~DB~(b) BD~BB~(b) 	BB~BB~(b) 
Gestellglied c	BDDD~(c) DDDB~(c) 	BDDDB~(c) 	B~DD~B(c) 	B~DB~B(c) B~BD~B(c) 	
Gestellglied d	DDD~B(d) B~DDD(d) 			DB~BB~(d) BB~BD~(d) 	

Bild 2.6: Getriebesystematik für 4-gliedrige Bandgetriebe, abgeleitet aus der Viergelenkkette

Analog zur Viergelenkkette werden in gleicher Weise für die Schubkurbelkette und die Kreuzschleifenkette der Koppelgetriebe Bandgetriebebestrukturen abgeleitet. In der Schubgelenkkette ist ausschließlich ein Schubgelenk verbaut und in der Kreuzschleifenkette sind immer zwei Schubgelenke vorhanden. Entsprechend ergeben sich die im Bild 2.7, S. 33 mit Fortsetzung im Bild 2.8, S. 34 dargestellten

Strukturvarianten der 4-gliedrigen Bandgetriebe. Aus insgesamt sieben Ausgangskombinationen können auf Basis der Schubkurbel- und Kreuzschleifenkette durch Anwendung des Bezugssystemwechselprinzips insgesamt 27 Varianten von Bandgetrieben abgeleitet werden.

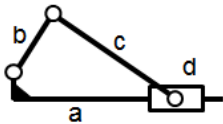
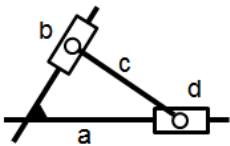
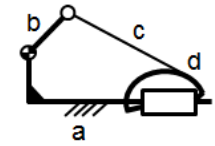
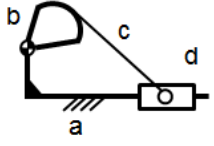
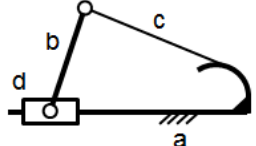
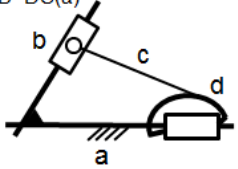
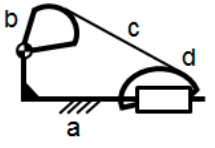
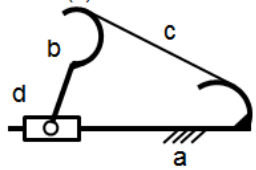
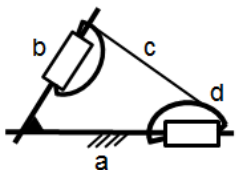
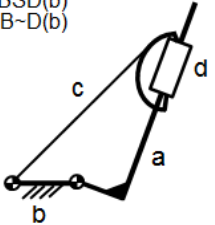
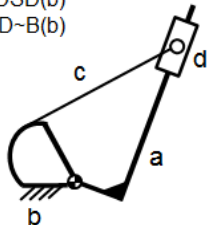
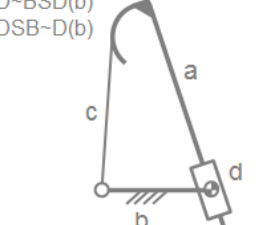
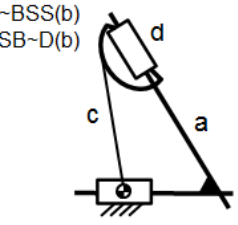
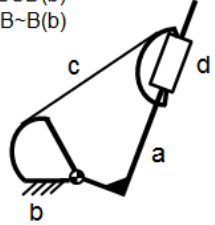
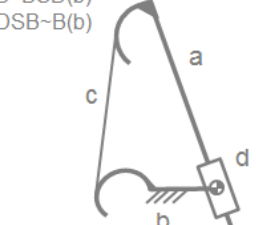
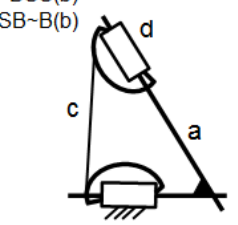
	Schubkurbelkette			Kreuzschleifenkette
Grundkette				
Gestellglied a	DD~BS(a) SB~DD(a) 	DB~DS(a) SD~BD(a) 	B~DDS(a) SDD~B(a) 	SD~BS(a) SB~DS(a) 
	DB~BS(a) SB~BD(a) 		SDB~B(a) B~BDS(a) 	SB~BS(a) 
Gestellglied b	D~BSD(b) DSB~D(b) 	B~DSD(b) DSD~B(b) 	D~BSD(b) DSB~D(b) 	D~BSS(b) SSB~D(b) 
	B~BSD(b) DSB~B(b) 		B~BSD(b) DSB~B(b) 	B~BSS(b) SSB~B(b) 

Bild 2.7: Getriebesystematik für 4-gliedrige Bandgetriebe, abgeleitet aus der Schubkurbelkette und Kreuzschleifenkette

Die in den Bildern grau dargestellten Getriebe sind kinematisch äquivalente Strukturen, wie sie aus dem Formenwechsel am Schubgelenk von Schleifengetrieben bekannt sind [Vol92]. Auch hier sind Strukturen, die das Band als Gestell kennzeichnen, für praktische Anwendungen im Allgemeinen von geringer Bedeutung.

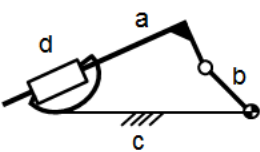
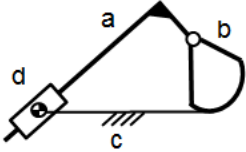
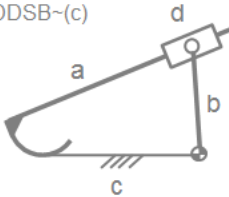
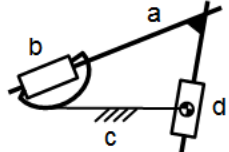
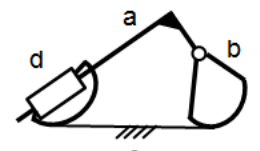
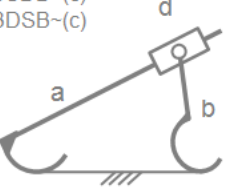
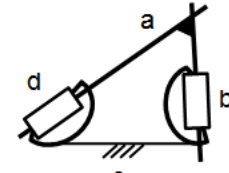
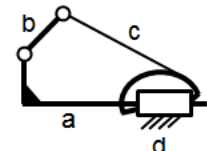
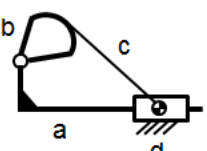
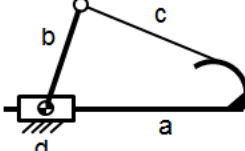
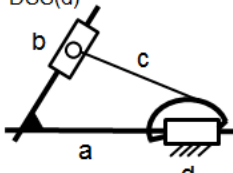
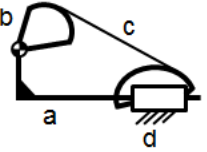
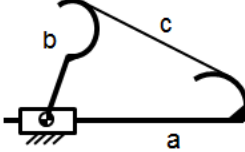
	Schubkurbelkette			Kreuzschleifenkette
Gestellglied c	BSDD~(c) DDSB~(c) 	DSDB~(c) BDSD~(c) 	BSDD~(c) DDSB~(c) 	BSSD~(c) DSSB~(c) 
	BSDB~(c) BDSB~(c) 		BSDB~(c) BDSB~(c) 	BSSB~(c) 
Gestellglied d	SDD~B(d) B~DDS(d) 	SDB~D(d) D~BDS(d) 	DD~BS(d) SB~DD(d) 	SSD~B(d) B~DSS(d) 
	SDB~B(d) B~BDS(d) 		DB~BS(d) SB~BD(d) 	

Bild 2.8: Fortsetzung - Getriebesystematik für 4-gliedrige Bandgetriebe, abgeleitet aus der Schubkurbelkette und Kreuzschleifenkette

Beim außer Acht lassen der von Wadewitz [Wad97] formulierten Bedingung, nachdem Bänder nur an Drehgelenken oder Wälzgelenken in eine 4-gliedrige Struktur eingebunden werden können, ergeben sich aus der

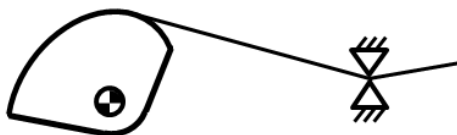
Schubkurbelkette zwei in der Praxis gebrauchsfähige Bandgetriebe-
strukturen. Ausgehend von einer Kurbelschleife mit im Gestell drehbar
gelagertem Schieber der Struktur DDSD(c) (vgl. Strukturübersicht im Bild
2.2) wird im Bild 2.9 das zwischen der Kurbel und der Führung angeordnete
Drehgelenk durch ein Bandgelenk ersetzt. Die Kurbel entspricht nun einer
Bandkurvenscheibe und die Führung wird durch das Band verkörpert. Eine
so verbleibende Kombination aus Schieber und Drehgelenk ermöglicht eine
Auflösung in zwei funktionsfähige Strukturen:

- Ein 3-gliedriges Bandgetriebe mit einer Abzugsdüse im Bild unten links und
- ein 3-gliedriges Feder-Bandgetriebe im Bild unten rechts.

Kurbelschleife der Struktur DDSD



Bandgetriebe mit Abzugsdüse



Feder-Bandgetriebe



Bild 2.9: Ableitung zweier kinematisch gleichwertiger 3-gliedriger Bandgetriebe aus der 4-gliedrigen Kurbelschleife

2.6 Übersetzung und Drehschubstrecke

Die wohl bekannteste Übertragungseigenschaft eines Getriebes wird durch die Übersetzung bzw. Drehschubstrecke für Weg-Winkel-Lagezuordnungen charakterisiert.

Eine einfache Übersetzung liegt vor, wenn Antriebs- und Abtriebsglied dasselbe Bezugsglied (meist Gestellglied) besitzen. Die einfache Übersetzung entspricht dem Verhältnis zweier gerichteter Polstrecken. Diese Polstrecken reichen von den Polen der ins Verhältnis zu setzenden Winkelgeschwindigkeiten bis zu dem dritten Pol, welcher mit den ersten beiden Polen auf einer Geraden liegt [Vol92].

Das Bild 2.10 erklärt am Beispiel der Viergelenkkette die in

$$i_{41-21} = \frac{\dot{\phi}_{41}}{\dot{\phi}_{21}} = \frac{\overline{12\ 24}}{\overline{14\ 24}} = \frac{T_{21}}{T_{41}} \quad (2.5)$$

aufgestellten und geometrisch deutbaren Zusammenhänge zwischen den Verhältnissen der Winkelgeschwindigkeiten, Polstrecken und zugeordneten Drehmomente.

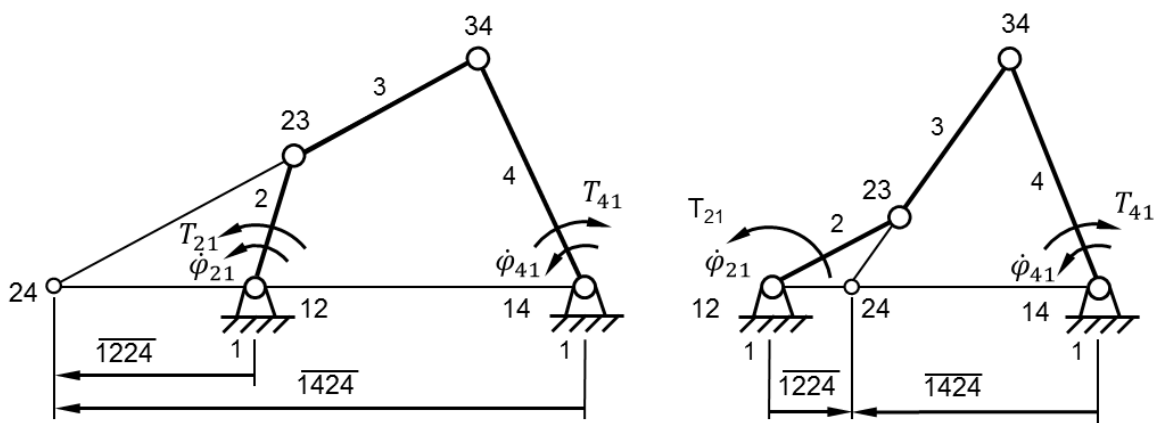


Bild 2.10: Einfache Übersetzung nach [Vol68], links Gleichlauf und rechts Gegenlauf

Sind die Polstrecken gleich gerichtet, so besitzt die Übersetzung ein positives Vorzeichen (Gleichlauf von Antriebs- und Abtriebsglied), und für entgegengesetzt gerichtete Polstrecken ist die Übersetzung negativ (Gegenlauf).

Für den Fall, dass die ins Verhältnis gesetzten Winkelgeschwindigkeiten ein unterschiedliches Bezugsglied aufweisen, liegt eine diagonale Übersetzung

vor (vgl. Bild 2.11). Diese ist darstellbar aus dem Verhältnis zweier Strecken, welche von den Polen, in denen die ins Verhältnis gesetzten Winkelgeschwindigkeiten auftreten, bis zum Schnittpunkt R bzw. S mit der zugeordneten Kollineationsachse (k-Achse) reichen. Die diagonale Übersetzung wird unter Verwendung der folgenden Beziehungen

$$i_{34-21} = \frac{\dot{\phi}_{34}}{\dot{\phi}_{21}} = \frac{\overline{12R}}{\overline{34R}} = \frac{T_{12}}{T_{34}}, \quad \left. \begin{array}{c} \dot{\phi}_{34} \\ || \\ \dot{\phi}_{21} \end{array} \right\} k_{14-23} \quad (2.6)$$

$$i_{43-21} = \frac{\dot{\phi}_{43}}{\dot{\phi}_{21}} = \frac{\overline{12S}}{\overline{34S}} = \frac{T_{12}}{T_{43}} = -i_{34-21} \quad \left. \begin{array}{c} \dot{\phi}_{43} \\ || \\ \dot{\phi}_{21} \end{array} \right\} k_{13-24} \quad (2.7)$$

mit dem rechts nebenstehend dargestellten Indexzifferschema ermittelt.

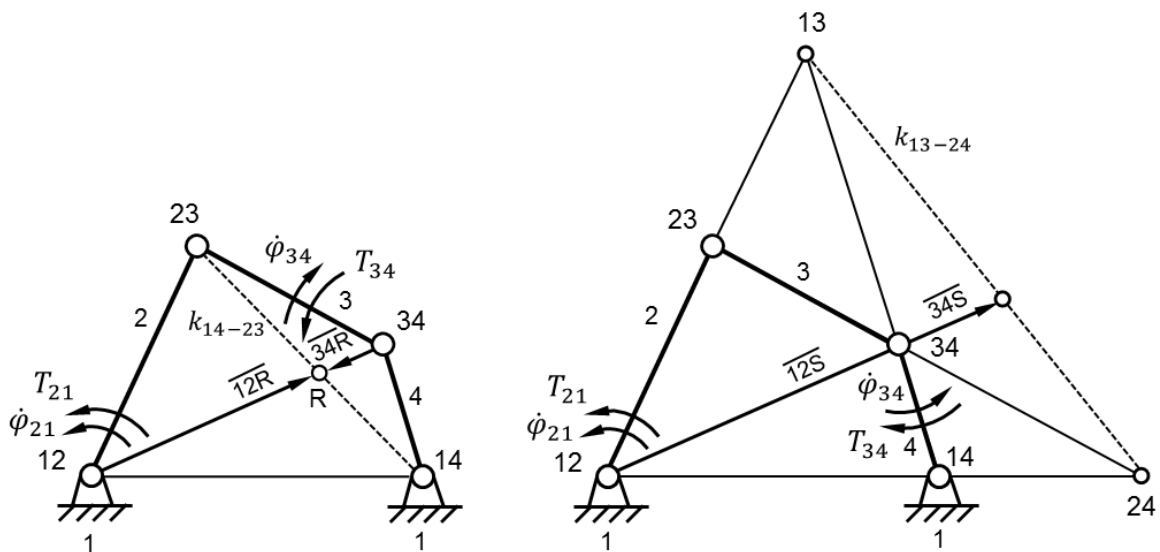


Bild 2.11: Diagonale Übersetzung nach [Vol68]

In den folgenden Betrachtungen werden anstatt zweier rotatorisch bewegter Glieder ein rotatorisch und ein translatorisch bewegtes Glied in Beziehung gesetzt. Dieser Zusammenhang wird durch die Drehschubstrecke charakterisiert. Hierbei erfolgt die Unterscheidung bei der Ermittlung der Drehschubstrecke in der Bezugsgliedzuordnung. Bei einem gemeinsamen Bezugsglied liegt eine einfache Drehschubstrecke vor und bei einem unterschiedlichen Bezugsglied eine diagonale Drehschubstrecke.

Abschließend ist im Bild 2.14 der für die Bandgetriebesynthese (siehe Kapitel 3.3.3) interessante Sonderfall der zentrischen Kurbelschleife dargestellt. Die Kollineationsachse k_{14-23} fällt mit der Schubgeraden geometrisch zusammen und steht zugleich senkrecht auf der diagonalen Drehschubstrecke r_{34-21} . Die diagonale Drehschubstrecke ist der ideal wirksame Hebelarm an dem die Kraft $F_{34} = -F_{43}$ mit dem Drehmoment T_{21} der Kurbel im Gleichgewicht steht.

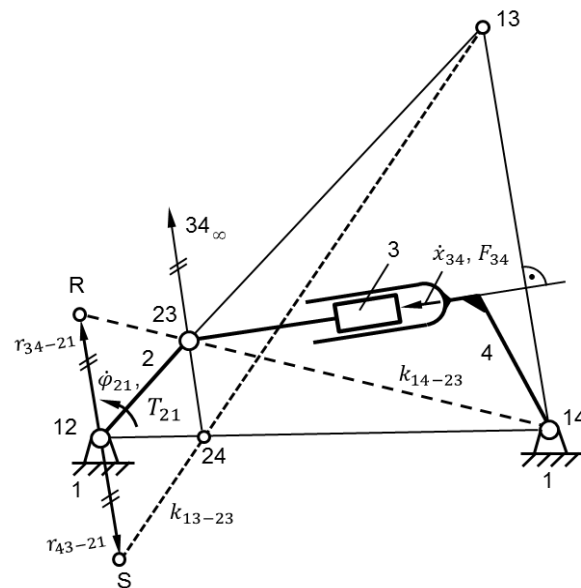


Bild 2.13: Diagonale Drehschubstrecke am Beispiel einer exzentrischen Kurbelschleife

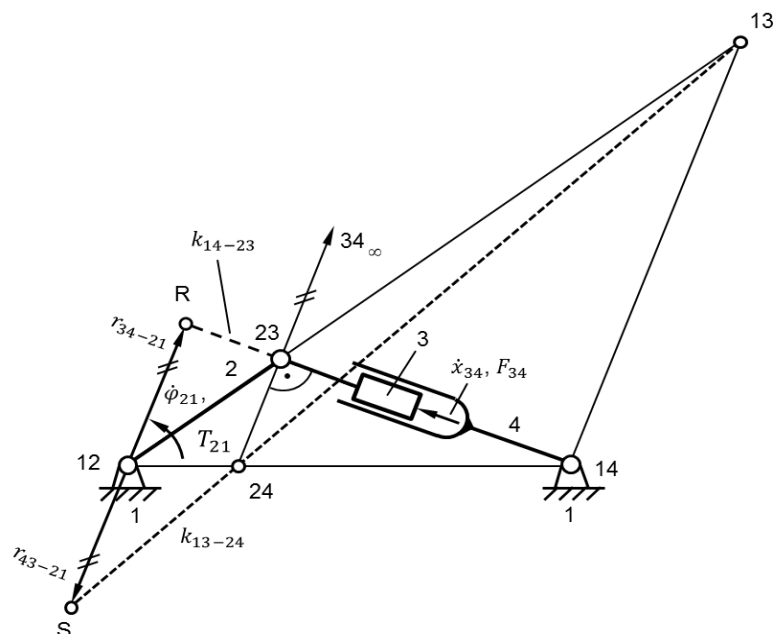


Bild 2.14: Diagonale Drehschubstrecke am Sonderfall einer zentrischen Kurbelschleife

3 Stand der Technik

3.1 Simulation

Die Simulation ist eine Methode zur Analyse von dynamischen Systemen, deren Verhalten im Allgemeinen durch komplexe Zusammenhänge charakterisiert ist. In der Simulation werden Experimente an Modellen durchgeführt, um Vorhersagen und Erkenntnisse über ein reales System zu erhalten. Ein zu simulierendes System ist durch die Struktur, die Funktion und das Verhalten gekennzeichnet. Der Modellierungsaufwand und die Festlegung der Systemgrenzen richten sich dabei nach den konkreten Zielstellungen der Simulation.

Die Anwendung von Simulationen ist weitläufig in allen Wirtschafts- und Wissenschaftszweigen vertreten. Allgemein bekannte Beispiele sind: Wettersimulation, Strömungssimulation von Flussverläufen, Fahrsimulation, Flugsimulation, die Simulation von chemischen Prozessen oder auch die Simulation von Energieversorgungsnetzen.

3.1.1 Simulation mechanischer Getriebe

Die Bandbreite der Simulationsanwendungen zur Auslegung und Prüfung von mechanischen Getrieben ist gleichermaßen breit gefächert aufgestellt. Sie umfasst zunächst die klassische Strukturmechanik (FEM) zur Untersuchung von mechanischen Spannungen und Verformungen sowie die Eigenfrequenzen und Berechnung der Dauerfestigkeit von Getriebeteilen. Ein zweiter Aspekt zielt auf das Übertragungsverhalten der gesamten Getriebestruktur. Hierbei werden z. B. Schwingungsanregungen durch Steifigkeitsschwankungen, Eigenfrequenzen, Reibungsverluste in Lagern (EHD) inklusive Wärmebilanz oder Geräuschübertragungen näher betrachtet. Unter Berücksichtigung von konkreten Bauteilgeometrien bieten Mehrkörpersysteme [Woe11] wie z. B. ADAMS [Ada14], RecurDyn [Rec14], SIMPACK [SIMP14] und die in den CAD-Systemen integrierten optionalen MKS-Löser wie z. B. CATIA SimDesigner Motion [Sim14] oder Creo Elements/Pro Mechanism Dynamics Option [Cha10] für dieses Aufgabengebiet umfassende Lösungen.

Zur Untersuchung von automatisierten Schaltabläufen in KFZ-Schaltgetrieben sind hingegen Softwaresysteme wie z. B. Matlab/Simulink oder Dymola [CAT14] von großer Bedeutung. Unterstützt durch die

moderne Multiprozessortechnik in leistungsstarken Rechnern werden in jüngster Zeit sogar Schmierstoffverteilungen im Getriebe mit Partikelsimulationen nach der diskreten Elementmethode (DEM) analysiert [Fun14], [EDE14].

Im Bereich der Getriebesynthese für ungleichförmig übersetzende Getriebe existieren einfache Geometrieprogramme wie Cinderella [Kor14], GeoGebra [Geo14], [Ker13] oder Zirkel und Lineal [Gro14]. Zudem werden mit den in CAD-Systemen verfügbaren Skizzierern ähnliche Geometriefunktionen abgedeckt. Eine umfassende Übersicht und ein detaillierter Vergleich über Geometriesoftware zur Maßsynthese ebener Getriebe ist in [Pra13] dargestellt. Weiterführende Synthese- und Analyseaufgaben können mit SAM [SAM14], GENISYS [Bra13], [Bre95], [Bau00], KOSIM [Reh00] oder Gecko [Cho07] behandelt werden. Ein interessanter Ansatz ist die Kopplung zwischen dem Mathematikprogramm Mathcad und dem CAD-System ProEngineer [Ber10]. Mit dieser werden Berechnungen der Ebenenlagen zur Drei- und Vierlagensynthese von Koppelgetrieben in Mathcad durchgeführt und automatisiert in das CAD-System überführt. Mehrfachlösungen unterschiedlicher Getriebevarianten lassen sich dabei über ein Menü innerhalb der CAD-Umgebung bequem auswählen.

Zur Simulation von Zugmittelgetrieben existieren bisher wenige oder nur sehr spezielle Lösungen im Bereich der Getriebeanalyse. In der Tabelle 3.1, S. 43 sind kommerzielle verfügbare Produkte für die dynamische Analyse von Zugmittelgetrieben aufgelistet.

Die Anwendungsgebiete der genannten Softwareprodukte liegen vor allem in der Simulation von Antriebssystemen für Kraftfahrzeuganwendungen, bei denen das Schwingungsverhalten von Nebenantrieben, Ventiltrieben, Riemenspannvorrichtungen oder Einspritzpumpen im Vordergrund steht. Diese Softwarelösungen unterstützen häufig nur Riemen- oder Kettengetriebestrukturen unter Verwendung von kreisrunden Scheiben. Weitere Problematiken ergeben sich aus dem Umfeld der MKS- und FEM-basierenden Systeme. Aufgrund der systembedingten Strukturdiskretisierung entsteht bei der Modellierung von Zugmittelgetrieben mit langen Bandlängen eine sehr große Anzahl von Elementen. Die Berechnungszeitdauer steigt mit der generierten Systemgröße und dem Speicherbedarf erheblich an, und bei Verwendung von mehreren Rollen und/oder langen Zugmittelabschnitten scheitert oftmals der Berechnungsvorgang.

Tabelle 3.1: Vergleich von beispielhaften kommerziellen Berechnungsprogrammsystemen zur Modellierung von Zugmittelgetrieben

Hersteller/Produkt	Berechnungs- ansatz	Besonderheiten
FunctionBay / RecurDyn	MKS/FEM	Toolkit für Riemen-, Zahnriemen- und Kettengetriebe, Druckmaschinen, 3D
MSC Software / Adams	MKS	Toolkit für Steuerketten, 3D
PTC / CreoElements	MKS	Funktion zur Simulation von einfachen Zweirollengetrieben mit unendlichem Zugmittel, 3D
SIMPACK AG / SIMPACK	MKS	Toolkit für Ketten, Zahnradgetrieben, 3D
CONTECS / SIMDRIVE3D	Differenzial- gleichungen/ MKS/FEM	Toolkits für Nebenaggregatantriebe inklusive Verbrennungsmaschine und Fahrzeuggetriebe für Kraftfahrzeuge 3D
ARTAS Engineering Software / SAM	Differenzial- gleichungen	Zwangsläufige Zahnriemengetriebe ohne Riemendehnung, 2D

Für die Synthese von ebenen Bandgetrieben mit einem beliebigen strukturellen Aufbau sind bisher keine kommerziellen Berechnungsprogramme bekannt. Bisher wurden im Umfeld wissenschaftlicher Arbeiten Programmskripte und Mathcad-Arbeitsblätter für spezielle Getriebestrukturen erstellt [Ban08], [Pol09], [Zie11].

Sollen ebene Zugmittelgetriebe in beliebigen Strukturformen simuliert werden, müssen offene wie auch geschlossene Zugmittel gleichermaßen wie die kreisrunden oder variablen Scheibenkonturen sowie auch Anbindungen an Koppelgetriebeglieder frei miteinander kombinierbar sein. Konkret soll dies anhand von Bild 3.1 a) bis f), S. 44 für ausgewählte Problemstellungen erläutert werden.

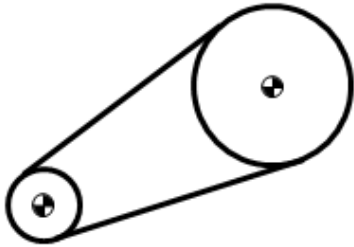
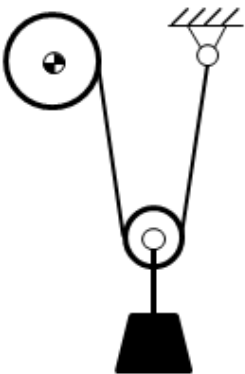
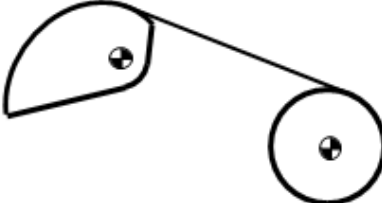
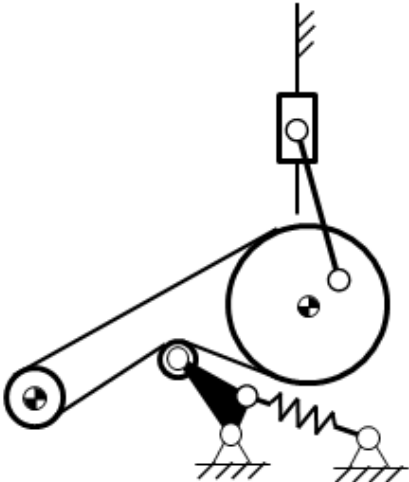
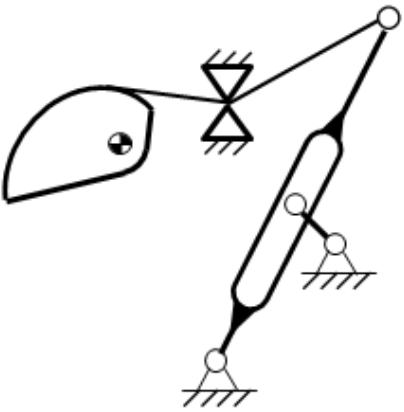
	Riemengetriebe / Seilgetriebe	Bandgetriebe
Zugmittel geschlossen	a) 	d) 
Zugmittel offen	b) 	e) 
Kombination mit Koppelgetrieben	c) 	f) 

Bild 3.1: Problemstellungen in der Simulation von Band- und Koppelgetrieben

- a) Riemengetriebe aufgebaut aus zwei oder mehreren fest im Gestell gelagerten Rollen und einem geschlossen umlaufenden Zugmittel. Diese Bauformen sind in zahlreichen Antriebssystemen von Kraftfahrzeugen, Landmaschinen, Werkzeugmaschinen, Verarbeitungs-

- maschinen oder einfachen Antrieben von Kompressoren, Rasenmähern, Nähmaschinen sowie Förderanlagen wiederzufinden.
- b) Seilgetriebe mit Trommel, loser Rolle und im Verhältnis zu den Rollenabmessungen sehr langem Zugmittel. Diese Getriebe finden beispielsweise vielfältigen Einsatz in Kränen, Flaschenzügen, Aufzügen, Kippmastseilbahnen, Seilbahnen und Boots-ausrüstungen.
 - c) Riemengetriebe kombiniert mit Koppelgetrieben. Die Spannrolle wird auf einem einfachen Hebel beweglich im Gestell geführt und das Zugmittel wird über den Rücken gespannt. Typische Anwendungen sind Antriebe von Nebenaggregaten an Kraftfahrzeugmotoren.
 - d) Bandgetriebe mit geschlossenem Zugmittel und unrunder Räder. Diese Getriebe dienen als Vorschaltgetriebe, bei denen zyklisch eine angenäherte Rast verlängert werden soll. Einsatzgebiete finden sich in Druckmaschinen- und Textilmaschinenanwendungen.
 - e) Bandgetriebe mit Bandkurvenscheiben und mit offenem Zugmittel sind ideal zum Schwerkraftausgleich von Türen, Klappen und Montagevorrichtungen geeignet.
 - f) Dieses Kombinationsbeispiel steht stellvertretend für die Möglichkeiten, Bandgetriebe und Koppelgetriebe kombiniert und mit anspruchsvollem Komplexitätsgrad zu simulieren. Das Band wird hierbei von einer Bandriemenscheibe durch eine Abzugsdüse geführt und an einer Kurbelschleife angebunden. Abzugsdüsen werden universell zur Fadenführung in Textilmaschinen oder zur Straffung von Nähgarn am Fadengeber von Nähmaschinen eingesetzt.

Genau diese benannten Herausforderungen sind der Gegenstand der Arbeit.

3.1.2 Systemsimulation

Die Forderung nach energieeffizienten und ressourcenschonenden Antriebssystemen führte zum Entwicklungstrend, mechanische, elektronische und regelungstechnische Komponenten in sehr kompakte Lösungen mit hohem Integrationsgrad zu vereinen.

Systeme, welche noch vor 10 Jahren nahezu getrennt berechnet wurden, verlangen heute zunehmend eine Berücksichtigung aller interagierenden Komponenten, da diese die Zustands- und Flussgrößen der Teilsysteme nachhaltig beeinflussen. Nur eine genaue Kenntnis der zu erwartenden Kräfte, Geschwindigkeiten, Ströme oder Drücke lässt eine Auslegung aller Komponenten mit möglichst kleinen Sicherheitsfaktoren zu. Somit wird der Materialeinsatz für ein auszulegendes System minimiert.

Simulationssoftwareentwickler reagieren auf die gesteigerte Komplexität ebenfalls mit komplexeren Softwarelösungen durch Integration von Arbeitsumgebungen weiterer physikalischer Domänen (vgl. Bild 3.2).

Nicht selten spielen sie motiviert durch den Wettbewerb auch eine Vorreiterrolle und ermöglichen dem Ingenieur neue Werkzeugentwicklungen zu erproben.

In etablierten MKS- und FEM-Programmen findet diese Integration häufig mit Hilfe einer Co-Simulation statt. Co-Simulation bedeutet, dass zwei getrennte Programme zu festen Zeitpunkten Informationen über eine definierte Schnittstelle austauschen. Bei einer Co-Simulation können beispielsweise zwei Programme extern über ein Netzwerkprotokoll kommunizieren, oder die Co-Simulation findet innerhalb eines Programmsystems mit separaten Gleichungslösern statt.

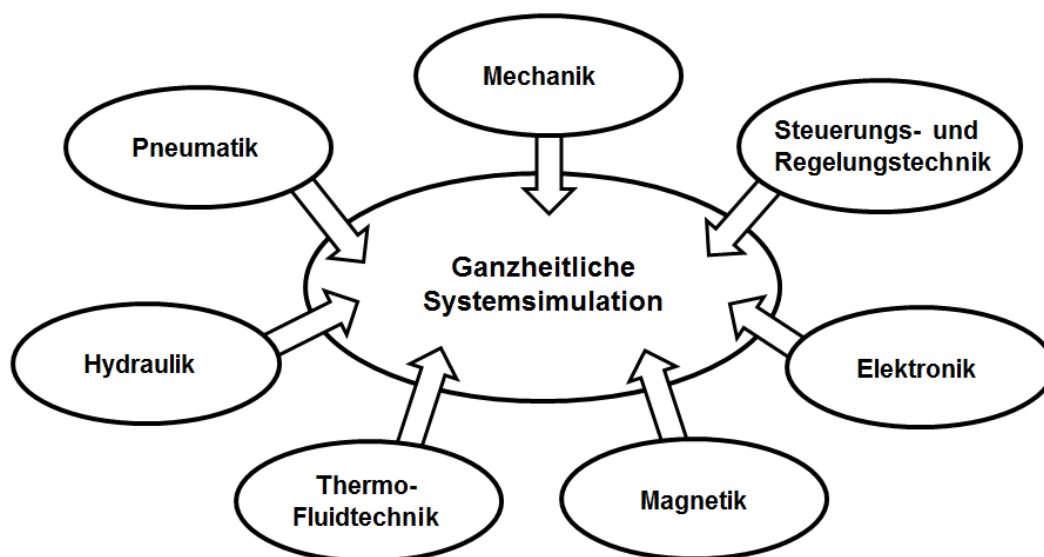


Bild 3.2: Ganzheitliche Systemsimulation [Ebe11]

Ferner sind Co-Simulationen problematisch, wenn ein System aus mehr als nur zwei Teilsystemen unterschiedlicher physikalischer Domänen besteht. Die erforderlichen technischen Aufwendungen steigen erheblich an.

Ein weiterer Lösungsansatz ermöglicht, dynamische Systeme auf Basis von Differenzialgleichungen abzubilden. Sie arbeiten im Allgemeinen vollkommen unabhängig von der Art der physikalischen Domäne. Ein mechanisches, elektrisches oder hydraulisches System wird in ein gemeinsames Gleichungssystem überführt und in einem Berechnungskern gelöst. Derartige Programmsysteme bieten Vorteile in der Geschwindigkeit,

da der Datenaustausch zwischen separaten Berechnungsprogrammen entfällt und der Gleichungslöser die Berechnungsschrittweite zu jedem Zeitpunkt optimal der vorliegenden Dynamik im System anpasst. Dieser Ansatz kann somit für die ganzheitliche Modellierung physikalischer Systeme verwendet werden [Sch10].

3.1.3 Modellierungskonzepte physikalischer Systeme

Signalorientierte Modellierung

Die Modellierung von Signalstrukturen findet Anwendung in Steuer- und Regelungsstrukturen sowie in der Informationsverarbeitung. Elemente wie zum Beispiel ein PI-Regler erzeugen Ausgangsdaten infolge von Eingangsdaten und geben diese über monodirektionale Signalverbindungen an ein oder mehrere Nachfolgeelemente weiter. Es besteht innerhalb von signalorientierten Modellen ein eindeutig gerichteter Signalfluss (vgl. Bild 3.3). Die signalorientierte Modellierung ist in der Regelungstechnik auch als blockbasierte Modellierung bekannt [Lun01]. Sie wird im Modell durch Algorithmen abgearbeitet.

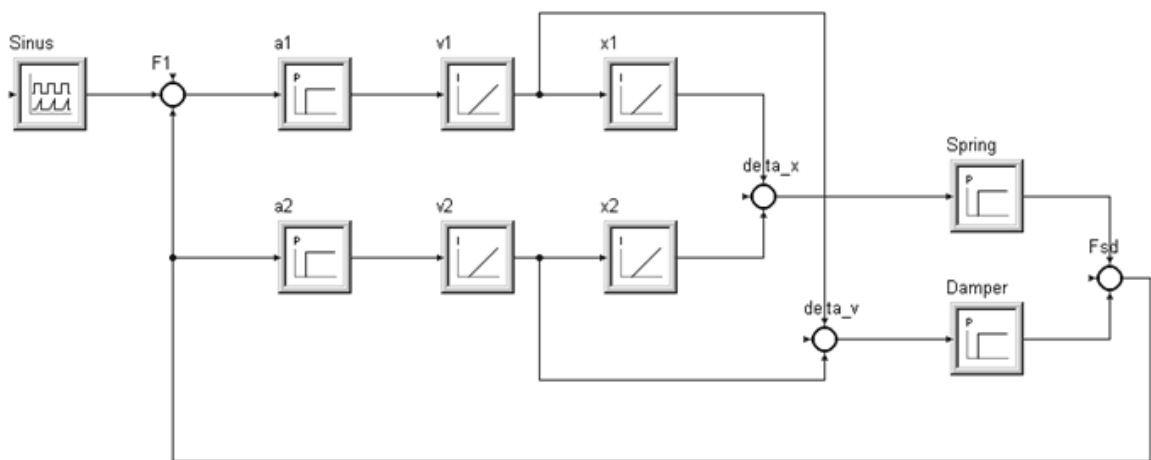


Bild 3.3: Signalorientiertes Modell in SimulationX [IT13a]

Physikalisch-objektorientierte Modellierung

Die physikalisch-objektorientierte Modellierung ist auch unter dem Begriff Netzwerkmodellierung bekannt. Sie ist eine übersichtliche und verständliche Verhaltensbeschreibung von physikalischen Simulationsmodellen. Die Informationsflüsse verlaufen grundsätzlich richtungsunabhängig, so dass diese Systeme in einem Gleichungssystem ausgewertet werden können.

Komplexe Teilsysteme lassen sich in sogenannte konzentrierte diskrete Netzwerkelemente zusammenfassen. Dadurch entsteht eine intuitive und zugleich effektive Modellierung. Fertige Teilsysteme, die aus leicht zu parametrierenden Elementen bestehen, kommunizieren über domänenspezifische bidirektionale Verbindungen mit Nachbarelementen (vgl. Bild 3.4).

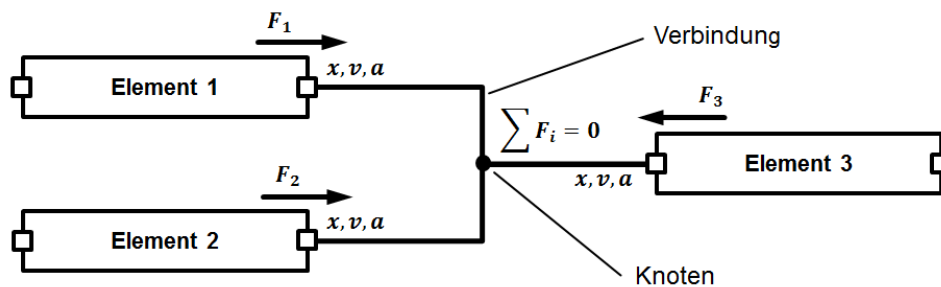


Bild 3.4: Modellierungskonzept der konzentrierten Netzwerke mit bidirektionaler Verbindung auf der Basis von Modelica.

Dieser Modellierungsansatz wird vor allem zur Berechnung physikalisch geprägter Systeme angewandt. Das Beispiel eines Feder-Masse-Dämpferelements im Bild 3.5 demonstriert die Anwendung.

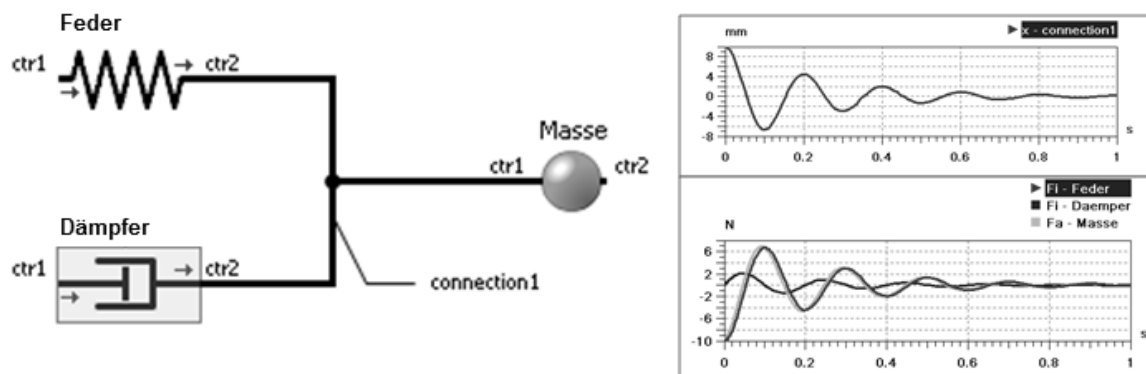


Bild 3.5: Anwendung des Modellierungskonzepts am Beispiel eines eindimensionalen Feder-Masse-Schwingers

Gleichungsbasierte Modellierung

Die gleichungsbasierte Modellierung wird zur mathematischen Beschreibung von physikalischen Modellen verwendet. Sie erfordert vom Anwender den höchsten Abstraktionsgrad und wird heute vornehmlich zur Erstellung neuer Netzwerkelemente oder zu deren Parametrierung eingesetzt. Aber auch Quelltexte aus Modellen „betagter“ Berechnungsprogramme können in der gleichungsbasierenden

Modellierung mit verhältnismäßig geringem Aufwand aufgearbeitet und somit wieder verwendet werden.

Beschreibungssprache Modelica

Modelica [Til01], [Fri14], [Mod13] ist eine offene, objektorientierte Beschreibungssprache für technische und physikalische Systeme auf Basis mathematischer Gleichungen. Ein in Modelica formuliertes physikalisches Modell wird in Form eines lesbaren Quelltextes gespeichert, von einem Modelica-Translator in ein mathematisches Modell übersetzt und mittels eines Lösungsalgorithmus gelöst [wik13a]. Modelica ist in unterschiedliche grafische Entwicklungsumgebungen wie z. B. Dymola [Dym13], Wolfram [Wol14], MapleSim [Map14] und SimulationX [IT113] eingebunden.

3.2 Bewegungsanalyse von Koppelgetrieben nach VDI 2729

Die VDI-Richtlinie 2729 mit dem Titel „Modulare kinematische Analyse ebener Gelenkgetriebe mit Dreh- und Schubgelenken“ dokumentiert eine bekannte und bewährte Berechnungsmethode zur Ermittlung des Bewegungsverhaltens von ebenen Koppelgetrieben [VDI2729]. Sie ist anwendbar für alle zwangsläufigen und explizit lösbaren Getriebestrukturen bestehend aus Assurgruppen bzw. Elementargruppen 1. und 2. Klasse, welche aus starren Gliedern und spielfreien Dreh- und Schubgelenken bestehen. Hierbei sind alle Antriebsgrößen, welche die Lage, Geschwindigkeit und Beschleunigung der bewegten Getriebeglieder bestimmen, von außen vorgegeben.

Im Bild 3.6, S. 50 wird ein Überblick über die Einteilung der Elementargruppen gegeben. Dem Drehantrieb und dem Schubantrieb ist die 1. Klasse zugeordnet. Diese Klasse ist allgemein durch ein Getriebeglied mit einem Anschlussgelenk charakterisiert. In der 2. Klasse befinden sich die sogenannten Zweischläge. Sie bestehen aus zwei Getriebegliedern, die durch ein Gelenk miteinander gekoppelt sind und jeweils zwei Anschlussgelenke aufweisen. Diese Systematik wird in den höheren Klassen fortgesetzt.

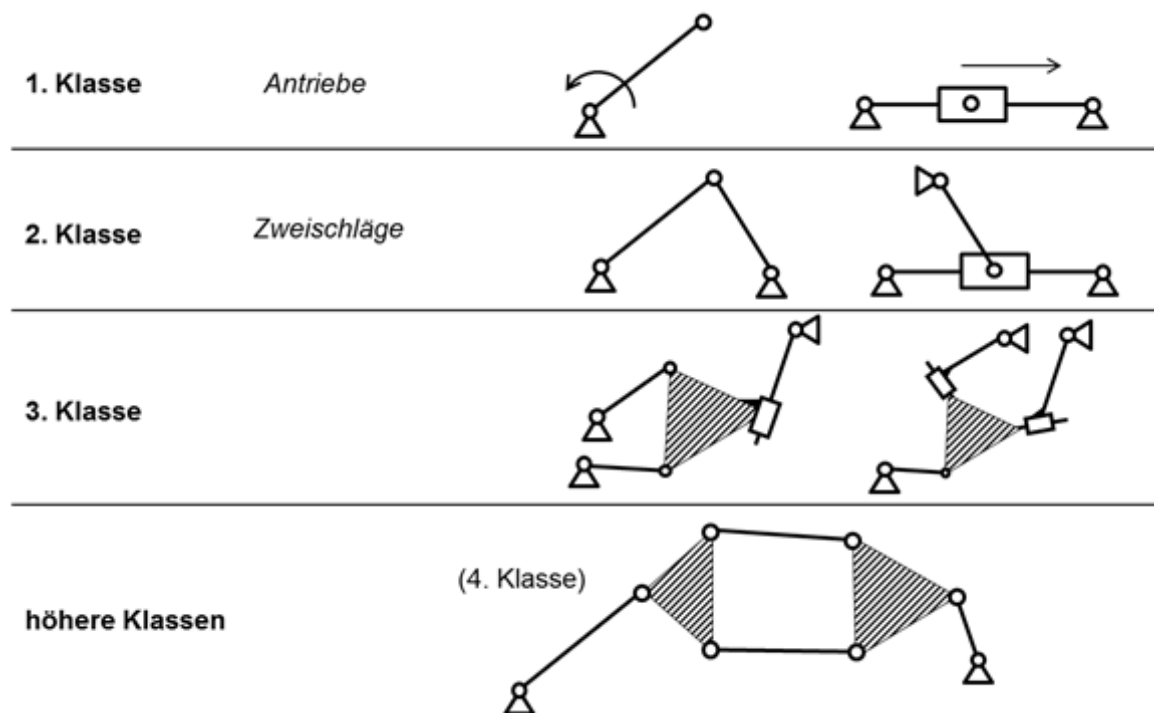


Bild 3.6: Einteilung von Koppelgetriebe-Elementargruppen in ASSURGRUPPEN-Klassen [Ebe10]

Durch die Kombination dieser Elementargruppen ist es möglich, auf einfache Weise ein umfassendes Spektrum von Getriebestrukturen mit Dreh- und Schubgelenken abzubilden. Umgekehrt kann jedes ebene Getriebe in definierte Elemente aus den Elementargruppen zerlegt werden. So „zerfällt“ beispielsweise das im Bild 3.7, S. 51 dargestellte 6-gliedrige Koppelgetriebe in einen Drehantrieb, in einen Zweischlag mit einem Schubgelenk als Anschluss und zwei Zweischlägen mit Drehgelenken.

Im Bild 3.8, S. 51 sind die in der VDI 2729 beschriebenen Koppelgetriebeelemente zusammengefasst dargestellt. Das darin enthaltene Element Führung eines Gliedpunktes kann keiner Elementargruppe direkt zugeordnet werden. Es erweitert lediglich eine Gliedebeine um einen Gliedpunkt, so dass beispielsweise ein Koppelpunkt dargestellt werden kann.

Dem Anwender wird somit mit der VDI 2729 ein aufeinander abgestimmtes System von Berechnungsmodulen zur kinematischen Analyse in Form von Algorithmen zur Verfügung gestellt. Er kann zur Getriebeanalyse gemäß dem strukturellen Aufbau aus den im Bild 3.8, S. 51 definierten Modulen wie z. B. den Modulen für Antriebe, Führungen oder Zweischläge mit unterschiedlichen Dreh- (D) und Schubgelenkkombinationen (S) eine

serielle Berechnungsabfolge zusammenstellen. Jedes Modul ist durch exakte Schnittstellen, also die Ein- und Ausgabegrößen in Form von Punktlagen, beschrieben, wobei die ermittelte Punktlage eines Moduls als Eingangsgröße für das nachfolgende Modul sequenziell genutzt wird.

Modulmethode

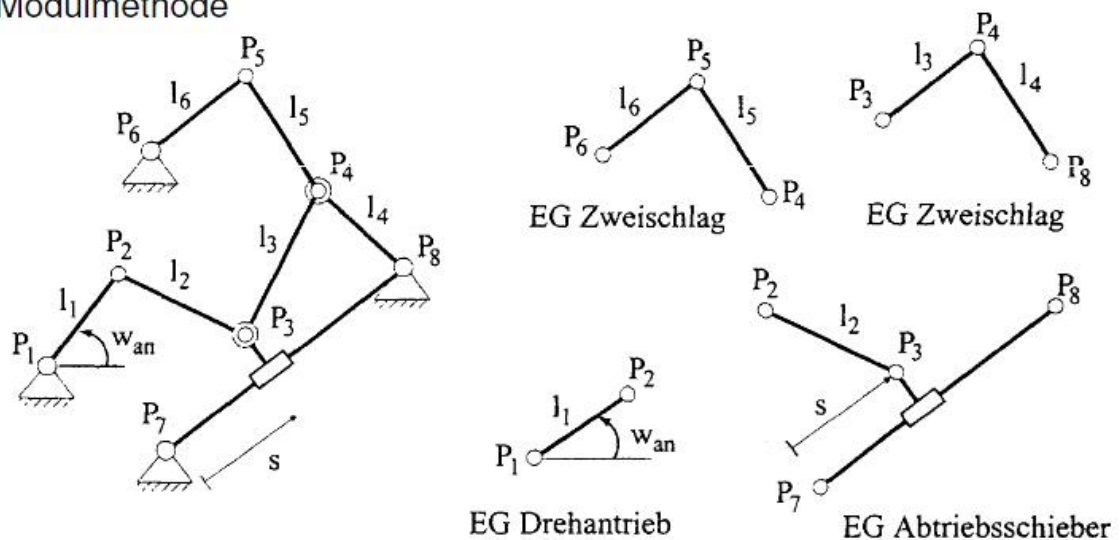


Bild 3.7: Zerlegung der Koppelgetriebestruktur in Elementargruppen [Ker07]

Antriebe und Führung

Zweischläge

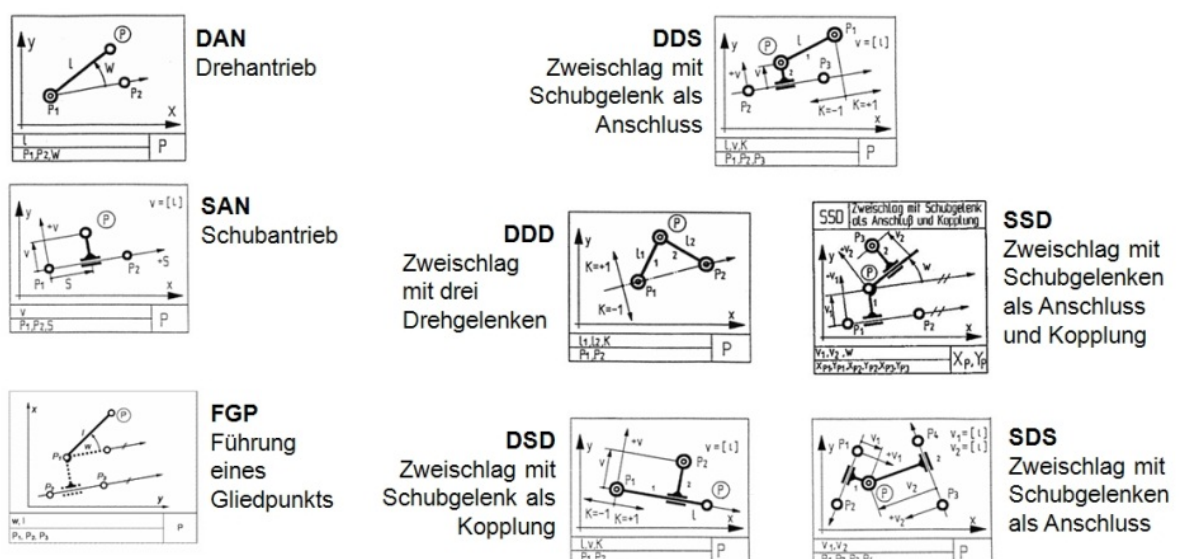


Bild 3.8: Module der VDI 2729 [VDI2729]

3.3 Verfahren der Analyse und Maßsynthese von Bandgetrieben

Zur Maßsynthese von Bandgetrieben als Übertragungsgetriebe existieren in der Literatur ein grafisches Verfahren nach Hain und zwei analytische Verfahren nach Modler und Luck sowie Perju und Lovasz.

3.3.1 Grafisches Verfahren nach Hain

Das grafische Verfahren nach Hain wurde in der Veröffentlichung [Hai55d] vorgestellt. Die Maßsynthese des Bandgetriebes erfolgt unter Verwendung der kinematischen Umkehr. Dabei wird die Bandkurvenscheibe zum Gestell erklärt, und alle weiteren Getriebeglieder bewegen sich relativ um den Lagerpunkt der Bandkurvenscheibe. Die einzelnen Syntheseschritte nach Hain werden nachfolgend im Kapitel 3.5.3 eingehend erläutert.

Für die numerische Simulation ist dieses Verfahren auf Getriebe ohne Berücksichtigung der Banddehnung generell anwendbar, da die kinematischen Zusammenhänge für jede Struktur neu aufgestellt werden müssen. Dieser Ansatz ist für die modulare Maßsynthese verwendbar, sofern das Verfahren in zwei Grundaufgaben aufgeteilt wird.

3.3.2 Analytisches Verfahren nach Modler und Luck

Dieses Verfahren basiert auf ein nichtlineares und analytisch formuliertes Gleichungssystem. Es wurde erstmals von Modler und Luck in der Veröffentlichung [Mod85] vorgestellt und in [Mod87], [Mod92] und [Mod92a] weitergehend beschrieben. Um das Verfahren zu erläutern, ist im Bild 3.9, S. 53 beispielhaft ein 4-gliedriges Bandgetriebe mit zwei im Gestell drehbar gelagerten Bandkurvenscheiben dargestellt. Für die Beschreibung der Bewegungsgrößen sind vier Variablen (κ_1 , κ_2 , φ und ψ) erforderlich, um das Getriebe unter der Voraussetzung des Zwanglaufs mit einem Gleichungssystem zu beschreiben. Hierbei entspricht die Variable φ der Antriebsvariable, ψ der Abtriebsvariable und κ_1 sowie κ_2 dem Winkel der Kontaktpunktlage (Kontaktpunktwinkel) auf der zugeordneten Scheibenkontur. Daraus folgt, wie in [Lov98] beschrieben, dass für die Modellbildung eines allgemein 4-gliedrigen Bandgetriebes mit einem Freiheitsgrad drei notwendige und hinreichende Zwangsbedingung erforderlich sind. Modler verwendet zur Berechnung die von Giese [Gie59] vorgestellte komplexe Gaußsche Zahlenebene, deren Berechnungsregeln in [Luc90] zusammengefasst sind.

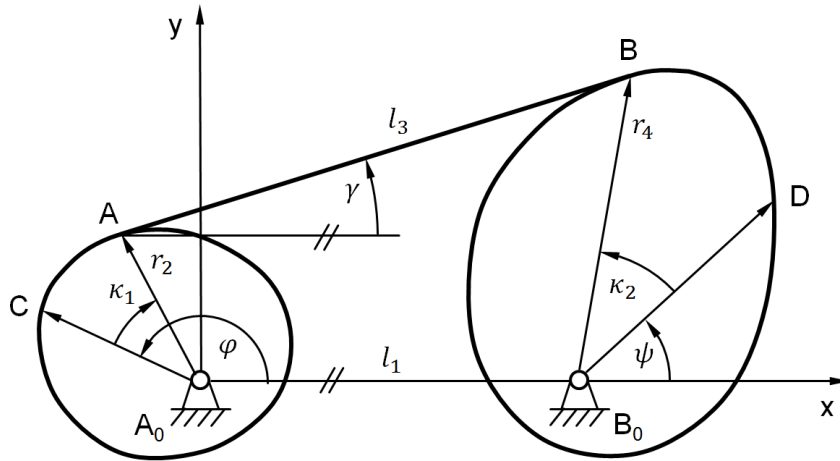


Bild 3.9: Kinematisches Modell für ein 4-gliedriges Bandgetriebe der Struktur DB~BD zur Erläuterung des Verfahrens nach Modler und Luck nach [Wad97]

Die drei Zwangsbedingungen am Beispiel eines vielgliedrigen Bandgetriebes mit zwei Bandkurvenscheiben sind:

Das Band liegt stets tangential an beiden Kurvenscheiben an. Daraus folgt, dass der Winkel zwischen Tangente A' im Punkt A auf der Kurvenkontur bzw. B' im Punkt B der zweiten Kurvenkontur und der Verbindungsgeraden zwischen A und B immer Null ist.

$$0 = \text{winkel}[B - A, A'] \quad (3.1)$$

$$0 = \text{winkel}[B - A], B'] \quad (3.2)$$

Weiterhin muss gelten, dass die gesamte Bandlänge l gleich der Summe der Kurvenlängen CA , BD und der freien Bandlänge l_3 ist.

$$l = \overline{CA} + \overline{BD} + l_3 \quad (3.3)$$

Die Kontaktpunkte auf den Bandkurvenscheiben werden entsprechend den Gleichungen (3.4) und (3.5) ermittelt.

$$A = r_2(\kappa_1)e^{i(\kappa_1+\varphi)} \quad (3.4)$$

$$B = l_1 + r_4(\kappa_2)e^{i(\kappa_2+\psi)} \quad (3.5)$$

Die Tangenten in den Kontaktpunkten A bzw. B werden mit A' bzw. B' bezeichnet und resultieren aus den Differenzialgleichungen

$$A' = \frac{dA}{d\kappa_1} \quad \text{und} \quad B' = \frac{dB}{d\kappa_2}. \quad (3.6)$$

Für die simulative Nachrechnung ist dieses Verfahren sehr gut geeignet, da ebenfalls eine Banddehnung und auch Strukturveränderungen, z. B. zur Verstellung von Bandgetrieben [Mod00], berücksichtigt werden können. Im Bereich der Synthese führte dieses Verfahren oftmals zu Herausforderungen in der Findung konsistenter Anfangswerte bis hin zu Sonderbehandlungen beim Durchlaufen von Quadranten. Aus diesen Gründen wurde das Verfahren zur Synthese hier nicht weiter berücksichtigt.

3.3.3 Analytisches Verfahren nach Perju und Lovasz

Grundlage für dieses Verfahren sind die allgemeinen Beziehungen zwischen Evolvente (x_e, y_e) und Evolute (x_u, y_u) . Die Evolute ist der Bandkurve gleichzusetzen. Sie wird im xy-Rastsystem dargestellt und kann durch kinematische Umkehr berechnet werden. In den Gleichungen (3.7) und (3.8) werden die Evolvente bzw. die Bandkurve in der Parameterdarstellung beschrieben. Das Verfahren ist die analytische Umsetzung des grafischen Verfahrens nach Hain.

$$x_u = x_e - y_e' \frac{x_e'^2 + y_e'^2}{x_e' y_e'' - y_e' x_e''} \quad (3.7)$$

$$y_u = y_e + x_e' \frac{x_e'^2 + y_e'^2}{x_e' y_e'' - y_e' x_e''} \quad (3.8)$$

Die in den Gleichungen (3.7) und (3.8) enthaltenen Ortsableitungen nach dem Antriebsparameter φ sind im Gleichungssatz (3.9) aufgestellt.

$$x_e' = \frac{dx_e}{d\varphi}, \quad y_e' = \frac{dy_e}{d\varphi}, \quad x_e'' = \frac{d^2x_e}{d\varphi^2}, \quad y_e'' = \frac{d^2y_e}{d\varphi^2} \quad (3.9)$$

In [Lov98] wurden die Evolventen- und Evoluten-Beziehungen für alle 4-gliedrigen Bandgetriebe aus Bild 4.11, S. 86 aufgestellt. Die Beziehung gilt nur für ein ideal dehnsteifes Band, d. h. die Banddehnung wird nicht

berücksichtigt. Daher ist dieses Verfahren für eine dynamische Simulation mit elastisch verformbarem Band ungeeignet.

3.4 Riemenmodelle

Die in Bandgetrieben verbauten Zugmittel führen aufgrund ihrer elastischen Eigenschaften infolge der über Scheiben, Hebel oder direkt angekoppelten bewegten Massen zu Schwingungen. Auch das Zugmittel selbst ist in der Realität massebehaftet und damit in sich schwingungsfähig. An Bändern, Seilen oder Ketten treten hauptsächlich drei Schwingungsformen in Erscheinung:

- Die Longitudinalschwingungen, hervorgerufen durch die Dehnfähigkeit längs der Bandrichtung,
- die Transversalschwingungen quer zur Bandrichtung sowie
- Kippschwingungen, welche das Band entlang seiner Längsrichtung tordieren.

Alle drei genannten Schwingungsarten beeinflussen sich je nach Steifigkeitseigenschaften am konkreten Band gegenseitig, wobei Longitudinal- und Transversalschwingungen im Wesentlichen die herbeigeführten Drehschwingungen der Riemenscheiben bestimmen.

Es existieren unterschiedliche Riemenmodelle in der Simulation. Ihr Einsatz richtet sich nach den speziell zu untersuchenden Schwingungserscheinungen, dem Einfluss der Materialeigenschaften der verwendeten Bänder und der gewünschten Ergebnisgenauigkeit.

Das einfachste Riemenmodell ist eine linear elastische Feder. Mit diesem können Längsschwingungen, hervorgerufen durch die elastische Bandsteifigkeit, abgebildet werden.

Die nächste Ausbaustufe ist z. B. ein Riemenmodell auf Grundlage von Kelvin-Voigt-Elementen. Diese bestehen aus einer Feder und einem parallel angeordneten dehnungsgeschwindigkeitsabhängigen Dämpfer. Dieser ist gut geeignet, um Reibungseinflüsse von Seilen bzw. Riemen aus Natur und Kunststoffen abzubilden.

Weitere nennenswerte Riemenmodelle sind das Riemenmodell nach Herrmann [Her91] und das Zweifasermmodell nach Butscher [But93].

In der aktuellen Veröffentlichung von Bankwitz [Ban13] wird ein ebenes Riemenmodell zur Beschreibung transversaler Bandschwingungen

vorgestellt. Es beruht auf den Berechnungsgleichungen der bewegten Saite [Wau08]. Dieser Lösungsansatz liefert für Bandgetriebe mit kleinen transversalen Auslenkungen in den Kontaktpunkten der Riemenscheiben realitätsnähere Ergebnisse.

3.5 Statischer Ausgleich von Gewichtskräften

Unter dem statischen Ausgleich von Gewichtskräften wird das Aufbringen von Gegenkräften zur Kompensation von Gewichtskräften aus Systemmassen verstanden. Die Bereitstellung der Ausgleichskraft kann im einfachen Fall durch eine gegenläufige Masse oder eine mechanische Feder erfolgen. Zweck des statischen Ausgleichs ist die Verkleinerung von Antriebs- bzw. Betätigungskräften. Eine Kompensation von Unwuchten an einfachen Rotoren oder Koppelgetrieben zählt hingegen zum dynamischen Massenkraftausgleich. Die Massenkräfte werden in diesem Fall durch die Beschleunigungen der Bauteilschwerpunkte bzw. durch eine veränderliche reduzierte Masse hervorgerufen. Nähere Informationen zum dynamischen Massenausgleich sowie deren Auslegung und Berechnung sind in der Literatur unter [VDI2149], [Dre11] und [Ebe12b] zu finden.

Die hierbei interessierenden statischen Ausgleichsmaßnahmen werden nachfolgend in die Kategorien Ausgleichsmechanismen mit Ausgleichsmassen, Ausgleichsmechanismen mit Feder-Koppelgetrieben und Ausgleichsmechanismen mit Feder-Bandgetrieben unterteilt. Zu den Ausgleichsmechanismen mit Feder-Koppelgetrieben existieren vielzählige Veröffentlichungen von Hain [Hai52a], [Hai54a], [Hai55], [Hai55c], [Hai56], [Hai58], [Hai58a], [Hai61], [Hai61a] und in jüngster Zeit von Herder [Her98], Agrawal [Agr04], [Agr05] und Sangamesh [San12]. Und auf dem Gebiet der Ausgleichsmechanismen mit Federn und Bandgetrieben liegen aus den 50er und 60er Jahren wiederum vielzählige Veröffentlichungen von Hain [Hai53a], [Hai55b], [Hai55c], [Hai55d] und [Hai60] vor. Ausgleichsmechanismen zum exakten Ausgleich mit Feder-Bandgetrieben wurden über die letzten drei Jahrzehnte weder theoretisch behandelt noch in der Praxis verbreitet eingesetzt. Gründe könnten vor allem in der stark vertretenen Konkurrenz der Feder-Koppelgetriebe und der in der Literatur praktisch nicht explizit aufbereiteten Berechnungsvorschriften für Feder-Bandgetriebe vorliegen. Auch ist die Möglichkeit eines vollständigen Ausgleichs über den gesamten Bewegungsbereich nicht für alle Anwendungen zwingend erforderlich.

Erst vor wenigen Jahren wurde der Massenausgleich mit Feder-Bandgetrieben vom Autor aufgefasst und eine anwenderfreundliche Berechnungsmethode mit seriellen Elementen entwickelt [Ebe12], [Ebe13].

3.5.1 Ausgleichsmechanismen mit Ausgleichsmassen

Einfache Mechanismen mit Ausgleichsmassen zum statischen Massenausgleich werden beispielsweise für Bahnschranken, für schwere Bürsten- und Ventilatoreintraversen von Autowaschanlagen sowie für Personenaufzüge, vertikal bewegliche Tore oder auch für den Ausgleich einer Trogmasse im Schiffshebewerk eingesetzt.

Aufgrund der zusätzlichen Systemmassen werden diese Mechanismen überwiegend in stationär betriebenen Maschinen verwendet. Das Grundprinzip ist das im Bild 3.10 a) dargestellte Waagebalkenprinzip, das entweder als einfacher Hebel oder in Form einer Flaschenzuganordnung b) mit konstanter Übersetzung ausgeführt ist.

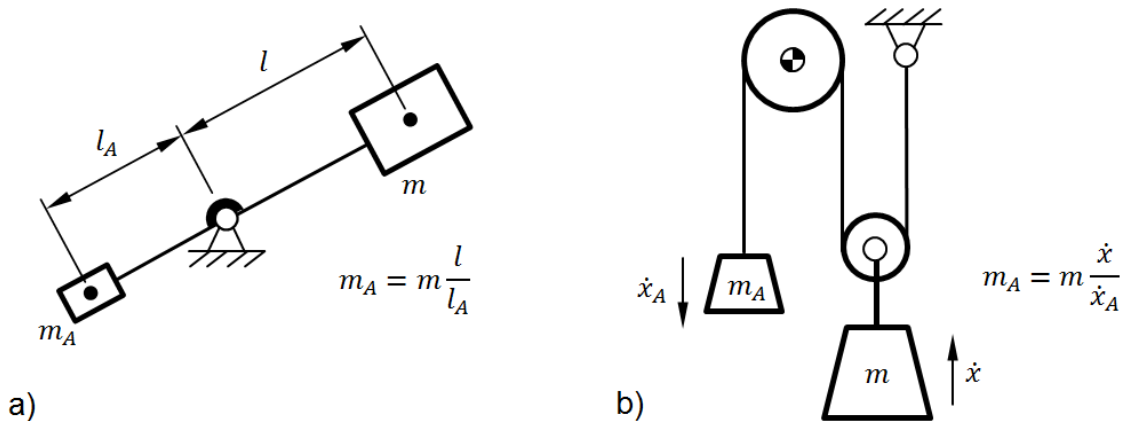


Bild 3.10: Statischer Massenausgleich nach dem Waagebalkenprinzip; a) Hebel, b) Seilgetriebe

3.5.2 Ausgleichsmechanismen mit Federn und Koppelgetrieben

Ausgleichsmechanismen mit Federn in Verbindung mit einfachen Hebeln oder Koppelgetrieben finden weit verbreiteten Einsatz zum Gewichtskraftausgleich von Industrierobotern, verstellbaren Schreibtisch- und Deckenlampen, Telefonschwenkarmen und von Beleuchtungstechniken von Zahnarztstühlen sowie Operationstischen. Einfache Feder-Hebelanordnungen oder 4-gliedrige Koppelgetriebe sind kostengünstig herstellbar und hervorragend für Leichtbauanwendungen geeignet. In vielen Fällen ist ein vollständiger Ausgleich nicht möglich oder sinnvoll, da die zu

kompensierenden Massenkräfte großen Schwankungen unterliegen oder lediglich die Bedienung von Geräten erleichtert werden soll. Beispielhaft für den teilweisen Kraftausgleich mit Federn ist die Höhenverstellung von Fahrzeugsitzen, Personenliegen aus der Therapietechnik oder Wohnzimmertischen.

Bereits in den 30er Jahren des vorigen Jahrhunderts entwickelte und patentierte Carwardine die Anglepoise-Lampe. Der 5-gliedrige parallelogrammförmige Ausgleichsmechanismus verfügt über zwei Freiheitsgrade und zwei Federn zum Massenausgleich einer Schreibtischlampe. Der geschichtliche und physikalisch-theoretische Hintergrund für diesen Ausgleich ist in [Fre00] zusammengefasst.

Etwa 20 Jahre später wurde die Verwendung von Federn zum Ausgleich statischer Lasten von Hain eingehend untersucht [Hai53b]. Er stellte an einem einfachen Hebel (siehe Bild 3.11 a)) das in der Gleichung (3.10) aufgestellte Drehmomentgleichgewicht in Abhängigkeit von der Hebelstellung φ auf.

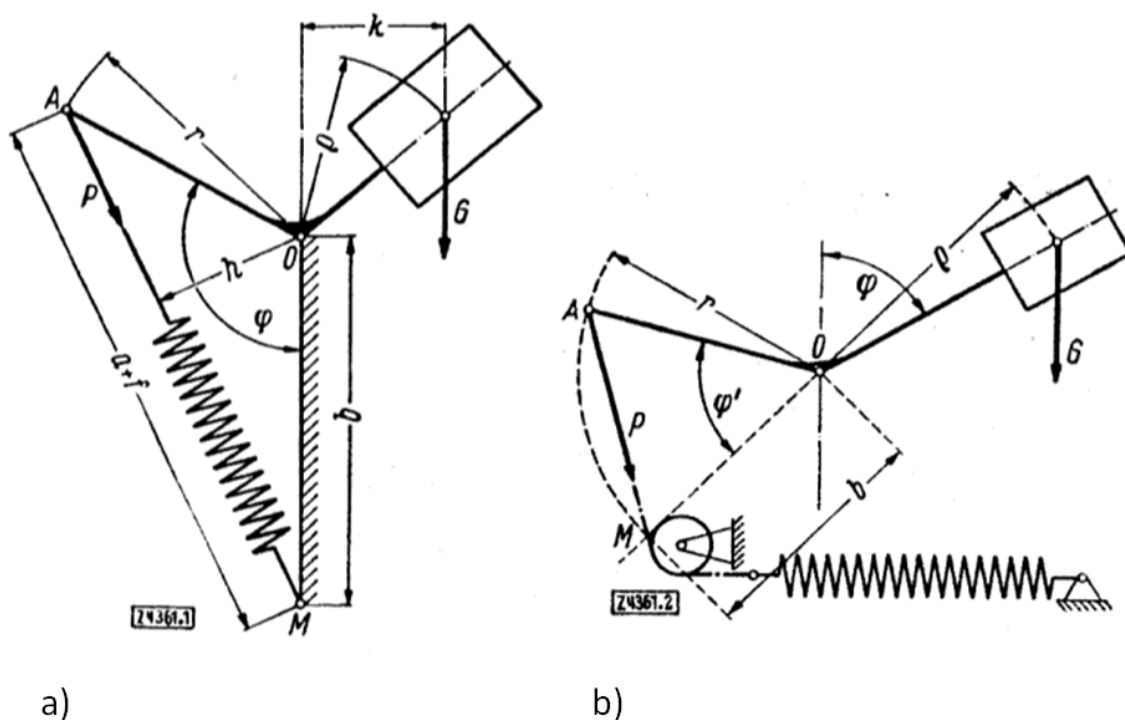


Bild 3.11: a) Drehmoment einfacher Hebel mit Koppelgetriebe, b) annähernd vollständiger Kraftausgleich durch Strukturänderung und somit Verlagerung der freien Länge, [Hai53b]

Die Länge b ist der Gestellabstand zwischen dem Drehgelenkpunkt des Hebels bis zum Drehpunkt der Feder im Gestell, und die Länge r ist die Länge des Hebels. a bezeichnet die freie Länge der Feder und c_s die Federsteifigkeit. Die freie Länge gibt die Länge der unbelasteten Feder an.

$$T(\varphi) = rbc_s \sin \varphi \left(1 - \frac{a}{\sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \cos \varphi}} \right) \quad (3.10)$$

Parameterstudien zeigen im Bild 3.12 a) den Einfluss aus dem Verhältnis von Gestellabstand zur Hebellänge und im Bild 3.12 b) die Auswirkungen der Federanfangslänge auf den Drehmomentverlauf $T(\varphi)$ am Hebelarm.

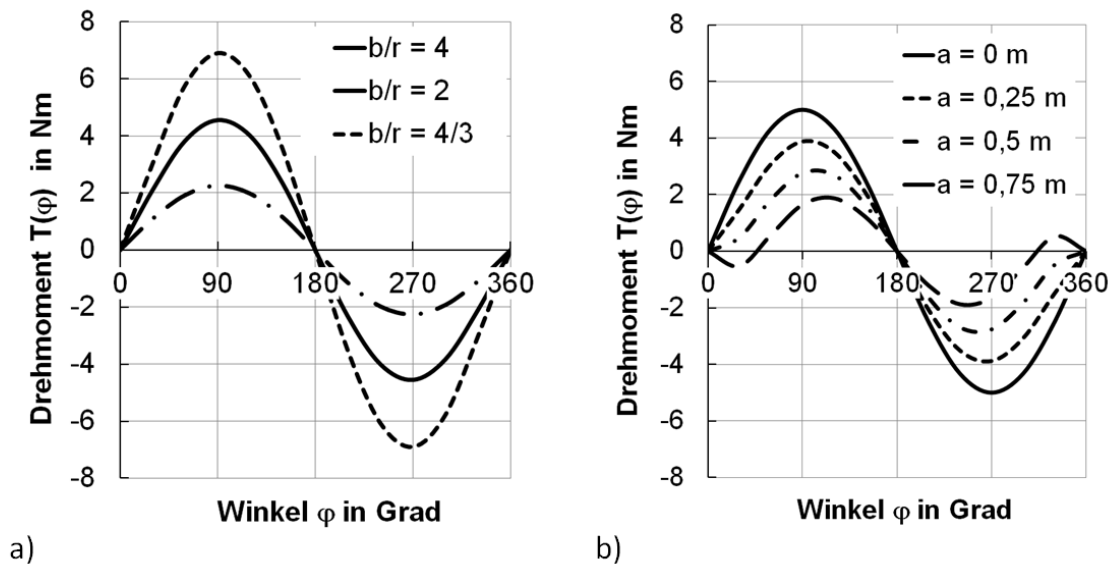


Bild 3.12: Parameterstudie a) Verhältnis Gestellabstand b zu Hebellänge r , b) freie Federlänge a

Es ist zu bemerken, dass für eine freie Länge von $a = 0$ m der Klammerausdruck zu eins wird und der Verlauf in eine Sinuskurve überführt wird. Dabei ist der Gestellabstand b gleich groß zur Hebellänge r (Gleichung (3.11)).

$$T(\varphi) = rbc_s \sin \varphi \quad (3.11)$$

Mit dieser Gleichung wird gleichzeitig eine Bedingung für den vollständigen Ausgleich einer Massenkraft $m g$ am Hebel k aufgestellt.

$$mgk \sin \varphi = rbc_s \sin \varphi = T(\varphi) \quad (3.12)$$

Zu nennen ist in diesem Zusammenhang die Erzeugung einer annähernd konstanten Kraft durch eine Schubkurbel, bei der an einer als Winkelhebel ausgeführten Kurbel eine Ausgleichsfeder angelenkt ist [Hai56].

In den weiteren Arbeiten von Hain wurden Konstruktionsvorschriften zum exakten Ausgleich in zwei, drei und vier Lagen aufgestellt [Hai61a]. Zudem wurde auch die Rückführbarkeit von mehreren an einem Hebelarm angreifenden Federn auf eine einzelne Feder bewiesen [Hai61]. Die Variation von möglichen Federeinbauten weitete Hain zunächst auf 4-gliedrige und 3-gliedrige offene kinematische Ketten mit zwei und mit mehreren Freiheitsgraden aus [Hai58]. Die Federanordnungen wurden zwischen zwei bewegten Gliedern oder einem Koppelpunkt und einem Drehpunkt im Gestell vorgenommen.

Mitte der 80er Jahre wurde Hains Syntheseansatz mit dem Modell einer idealisierten Feder erneut aufgegriffen und auf räumliche Mechanismen von Streit [Str89], Walsch und Gilmore [Wal91] erweitert. Die idealen Federn besitzen eine Ausgangslänge und Ausgangskraft von null sowie einen ideal linearen Anstieg der Federkraft mit dem Federweg. Weiterhin unterliegen sie keinen Beschränkungen in ihrer Dehnfähigkeit. Im Bild 3.11, S. 60 sind Umsetzungen dieser Ausgleichsmechanismen dargestellt.

Jüngere Veröffentlichungen befassen sich mit dem Ausgleich räumlicher Roboter und Manipulatoren [Agr04], [Her98] sowie höhergliedrigen und parallelogrammförmigen ebenen Mechanismen für Arm- und Beinorthesen (siehe Bild 3.13).

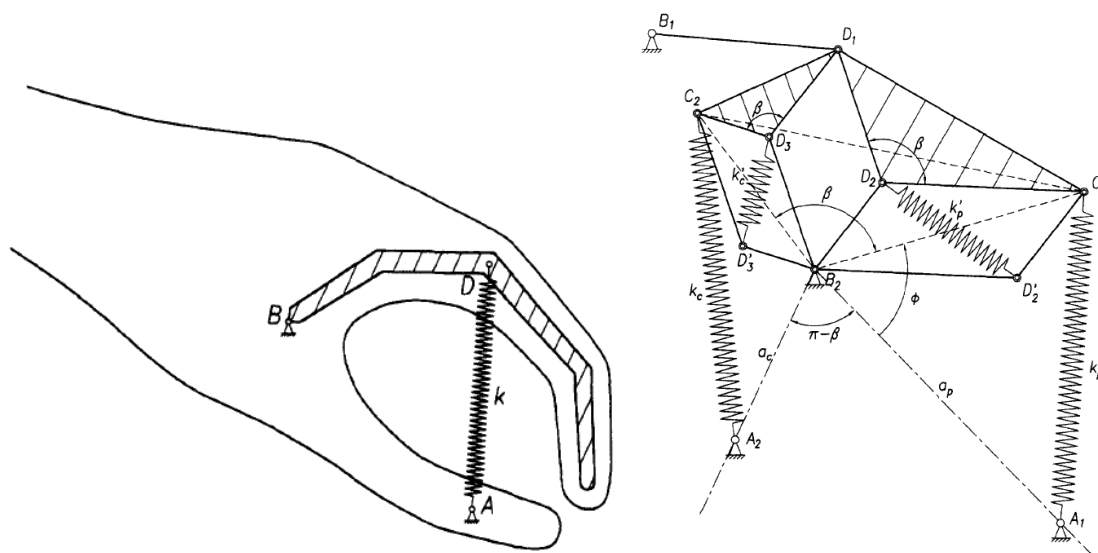


Bild 3.13: Ausgleichsmechanismen nach Herder [Her98]

Im Federdiagramm einer gewählten Feder wird für die vorliegende erste Stellung eine Kraft F_1 angenommen, durch das vorgegebene Drehmoment T_1 mit der Gleichung $h_1 = T_1/F_1$ der wirksame Hebelarm bestimmt und als Kreisbogen um A_0 angetragen. Anschließend wird eine Tangente an den Kreisbogen durch den Punkt B_1 angelegt und der Kontaktpunkt A_1 an der vermuteten Seilaufgestelle der Bandkurvenscheibe angenommen. Durch Schlagen eines Kreisbogens um A_1 durch den Punkt B_1 bis zur Verbindungslinie A_1 zu B_2 wird der Punkt P_2 und damit zugleich der Weg der Federlängung, welcher durch Streckenabschnitt P_2 und B_2 festgelegt wird, bestimmt.

Durch Antragen der Federlängung im Federdiagramm erfolgt die Ermittlung der Kraft F_2 für die zweite Getriebestellung und damit auch für den wirksamen Hebelarm h_2 , der aus dem Drehmoment T_2 der geforderten Drehmomentkennlinie berechnet wird. Durch weiteres Anlegen einer Tangente an den Radius von h_2 und durch B_2 entsteht der Kontaktpunkt A_2 als Schnittpunkt mit der Verbindungslinie A_1 zu B_1 . Das Verfahren wird solange fortgeführt bis die vollständige Bandkurve bestimmt ist. Im Nachgang sind ggf. Korrekturen der Lage von Punkt A_1 oder der Federkennlinie erforderlich.

In den nachfolgenden Veröffentlichungen von Hain wurden die Bandgetriebebestrukturen zum Ausgleich von Systemmassen auf 6-gliedrige Getriebe erweitert. Er beschäftigte sich seit Anfang der 50er Jahre mit höhergliedrigen Bandgetrieben und beschrieb unter anderem in [Hai53] die im Bild 3.15 dargestellten Bandgetriebebestrukturen für einen einfachen Ausgleich mit Bandgetrieben und Federn. In seinen folgenden Veröffentlichungen [Hai55b] und [Hai55c] wird dieses Prinzip auf höhergliedrige Getriebeanordnungen übertragen.

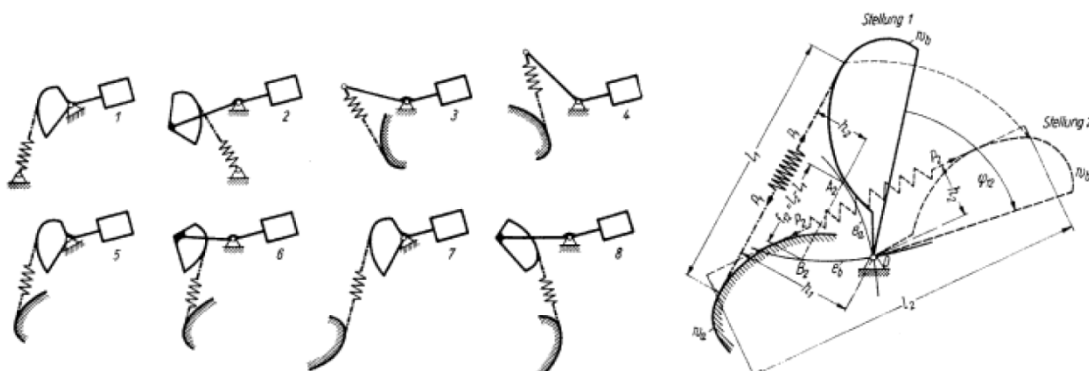


Bild 3.15: Einfache Bandgetriebe zum Ausgleich statischer Kräfte [Hai53]

4 Bibliothekselemente für ebene Koppel- und Bandgetriebe

Mit diesem Kapitel werden das Modellierungskonzept und die neu entwickelten Elemente für ebene Band- und Koppelgetriebe vorgestellt. Die in Bibliotheken zusammengefassten Elemente können zur Lösung von Synthese- wie auch zur Analyseaufgaben von Bandgetrieben und Band-Koppelgetrieben verwendet werden. Die Elemente der Koppelgetriebebibliothek werden wegen ihres großen Umfangs ausführlich in den Anlagen A und B beschrieben. Sie dienen vornehmlich zur Analyse von Koppelgetriebestrukturen. Jedoch können diese Elemente unter Verwendung eines Optimierungsprogramms für die Lösung einfacher Maßsyntheseaufgaben herangezogen werden.

4.1 Serielles Modellierungskonzept für ebene Getriebe

In physikalischen Systemen finden Energieübertragungen als zeitlich kontinuierliche Vorgänge statt. Die Systeme bestehen aus Elementen, welche durch Energieübertragungen untereinander in Wechselwirkung stehen. Die Energieübertragungen finden im Systemnetzwerk über Verbindungen, den sogenannten Connections, statt. Hierzu sind die Elemente mit energetischen Anschlüssen (Connectoren) ausgestattet. Jede physikalische Domäne besitzt für ihre Energieart eine spezielle Bezeichnung: Zum Beispiel elektrische Energie, pneumatische Energie oder mechanische Energie. Daher existieren für jede Energieart auch spezielle Verbindungen und Anschlüsse, welche in den Programmsystemen oft durch Farbkennzeichnungen unterschieden werden.

In der Domäne der eindimensionalen Mechanik wird die Connection als eine mechanisch starre Verbindung zwischen den angeschlossenen Elementen verstanden. Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung werden als Potenzialgröße gegenüber einem Bezugskoordinatensystem gemessen. Über die mechanische Verbindung wird ebenfalls eine Kraft übertragen (Flussgröße). Dabei ist die übertragene Leistung das Produkt aus Geschwindigkeit und Kraft. Die Wechselwirkung zwischen den Elementen findet in Natura zeitlich parallel statt. Gegenwärtig auf dem Markt verfügbare Simulationsprogramme bilden die geforderte simultane Verarbeitung der

Wechselwirkungen durch die Generierung und Lösung eines ganzheitlichen Gleichungssystems ab.

In dem für diese Arbeit verwendeten Programmsystem SimulationX existierten in der Domäne der Mechanik bereits die Bibliotheken der eindimensionalen Mechanik (translatorische und rotatorische Mechanik) und die dreidimensionale Mechanik (Mehrkörper-Mechanik bzw. 3D-Mechanik). Um auch ebene mechanische Systeme effizient abzubilden, wurde diese Lücke durch die neue Verbindung (2D-Connection) der ebenen Mechanik (2D-Mechanik) in Zusammenarbeit mit der Firma ITI geschlossen.

Potenzialgrößen sind die Bewegungsgrößen eines betrachteten Koordinatensystems gegenüber einem Bezugskordinatensystem in der Ebene. Das sind konkret die Wege in x - und y -Richtung und der Drehwinkel φ um die z -Achse sowie deren Ableitungen bis zur zweiten Ordnung ($\dot{x}$ und $\ddot{x}$, $\dot{y}$ und $\ddot{y}$ sowie die Drehgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ und Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$).

Die Flussgrößen sind die Schnittkräfte in x - und y -Richtung und das Drehmoment um die z -Achse. Die Komponenten der Flussgrößen werden in den Knoten entsprechend dem Gleichungssatz

$$\sum_{i=1}^3 Fx_i = 0, \quad \sum_{i=1}^3 Fy_i = 0, \quad \sum_{i=1}^3 Tz_i = 0 \quad (4.1)$$

aufsummiert.

Bild 4.1 zeigt ein Modell für einen ebenen Feder-Dämpfer-Masseschwinger mit Krafterregung an einem mit Masseeigenschaften hinterlegten Körper.

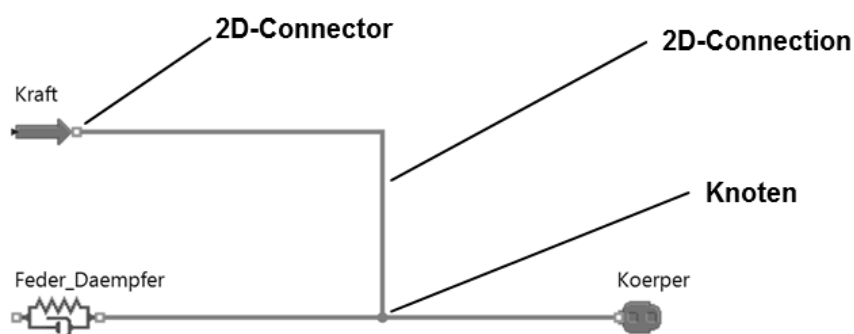


Bild 4.1: Die 2D-Connection verbindet 2D-Elemente über 2D-Connectoren. Die Verzweigungen der 2D-Connectoren erfolgen über Knoten.

Neben den mechanischen Verbindungen wurde speziell für Bandgetriebe (vgl. Bild 4.2) eine Band-Connection eingeführt. Sie überträgt den Bandneigungswinkel und die gerollte Bandlänge (Bandmaterialfluss von Element zu Element). Diese Informationen werden beispielsweise zwischen einer Rolle und einem Bandabschnitt ausgetauscht. Für jede Band-Connection besteht die Forderung, dass nur Informationen zwischen zwei angeschlossenen Elementen ausgetauscht werden dürfen. Verzweigungen sind für die Band-Connection unzulässig und daher in der Modellierungsumgebung durch den Anwender nicht herstellbar.

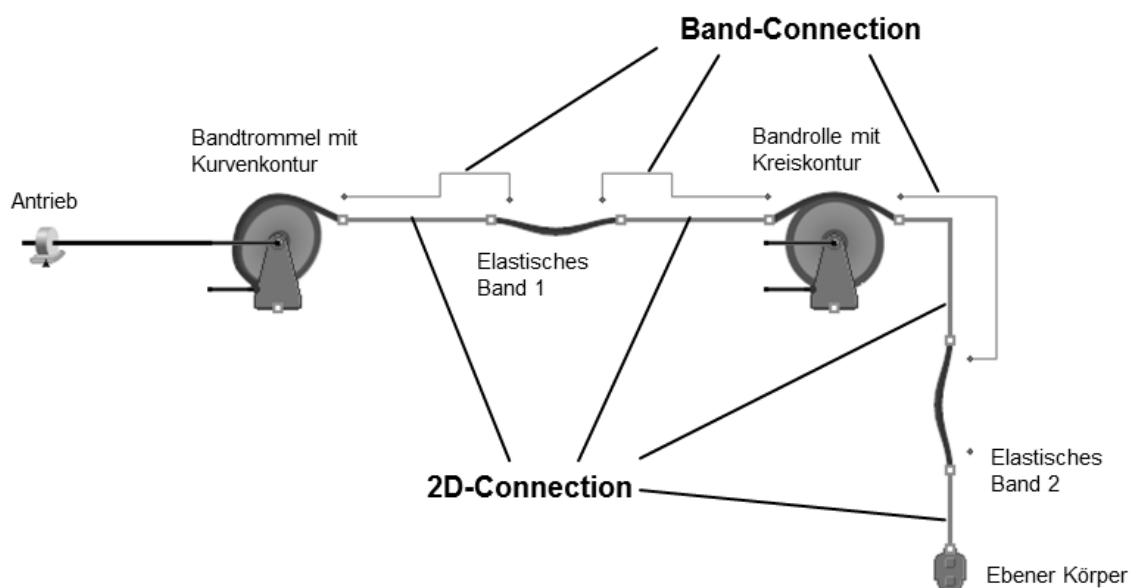


Bild 4.2: Abbildung der Band-Connection in der Modellierung von Bandgetrieben: Die Band-Connection überträgt die gewickelte Bandlänge und den Bandneigungswinkel.

4.2 Bibliothekselemente zur Analyse von Koppelgetrieben

Die modulare kinematische Analyse ebener Gelenkgetriebe mit Dreh- und Schubgelenken nach VDI 2729 beinhaltet die Module der Antriebe, Module der Zweischläge, das Modul einer Führung eines Gliedpunktes sowie drei Messmodule (vgl. Kapitel 3.2). Mit diesen kann die Kinematik zwangsläufiger Koppelgetriebe für Elementargruppen bis zur zweiten Klasse modelliert und gelöst werden.

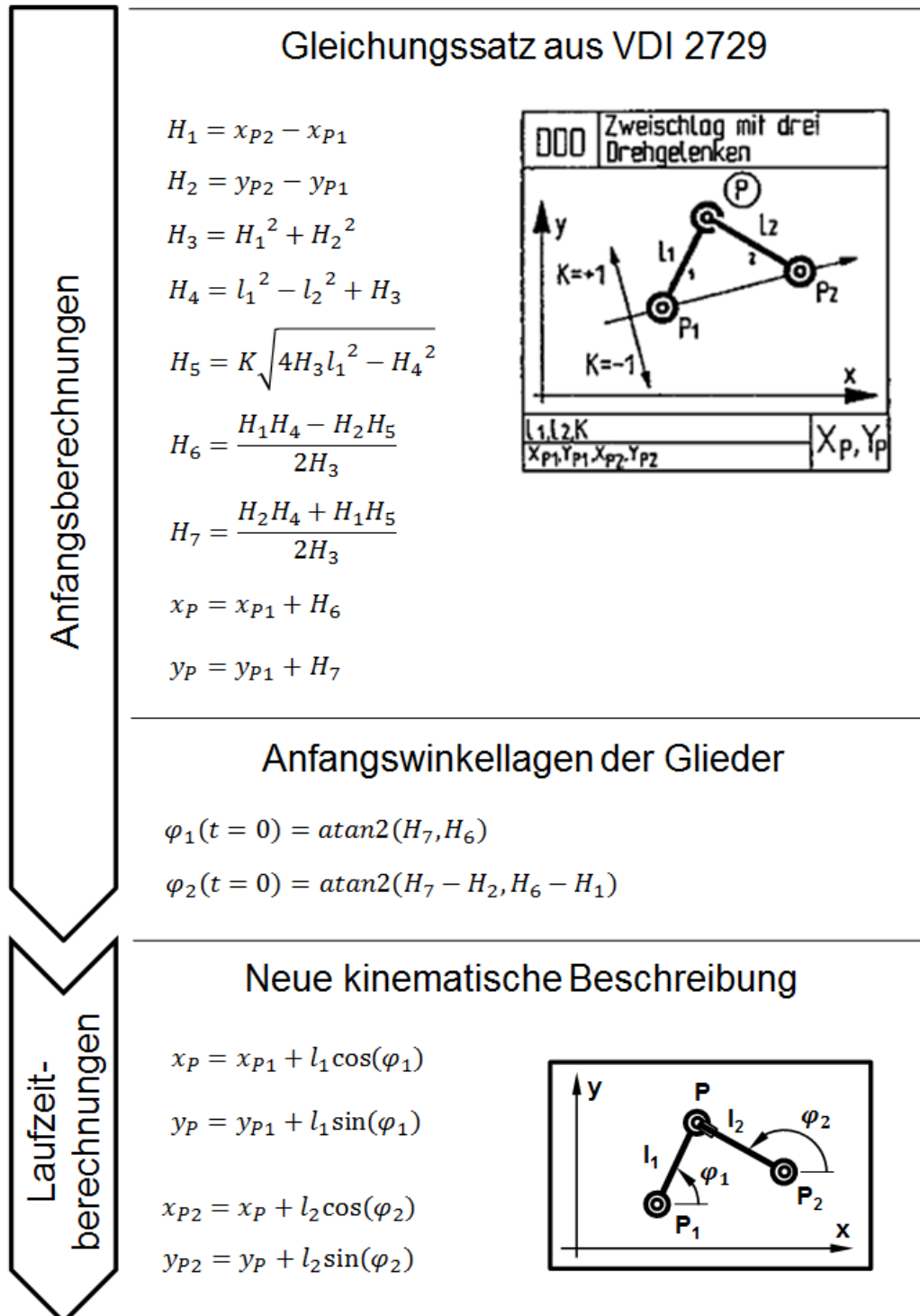
4.2.1 Problemstellung und Lösungsansatz

Für ein Modellierungskonzept, das in der Lage ist, dynamische Aufgabenstellungen zu lösen, sind folglich dessen Elemente durch Kräftegleichungen zu erweitern. Dabei führt eine „reine“ Übernahme der kinematischen Gleichungen aus der VDI 2729 zu Problemen. Das auf diese Weise entstandene nichtlineare Gesamtsystem ist mit einem Gleichungslöser nur eingeschränkt lösbar. In der Richtlinie sind die Gleichungen bis zur zweiten Ableitung analytisch formuliert und können algorithmisch gelöst werden. Für diese Aufgabe ist ein Gleichungslöser nicht zwingend erforderlich. Eine starre Bewegungsvorgabe wird ausgehend vom Antriebs- bis zum Abtriebsglied von Modul zu Modul sequenziell abgearbeitet und setzt somit ein zwangsläufiges Getriebe voraus.

Die VDI-Richtlinie beinhaltet eine Vorauswahl für die Lösung in den Elementen DDD und DDS. Der Parameter K teilt die Lage in zwei Lösungshalbebenen, deren Grenzlinie für das DDD-Modul zwischen dem Punkt P1 und P2 verläuft und für das Modul DDS durch das Lot vom Punkt P1 auf die Schubgeraden gebildet wird (siehe Bild 4.3, S. 67 oben rechts). Die Berechnung eines durchschlagenden Getriebes bleibt damit verwehrt. Zur Vollständigkeit ist zu bemerken, dass für das Modul DSD der in der VDI-Richtlinie aufgeführte Auswahlparameter K lediglich auf den Lageort des Punktes P wirkt. Die Lage des Lotfußpunktes zwischen den Anschlusspunkten P1 und P2 bleibt unbeeinflusst und damit auch die Übertragungseigenschaften für dieses Modul. Die Lage wird in diesem Fall eindeutig über den Schieberversatz gesteuert.

Die Module DDD und DDS enthalten innerhalb jeder Ableitungsordnung Wurzelgleichungen. Diese führen zu numerischen Problemen bei der Findung physikalisch konsistenter Anfangslösungen und schränken den

Getriebebewegungsbereich mit nachfolgend beschriebenen Auswirkungen ein.



Zum Simulationsstart wird für die neuen Elemente DDD und DDS die Einbaukonfiguration über den Lageparameter K festgelegt, d. h. es gelten weiterhin für die Lagefunktion 0. Ordnung die Algorithmen der VDI 2729. Da nun die Ausgangslagen aller Punkte im Element bekannt sind, sind auch die Anfangsausrichtungen der Glieder festgelegt. Deren Winkelwerte gelten als Startwerte für die kinematische Beschreibung in Punkt-Richtungs-Form (zum Beispiel: $x_P = x_{P1} + l_1 \cos \varphi_1$, $y_P = y_{P1} + l_1 \sin \varphi_1$) während der Simulationslaufzeit. Diese Vorgehensweise wird am Element DDD im Bild 4.3, S. 67 beispielhaft verdeutlicht.

Ferner erfolgt die kinematische Beschreibung aller weiteren Koppelgetriebeelemente einheitlich durch die Lagerpunkte, die Gliedlänge und Gliedrichtung bis hin zur Lagefunktion 2. Ordnung. Das Gleichungssystem ist frei von Wurzelfunktionen und unterliegt während der Simulationslaufzeit keinen physikalisch-widersprüchlichen Bewegungseinschränkungen.

Die Gleichungssätze der Kräfte folgen dem klassischen kinetostatischen Prinzip der technischen Mechanik [Fis94]. Nach diesem werden die einzelnen Bauteile an den Gelenken und starren Verbindungen freigeschnitten und die Kräfte in x- und y-Richtung sowie das Moment um die z-Achse angetragen (vgl. Bild 4.4 für das Element DDD). Weiterhin wirken an den massebehafteten Bauteilen die Massenträgheitskräfte und die Massenträgheitsmomente in den Schwerpunkten.

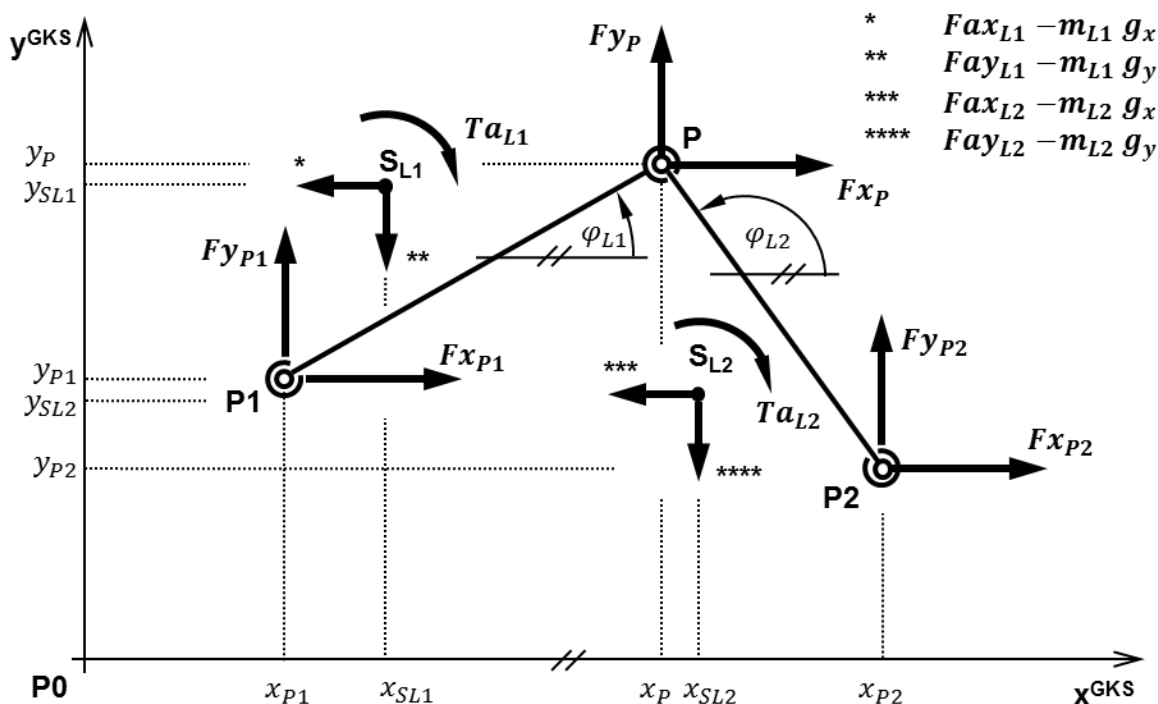


Bild 4.4: Beschreibung der Dynamik für das Element DDD

4.2.2 Elemente

Für die in dieser Arbeit entwickelten Elemente wurden ausschließlich das Konzept des modularen Aufbaus, die Bezeichnungen der Module sowie für die Elemente DDD und DDS die Berechnungsgleichungen zur Bestimmung von Anfangslagen aus der VDI 2729 übernommen. Alle im Bild 4.5 aufgezeigten Elemente zur Simulation von ebenen Koppelgetrieben sind in einer Bibliothek, der Koppelgetriebebibliothek, zusammengefasst.

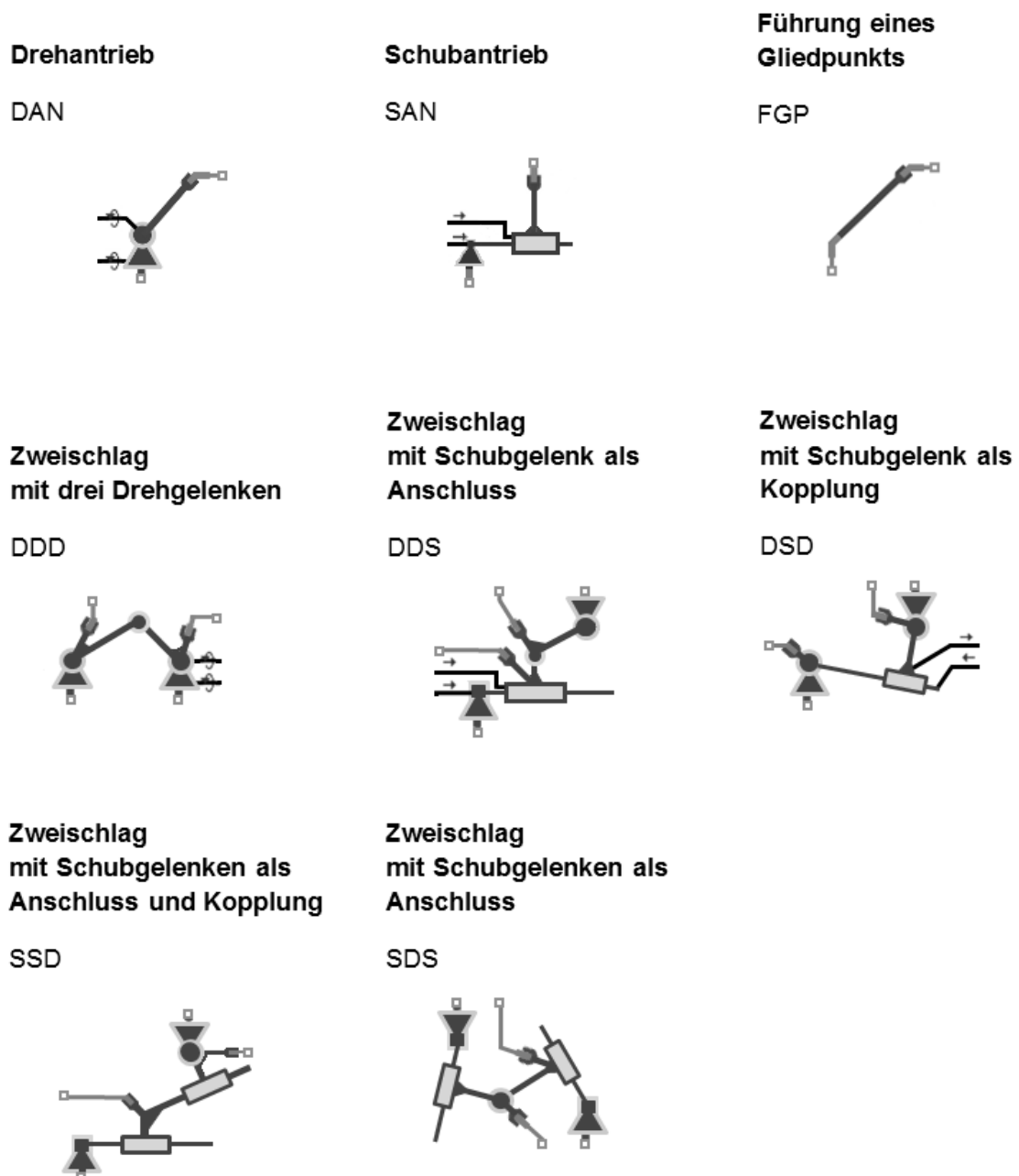


Bild 4.5: Elemente der Koppelgetriebebibliothek

Jedes Bauteil (bewegte Ebene) ist mit einem 2D-Anschluss ausgestattet, wodurch alle Koppelgetriebeelemente frei zu einer gewünschten Getriebestruktur verbunden werden können.

4.2.3 Modellierungskonzept für die Modell- und Animationsansicht

Die Bedeutung der im Bild 4.5, S. 69 verwendeten Elementsymbole ist durch die in der Tabelle 4.1 erläuterten Teilgrafiken erklärt.

Tabelle 4.1: Bedeutung der in den Elementsymbolen verwendeten Grafiken

Symbol	Bezeichnung	Erläuterungen
	Bedingt im Gestell fixierter Anschlusspunkt	Dreieckige Lagersymbole kennzeichnen Anschlüsse, dessen Anschlusspunkte nur beweglich sind, wenn dieser Anschluss mit einem Vorgänger- oder einem Nachfolger-element belegt ist. Ist der betreffende Anschluss nicht belegt, so wird der zugeordnete Anschlusspunkt im Gestell fixiert.
	Bedingt gegenüber dem Gestell freier Anschlusspunkt	Anschlüsse mit einer Stecker-Buchse-Symbolik sind im unbelegten Zustand frei beweglich. Bei einer Anschlussbelegung werden die Elemente über die Verbindungen starr verbunden.
	Drehgelenk	Kreisrunde Gliedverbindungen symbolisieren Drehgelenke.
	Schubgelenk	Rechteckige Gliedverbindungen symbolisieren Schubgelenke.
	Starre Verbindung	Symbolisiert eine feste Verbindung, z. B. zwischen einer Verbindung am Anschlusspunkt und einer Schubgeraden.

Die Elemente werden per Drag and Drop aus der Bibliothek in das Modellfenster gezogen und entsprechend der gewünschten Getriebetopologie platziert. Anschließend erfolgt das Verbinden der Elemente durch einfaches Ziehen von Verbindungen von Anschluss zu Anschluss entsprechend der gewünschten Getriebestruktur. Abschließend werden die Parameter der Elemente mit Eingabewerten der Punktlagen, Gliedlängen und Massen definiert.

Neben der Modellansicht existiert eine Animationsansicht, mit der der Lauf des Getriebes visualisiert wird. Das Programmsystem wurde so programmiert, dass automatisiert Gestelllagerungen, Gelenkpunkte und geführte Punkte einer Ebene erkannt und diese durch sinnbildliche Symbolik grafisch dargestellt werden. Im Bild 4.6 ist beispielhaft die Modell- und Animationsansicht für ein koppelkurvengesteuertes Rastgetriebe dargestellt. Eine automatisierte Darstellung „versteifter Ecken“ ist derzeit in der Animationsansicht nicht umgesetzt.

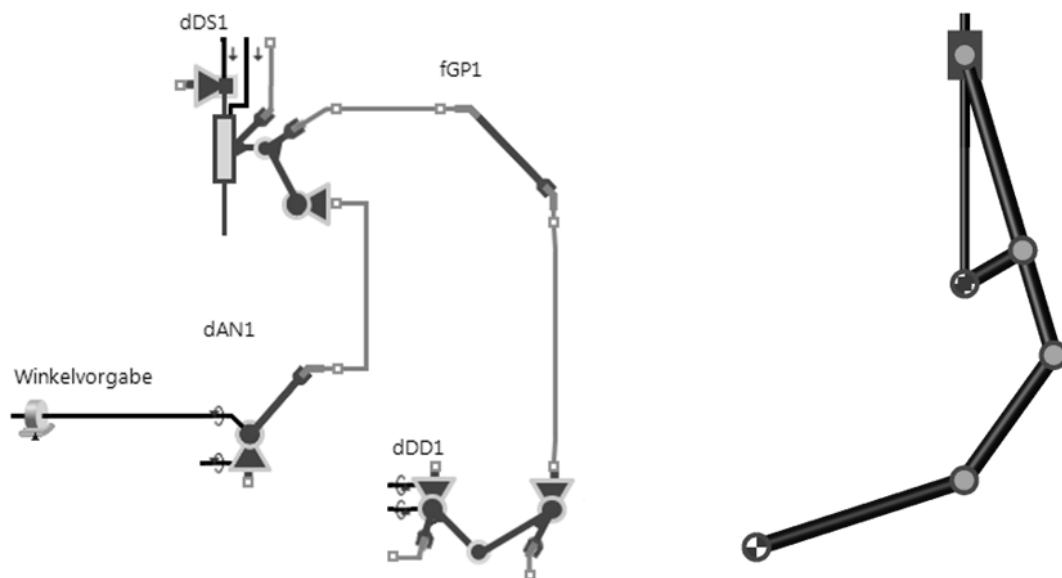


Bild 4.6: Koppelkurvengesteuertes Rastgetriebe; links Modellansicht; rechts Animationsansicht

4.3 Bibliothekselemente zur Maßsynthese von Bandgetrieben

In diesem Kapitel werden die Bibliothekselemente zur Maßsynthese von ebenen Bandgetriebebestrukturen vorgestellt. Die Elemente ermöglichen beispielsweise die Anbindung einer Bandkurvenscheibe an eine Schwinge, an einen Schieber oder an eine Koppelgetriebebestruktur. Weiterhin existieren ein Element zur Kreisrollenanbindung und ein Element zur Anbindung an eine Abzugsdüse bzw. einer im Bandabschnitt angeordneten Zugfeder. Die für alle Strukturen notwendige Berechnung der Bandkurve (Evolute) erfolgt aus der Abwickelkurve (Evolvente) und wird durch das Element Bandkurve bereitgestellt.

Die im Element durchgeführten Berechnungen zur Erzeugung der Bandkurve basieren auf dem von Hain beschriebenen Prinzip der kinematischen Umkehr. Der Unterschied zu den bisherigen analytischen Umsetzungen [Lov98], [FuT13] liegt in der Aufteilung der kinematischen Umkehr in zwei Phasen. Die Umkehr der Abtriebsbewegung erfolgt getrennt von der kinematischen Umkehr zur Evolventenerzeugung. Durch diese Aufteilung konnte das modulare Bibliothekskonzept effektiv mit wenigen Elementen für eine Vielzahl von praxisrelevanten Bandgetriebebestrukturen umgesetzt werden. Auch die in den Elementen hinterlegten kinematischen Berechnungsgleichungen sind somit leichter nachvollziehbar. Dieses Konzept wird in der Synthese besonders durch die im Kapitel 4.1 vorgestellten mechanischen 2D-Verbindungen unterstützt, da alle benötigten Daten zur Beschreibung einer bewegten Ebene in einer Verbindung zusammengefasst übertragen werden.

4.3.1 Strukturen mit Schwinge-, Schieber- und Koppelgetriebeanbindung

Strukturen, bei denen das von einer Bandkurvenscheibe abgewickelte Band an eine beliebig ausgeführte zwangsläufige Koppelgetriebebestruktur drehgelenkig anschließt, werden durch eine Verknüpfung mit den Elementen der Koppelgetriebebibliothek erzeugt (siehe Bild 4.7, S. 73 oben rechts und links). Für die 4-gliedrigen Getriebebestrukturen betrifft dies die Strukturen DBDD mit beliebigem Bezugsgliedwechsel (vgl. Bandgetriebe-systematik Bild 2.6, S. 32 erste Spalte). Dasselbe gilt für 4-gliedrige Bandgetriebe, die aus der Schubkurbel- bzw. aus der Kreuzschleifenkette abgeleitet wurden und mit einem Bandgelenk ausgestattet sind (vgl. Bild 2.7, S. 33 erste Zeile). Weiterhin können auch

Koppelpunkte aus zwangsläufigen Koppelgetrieben als drehgelenkiger Anschlusspunkt für das Band in der Synthese dienen (vgl. Bild 4.7 unten).

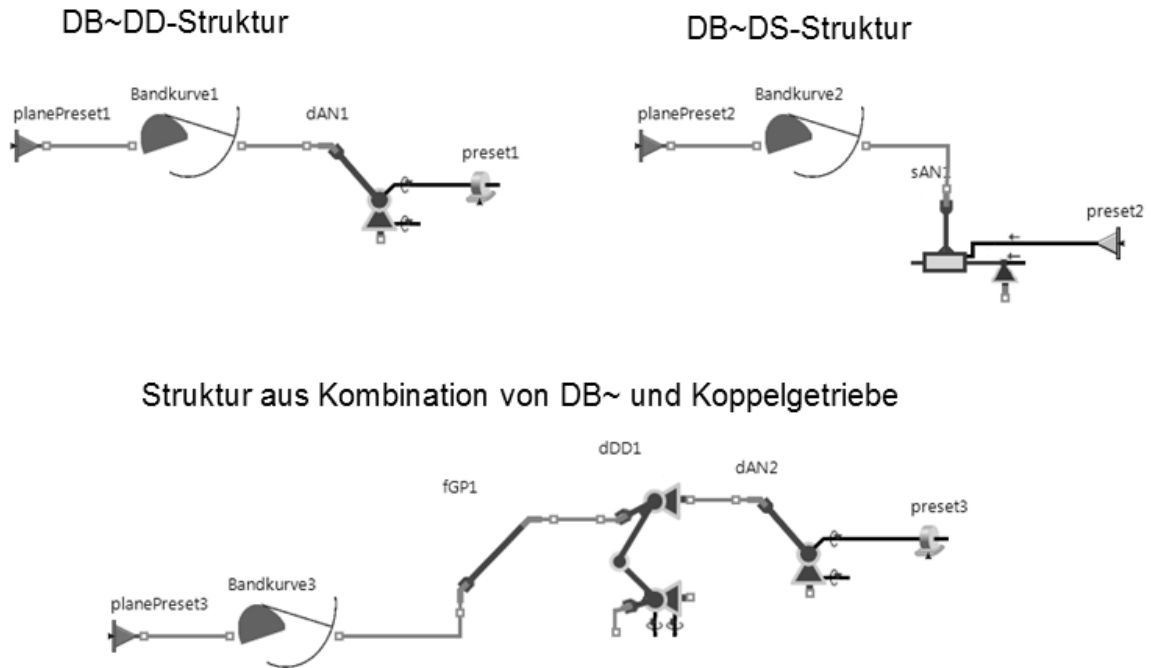


Bild 4.7: Getriebestrukturen aus Band- und Koppelgetriebeelementen

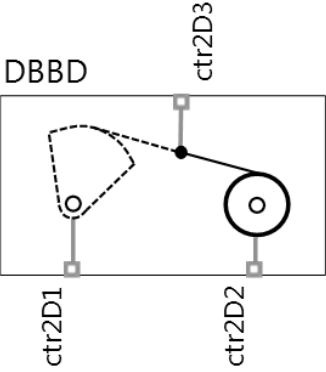
Die Bewegung am drehgelenkigen Anschlusspunkt zwischen Band- und Koppelgetriebe wird durch die Abtriebsfunktion vorgegeben. Im Anschlusspunkt werden die Koordinaten des Anschlusspunkts für das Band an das Element Bandkurve übergeben, um mit diesem die gesuchte Bandkurvenkontur zu erzeugen.

4.3.2 DB~BD-Struktur (mit Rolle)

Betrachtet wird ein 4-gliedriges Bandgetriebe mit einer allgemein geformten Bandkurvenscheibe und einer kreisrunden Rolle. Gegeben sind die Gestellagerpunkte, der Rollenradius, die Einbaulage des Bandes sowie die mit diesem Getriebe zu realisierende Übertragungsfunktion. Gesucht ist die zugehörige Bandkurvenscheibenkontur, wobei das hier vorgestellte Element DB~BD als Zwischenergebnis der Synthesaufgabe die Koordinaten des Spurpunktes für die Erzeugung der Evolvente und der ihr zugeordneten Bandkurvenscheibenkontur berechnet. Mit dem Element DB~BD wird speziell ein fiktiver Anschlusspunkt auf dem Band bestimmt, der durch die Übertragungsfunktion und die von der Rolle abgewickelte Bandlänge sowie

von der momentanen Bandneigung festgelegt ist. In der Tabelle 4.2, S. 74 ist für das Element DB~BD das Elementsymbol mit seinen drei 2D-Anschlüssen dargestellt.

Tabelle 4.2: Symbol und Anschlussbelegung für das Element DB~BD

Symbol und Anschlüsse		
Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss an der Bandkurvenscheibenebene (Anschlusspunkt P1)
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss an der Kreisrollenebene (Anschlusspunkt P2)
	ctr2D3	Mechanischer 2D-Anschluss für Evolventenkoordinaten zur Übergabe an das Element Bandkurve (Anschlusspunkt P3)
Parameter		
Benennung	Zeichen	Bemerkung
Anfangsweg	x_0	Anfangsweg der abgewickelten Bandlänge
Montageparameter	K	$K = +1$ für Kontaktpunkt der Kreisscheibe linksseitig der von P1 nach P2 verlaufenden Gestellgeraden $K = -1$ für Kontaktpunkt der Kreisscheibe linksseitig der von P1 nach P2 verlaufenden Gestellgeraden

Im Bild 4.8, S. 75 ist die Struktur DB~BD als Kombination von Bandkurvenscheibe und zentrisch gelagerter kreisrunder Bandscheibe dargestellt. Ihre Verwendung bietet gegenüber einer DB~DD-Struktur folgende Vorteile:

- Der Übertragungswinkel an der zentrisch gelagerten Kreisscheibe beträgt in jeder Getriebestellung 90° .
- Die in der Montage sicherzustellende Einbaulage kann bei Verwendung einer Kreisscheibe durch einfaches Verdrehen der

Scheibe oder Verändern der Bandlänge mit geringem Aufwand korrekt eingestellt werden.

- Die Kreisscheibe ist einfach und kostengünstig herstellbar.
- Die Kreisscheibe verhält sich in Ihrer Grundcharakteristik bezüglich der Übertragungsfunktion linear. Der Syntheseprozess der Bandkurvenscheibenkontur ist in der Berechnung stabiler und deckt einen größeren Umfang von Bewegungsgesetzvorgaben mit konstruktiv ausführbaren Bandkurvenscheibenkonturen ab.

Das Bild 4.8 verdeutlicht das kinematische Schema mit 4-gliedrigem Ersatzgetriebe für die Struktur DB~BD mit einer zentrisch im Bezugsglied gelagerten Kreisscheibe.

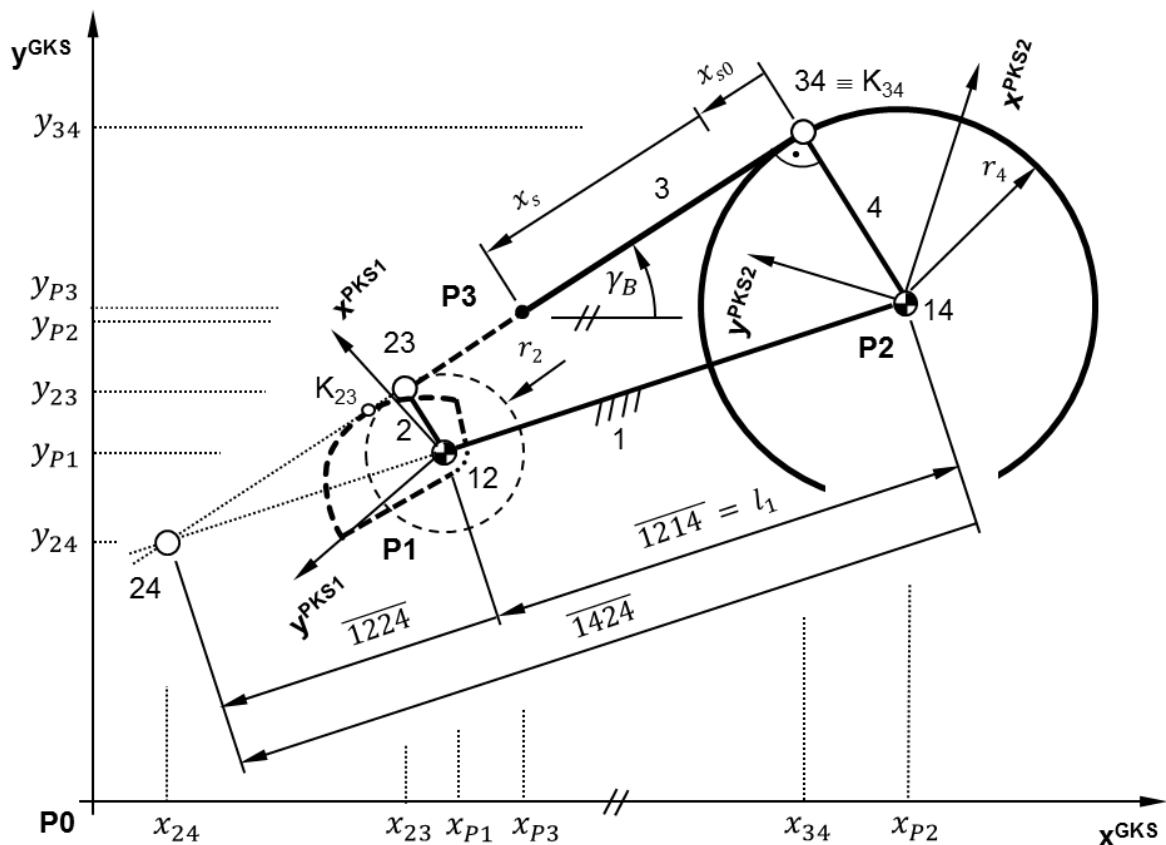


Bild 4.8: Kinematik zur Synthese der DB~BD Struktur

Für diesen Getriebeaufbau existieren die im Bild 4.9, S. 76 dargestellten vier Montagevarianten. Sie unterscheiden sich in der Drehrichtung (Vorzeichen der Übersetzung) und in der Wickelrichtung des Bandes. Die Auswahl der passenden Konfiguration richtet sich nach der geforderten Drehrichtungszuordnung und nach dem Richtungssinn der an den Scheiben

angreifenden Drehmomente. Sie müssen so gerichtet sein, dass das Band immer straff gehalten wird. Die Auswahl der Konfiguration wird über den Parameter K gesteuert. Soll der Kontaktpunkt der Kreisscheibe links von der Gestellgeraden liegen, deren Richtung ausgehend vom Momentanpol 12 in Richtung 14 betrachtet wird, so wird der Parameter $K = +1$ gesetzt. Und für eine rechtsseitige Lage von der Gestellgeraden ist der Parameter auf $K = -1$ zu setzen.

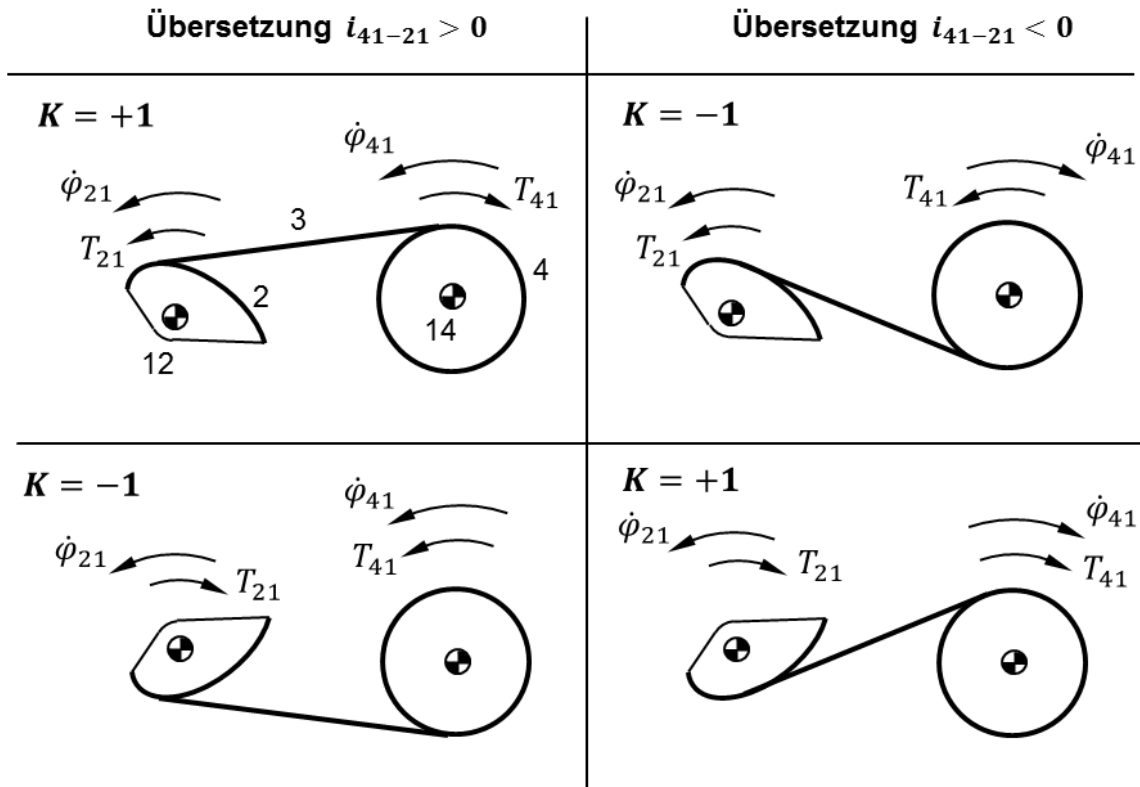


Bild 4.9: Montageparameter K für positive und negative Übersetzungen sowie der Drehmomentübertragungsrichtungen

Die von der Getriebebestellung abhängige Übersetzung ist durch den Quotienten der zugeordneten Drehgeschwindigkeiten durch die Gleichung

$$i_{41-21}(\varphi_{P1}) = \frac{\omega_{P2}(\varphi_{P1})}{\omega_{P1}(\varphi_{P1})} = \frac{r_4}{r_2} \quad (4.2)$$

definiert.

Die x- und y-Teilabschnitte der im Bild 4.8, S. 75 dargestellten Polstrecken zwischen den Momentanpolen 21 und 41 werden aus den Gleichungen (4.3) und (4.4) ermittelt.

$$H_1 = x_{P2} - x_{P1} \quad (4.3)$$

$$H_2 = y_{P2} - y_{P1} \quad (4.4)$$

Der zugehörige Gestellabstand l_1 ist der vektorielle Betrag der Teilabschnitte entsprechend der Gleichung (4.5).

$$l_1 = \sqrt{H_1^2 + H_2^2} \quad (4.5)$$

Die Polstrecke $\overline{1424}$ kann aus der Übersetzung i_{41-21} und dem Gestellabstand l_1 hergeleitet werden (vgl. Kapitel 2.6).

$$\overline{1424} = \frac{l_1}{1 - i_{41-21}} \quad (4.6)$$

Die Lage von Momentanpol 24 lässt sich nun aus dem Längenverhältnis der Teilabschnitte zum Gestellabstand mit den Gleichungen (4.7) und (4.8) bestimmen.

$$x_{24} = x_{P2} - H_1 \frac{\overline{1424}}{l_1} = x_{P2} - H_1 \frac{1}{1 - i_{41-21}} \quad (4.7)$$

$$y_{24} = y_{P2} - H_2 \frac{\overline{1424}}{l_1} = y_{P2} - H_2 \frac{1}{1 - i_{41-21}} \quad (4.8)$$

Des Weiteren resultiert die Lage von Momentanpol 34 aus einem rechtwinkligen Dreieck, welches durch die Pole 24, 34 und 14 aufgespannt wird. Dabei sind zwei an der Gestellgeraden spiegelbildliche Lösungen der Momentanpollage 34 möglich. Die Anfangslage ist durch den zuvor geschilderten Montageparameter K festzulegen. Es gelten die Gleichungen (4.9) bis (4.18).

$$H_3 = x_{P2} - x_{24} \quad (4.9)$$

$$H_4 = y_{P2} - y_{24} \quad (4.10)$$

$$H_5 = H_3^2 + H_4^2 \quad (4.11)$$

$$H_6 = \sqrt{H_5^2 - r_4^2} \quad (4.12)$$

$$H_7 = H_6^2 - r_4^2 + H_5^2 \quad (4.13)$$

$$H_8 = \begin{cases} +K\sqrt{4H_5H_6^2 - H_7^2} & \text{für } i_{41-21} \leq 1 \\ -K\sqrt{4H_5H_6^2 - H_7^2} & \text{für } i_{41-21} > 1 \end{cases} \quad (4.14)$$

$$H_9 = \frac{H_3H_7 - H_4H_8}{2H_5} \quad (4.15)$$

$$H_8 = \frac{H_4H_7 + H_3H_8}{2H_5} \quad (4.16)$$

$$x_{34} = x_{24} + H_9 \quad (4.17)$$

$$y_{34} = y_{24} + H_{10} \quad (4.18)$$

Die Lage von Momentanpol 23 ist aus den geometrischen Verhältnissen der Polstreckenabschnitte von 34 zu 24 und der Übersetzung nach den Gleichungen (4.19) bis (4.22) zu bestimmen.

$$H_{11} = x_{34} - x_{24} \quad (4.19)$$

$$H_{12} = y_{34} - y_{24} \quad (4.20)$$

$$x_{23} = x_{24} + H_{11} i_{41-21} \quad (4.21)$$

$$y_{23} = y_{24} + H_{12} i_{41-21} \quad (4.22)$$

Die Bandneigung γ_B folgt nach der Gleichung (4.23) aus dem Anstieg der Verbindungsgeraden von Momentanpol 23 zu Momentanpol 34.

$$\gamma_B = \text{atan2}(y_{34} - y_{23}, x_{34} - x_{23}) \quad (4.23)$$

Der Weg der am kreisförmigen Bandrollenumfang gewickelten Bandlänge ergibt sich aus der Überlagerung von Rollendrehung und Abwicklung durch Veränderung der Bandneigung multipliziert mit dem Radius der Bandrolle

$$x_s = x_{s0} + r_4(\gamma_{\Delta B} + \varphi_{\Delta P2}). \quad (4.24)$$

Der Anfangsweg x_{s0} wird als Eingabeparameter vom Benutzer gewählt.

Die am Anfang der Berechnung auf Null gesetzten Winkel für Kreisscheibe und Bandneigung folgen aus den Gleichungen

$$\gamma_{\Delta B} = \gamma_B - \gamma_B(t = 0), \quad (4.25)$$

$$\varphi_{\Delta P2} = \varphi_{P2} - \varphi_{P2}(t = 0). \quad (4.26)$$

Der auf dem Band mitbewegte Punkt P3 ist der zu ermittelnde Anschlusspunkt zur Berechnung der Evolvente. Er wird ausgehend vom Momentanpol 34 (ortsgleich mit Kontaktpunkt der Kreisscheibe) um die abgewickelte Länge x_s in Bandneigungsrichtung bewegt und in globalen Koordinaten mit den folgenden Gleichungen ermittelt

$$x_{P3} = x_{34} - x_s \cos \gamma_B, \quad (4.27)$$

$$y_{P3} = y_{34} - x_s \sin \gamma_B. \quad (4.28)$$

Im Fall einer Übersetzung von $i_{41-21} = 1$ liegt der Momentanpol 24 unendlich fern auf der Gestellgeraden. Der Nenner aus der Gleichung (4.6) wird zu null und somit das Gleichungssystem singulär. In diesem Fall löst ein gesonderter Gleichungssatz das Problem. Die Berechnung der Momentanpollagen 24 und 23 mit den Gleichungen (4.6) bis (4.22) werden ausgesetzt und durch die Gleichungen (4.29) bis (4.34) ersetzt. Die Momentanpollagen 23 und 34 folgen aus den Verhältnisgleichungen (4.29) bis (4.34). Es genügen der Gestellabstand mit seinen relativen Lagekomponenten, der Kreisscheibenradius r_4 und die Momentanpollagen

12 und 14. Der Lageparameter K gibt den Lösungsort betrachtet vom Momentanpol 12 in Richtung 14 gegenüber der Gestellgeraden an.

$$H_{13} = H_1 \frac{r_4}{l_1} \quad (4.29)$$

$$H_{14} = H_2 \frac{r_4}{l_1} \quad (4.30)$$

Momentanpollage 34:

$$x_{34} = x_{P2} - K H_{13} \quad (4.31)$$

$$y_{34} = y_{P2} + K H_{14} \quad (4.32)$$

Momentanpollage 23:

$$x_{23} = x_{P1} - K H_{13} \quad (4.33)$$

$$y_{23} = y_{P1} + K H_{14} \quad (4.34)$$

In der Tabelle 4.3 sind alle Übergabevariablen zwischen den Anschlüssen und den inneren Variablen zusammengefasst. Die Kräfte bzw. Momente werden für alle Anschlüsse der 2D-Mechanik zu null gesetzt. Die dargestellten Geschwindigkeitsvariablen dienen zur Berechnung der Übersetzung.

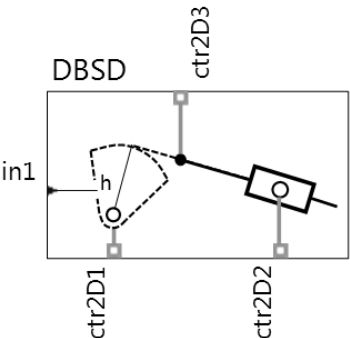
Tabelle 4.3: Übergabe zwischen den Anschlüssen und den inneren Variablen für das Element DB~BD

Anschluss	Übergabe zwischen Anschluss / innerer Variable
ctr2D1	$\text{ctr2D1.x} = x_{P1}, \text{ctr2D1.y} = y_{P1}, \text{ctr2D1.om} = \dot{\phi}_{P1}$
ctr2D2	$\text{ctr2D2.x} = x_{P2}, \text{ctr2D2.y} = y_{P2}, \text{ctr2D2.phi} = \varphi_{P2}, \text{ctr2D2.om} = \dot{\phi}_{P2}$
ctr2D3	$\text{ctr2D3.x} = x_{P3}, \text{ctr2D3.y} = y_{P3}, \text{ctr2D3.phi} = 0$

4.3.3 DB~SD-Struktur

Die DB~SD-Struktur ermöglicht den Aufbau eines Getriebes mit einer im Gestell drehbar gelagerten Bandkurvenscheibe, welche ein Band aufwickelt, das von einer im Gestell gelagerten Feder abgestützt wird. Das in dieser Struktur enthaltene Schubgelenk wird durch die längenveränderliche Feder verkörpert. Weitere Formenwechsel sind im Bild 2.9 auf S. 35 dargestellt. Sie können auch für ein Bandgetriebe mit einer im Gestell gelagerten Abzugsdüse verwendet werden. In der Tabelle 4.4 sind das Symbol, die Anschlüsse und die Parameter für das Element DB~SD zusammengefasst.

Tabelle 4.4: Symbol, Anschlüsse und Parameter für das Element DB~SD

Anschlüsse		
Symbol	Anschluss	Bemerkungen
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss zur Bewegungsvorgabe der Bandkurvenscheibenebene (Anschlusspunkt P1)
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss zur Bewegungsvorgabe des Schieberdrehpunkts (Anschlusspunkt P2)
	ctr2D3	Mechanischer 2D-Anschluss zur Übergabe der Punktkoordinaten an das Element Bandkurve (Anschlusspunkt P3)
	in1	Signaleingang für den wirksamen Hebelarm h (gleich der diagonalen Drehschubstrecke)
Parameter		
Benennung	Zeichen	Bemerkungen
Anfangsweg	x_0	Weg zwischen freiem Bandende und Anschlusspunkt P2. Die Vorgabe ist für Bandgetriebestruktur mit Abzugsdüse erforderlich!

$$H_3 = H_1^2 - H_2^2 \quad (4.37)$$

$$l_1 = \sqrt{H_3} \quad (4.38)$$

Im nächsten Schritt folgt in Gleichung (4.39) die Bestimmung für den absoluten Abstand l_2 zwischen den Momentanpolen 23 und 14 aus dem Gestellabstand l_1 und dem vorgegebenen wirksamen Hebelarm h .

$$l_2 = \sqrt{l_1^2 - h^2} \quad (4.39)$$

Die Lage von Momentanpol 23 wird durch das rechtwinklige Dreieck der Momentanpole 12, 23 und 14 bzw. deren Seitenlängen h , l_2 und l_1 bestimmt. Es ergeben sich für den Momentanpol zwei an der Gestellgeraden gespiegelte Lösungsorte. Die Auswahl der bevorzugten Lösung wird durch den Parameter K vom Anwender festgelegt. Für eine positive Vorgabe am wirksamen Hebelarm h liegt für $K = +1$ der Momentanpol bzw. der Kontaktpunkt K_{23} , betrachtet von den Momentanpolen 12 nach 14, links der Gestellgeraden. Zur Realisierung einer rechtsseitigen Kontaktpunktlage wird $K = -1$ gesetzt. Wechselt der wirksame Hebelarm h in negative Werte, so kehren sich die Lösungsorte um. Das Element ermöglicht somit auch, Getriebe mit Drehmomentumkehr an der Drehachse der Bandkurvenscheibe zu berechnen. Die mathematische Umsetzung der Lagebestimmung von Momentanpol 23 wurde in den Gleichungen (4.40) bis (4.45) vorgenommen.

$$H_4 = h^2 - l_2^2 + H_3 \quad (4.40)$$

$$H_5 = \text{sign}(h) K \sqrt{4H_3 h^2 - H_4^2} \quad (4.41)$$

$$H_6 = \frac{H_1 H_4 - H_2 H_5}{2H_3} \quad (4.42)$$

$$H_7 = \frac{H_2 H_4 + H_1 H_5}{2H_3} \quad (4.43)$$

$$x_{23} = x_{P1} + H_6 \quad (4.44)$$

$$y_{23} = y_{P1} + H_7 \quad (4.45)$$

Der Bandneigungswinkel γ_B wird durch die Momentanpollagen von 23 zu 14 im globalen Koordinatensystem mit der Gleichung (4.46) berechnet.

$$\gamma_B = \text{atan2}(H_7 - H_2, H_6 - H_1) \quad (4.46)$$

Die Koordinaten für den gesuchten Spurpunkt P3, der zur Erzeugung der Evolventenkurve als Eingangsgröße für das Element Bandkurve benötigt wird, können nun mit den Gleichungen (4.47) und (4.48) berechnet werden.

$$x_{P3} = x_{P2} - (x + x_0) \cos \gamma_B \quad (4.47)$$

$$y_{P3} = y_{P2} - (x + x_0) \sin \gamma_B \quad (4.48)$$

Der Schubweg x folgt aus dem in Gleichung (4.49) aufgestellten Integral des wirksamen Hebelarms h über dem Drehwinkel φ_{P1} der Bandkurvenscheibenebene (vgl. Kapitel 6.2). Jegliche Abweichung von dieser Beziehung führt in der Berechnung zu einer Bandkurve mit nicht tangentialem Bandeinlauf im Kontaktpunkt der Bandkurvenscheibe.

$$x = \int h \, d\varphi_{P1} \quad (4.49)$$

In der Tabelle 4.5 sind die Übergaben zwischen den Variablen der Anschlüsse und den inneren Variablen zusammengefasst.

Tabelle 4.5: Übergabe zwischen Anschlüssen und den inneren Variablen für das Element DB~SD

Anschluss	Übergabe zwischen Anschluss / innere Variable
ctr2D1	ctr2D1.x = x_{P1} , ctr2D1.y = y_{P1} , ctr2D1.phi = φ_{P1}
ctr2D2	ctr2D2.x = x_{P2} , ctr2D2.y = y_{P2} , ctr2D2.phi = φ_{P2}
ctr2D3	ctr2D3.x = x_{P3} , ctr2D3.y = y_{P3} , ctr2D3.phi = 0
in1	in1.x = h

Die Kräfte bzw. Momente werden für alle Anschlüsse der 2D-Mechanik zu null gesetzt. Die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen haben für dieses Syntheseelement keine Bedeutung.

4.3.4 Bandkurve

Mit dem Element Bandkurve wird aus der Ebenenlage der Bandkurvenscheibe und dem Spurpunkt der Evolvente die Evolute (Bandkurve) berechnet. Die Grundlagen der kinematischen Umkehr und die Evolventen-Evoluten-Beziehung wurden im Kapitel 3.3.1 beschrieben. In der Tabelle 4.6 ist für das Element Bandkurve das Symbol mit den zugehörigen 2D-Anschlüssen dargestellt.

Tabelle 4.6: Symbol und Anschlüsse für das Element Bandkurve

Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss der Bandkurvenscheibenebene (Anschlusspunkt P1)
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss der Punktkoordinaten zur Entwicklung der Evolventenkurve (Anschlusspunkt P2)

Der Anschluss ctr2D1 überträgt die Lage der Bandkurvenscheibenebene mit seinem Ursprung im Anschlusspunkt P1 (siehe Bild 4.11, S. 86) und der Anschluss ctr2D2 überträgt die Lage der Bandbefestigungskoordinaten auf den Anschlusspunkt P2. Mit diesen Vorgaben ist der Syntheseprozess im Element vollständig ausführbar. Es sind keine Eingabeparameter erforderlich.

Zur Beschreibung der Kinematik wurde neben dem Globalen Koordinatensystem (GKS) ein Bezugskoordinatensystem (BKS) zur Lagebeschreibung der Evolventen- und Evoluten-Koordinaten eingeführt. Das BKS liegt mit seinem Ursprung im Anschlusspunkt P1 der Bandkurvenscheibe und ist stets parallel zum GKS ausgerichtet.

Im ersten Berechnungsschritt werden die Evolventen-Koordinaten nach dem Prinzip der kinematischen Umkehr ermittelt. Durch das Zurückdrehen der Anschlusspunktkoordinaten P2 um den Ursprung P1 mit dem

Drehwinkel $-\varphi_{P1}$ wird die Evolvente im BKS generiert (Gleichungen (4.50) und (4.51)).

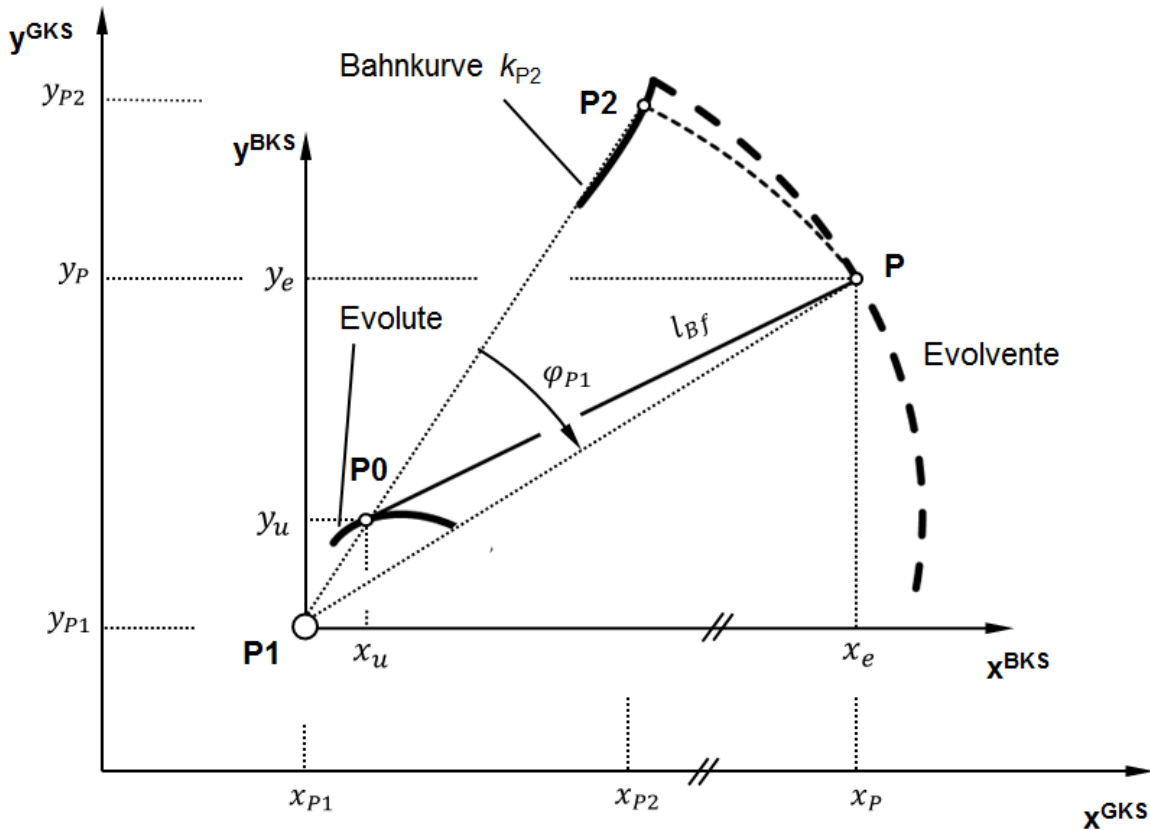


Bild 4.11: Kinematische Umkehr mit Evolventen-Evoluten-Beziehung im Element Bandkurve

$$x_e = (x_{P2} - x_{P1}) \cos(-\varphi_{P1}) - (y_{P2} - y_{P1}) \sin(-\varphi_{P1}) \quad (4.50)$$

$$y_e = (x_{P2} - x_{P1}) \sin(-\varphi_{P1}) + (y_{P2} - y_{P1}) \cos(-\varphi_{P1}) \quad (4.51)$$

Mit der im Kapitel 3.3.3 in den Gleichungen (3.7) und (3.8) formulierten Evolventen-Evoluten-Beziehung werden aus der Evolvente die Evolutenkoordinaten (Bandkurve) im BKS berechnet.

In der Tabelle 4.7, S. 87 sind die Übergaben zwischen den im Element verwendeten Variablen und den Anschlüssen zusammengefasst. Alle Kräfte und Momente an den mechanischen 2D-Anschlüssen sind für den rein lagenabhängigen Syntheseprozess irrelevant und werden zu null gesetzt.

Tabelle 4.7: Übergaben zwischen den Anschlüssen und den inneren Variablen für das Element Bandkurve

Anschluss	Übergabe zwischen Anschluss / innerer Variable
ctr2D1	$\text{ctr2D1.x} = x_{p1}, \text{ctr2D1.y} = y_{p1}, \text{ctr2D1.phi} = \varphi_{p1}$
ctr2D2	$\text{ctr2D2.x} = x_{p2}, \text{ctr2D2.y} = y_{p2}$

Ferner können die Berechnungsgleichungen der Stabilitätskriterien für die aufgewickelte und freie Bandlänge optional in das Element „Bandkurve“ integriert werden. Diese sind im Kapitel 5 beschrieben.

4.4 Bibliothekselemente zur Analyse von Bandgetrieben

Die Bibliothekselemente zur Bandgetriebeanalyse basieren analog zu den Synthese- und Koppelgetriebeelementen auf dem seriellen Modellierungskonzept der ebenen Mechanik. Alle Bandgetriebeelemente wie Rollen, Trommeln und Bänder bzw. Seile können frei zu beliebigen Bandgetriebestrukturen zusammengefügt werden. Es ist möglich, sowohl offene als auch geschlossene Bandgetriebestrukturen oder Mischformen aus Band- und Koppelgetrieben komfortabel zu modellieren.

4.4.1 Elastisches Band

Das Element Elastisches Band verkörpert ein dehnbares Band mit längenabhängigen Feder- und Dämpfungseigenschaften. Es verbindet über zwei mechanische 2D-Anschlüsse und zwei Rollenanschlüsse Nachbarelemente wie z. B. Rollen oder Trommeln. In Tabelle 4.8, S. 88 sind das Elementsymbol, die Anschlüsse und die Parameter für das Element dargestellt.

Bild 4.12, S. 89 zeigt die Kinematik für das Element Elastisches Band. Die Punkte P1 und P2 sind die Anschlusspunkte zum Nachbarelement, und der Winkel γ_B bezeichnet die Bandneigung aus der direkten Verbindungslinie, gemessen gegenüber dem globalen Koordinatensystem (GKS), zwischen den Anschlusspunkten.

Tabelle 4.8: Symbol, Anschlüsse und Parameter für das Element Elastisches Band

Symbol und Anschlüsse		
Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss (Anschlusspunkt P1)
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss (Anschlusspunkt P2)
	ctrB1	Bandanschluss (Anschlusspunkt P1)
	ctrB2	Bandanschluss (Anschlusspunkt P2)
Parameter		
Benennung	Zeichen	Bemerkung
Spezifische Bandsteifigkeit	k_{Bc}	Normiert auf 1 m Bandlänge Einheit: $\frac{N}{m \cdot m}$
Spezifische Banddämpfung	b_{Bc}	Normiert auf 1 m Bandlänge Einheit: $\frac{Ns}{m}$
Anfangsbandlänge	l_0	Einheit: m

Die ungedehnte Bandlänge l_B entspricht dem direkten Abstand zwischen den Anschlusspunkten P1 und P2. Sie wird aus dem Betrag der Vektordifferenz zwischen der Lage von den Punkten P1 und P2 gemäß der Gleichung (4.52) berechnet.

$$l_B = \sqrt{(x_{P2} - x_{P1})^2 + (y_{P2} - y_{P1})^2} \quad (4.52)$$

Die absolute Bandlänge zwischen den Anschlusspunkten P1 und P2 ist aus der Anfangsbandlänge $l_{B0} = l_B(t = 0)$ und den über die Rollenanschlüsse übergebenen gewickelten Bandlängen l_{r1} und l_{r2} zusammengesetzt (Gleichung (4.53)). Dabei sind die gewickelten Bandlängen positiv, wenn Bandmaterial von einem Nachbarelement in das Element Elastisches Band einläuft.

$$l_x = l_{B0} + l_{r1} + l_{r2} \quad (4.53)$$

Die Bandlänge $l_{\Delta x}$ ist die Wegdifferenz

$$l_{\Delta x} = l_x - l_B \quad (4.54)$$

zwischen gedehnter Bandlänge und ungedehnter Bandlänge. Diese Größe ist positiv, wenn das Band gedehnt ist, und negativ für ein vollständig entspanntes Band.

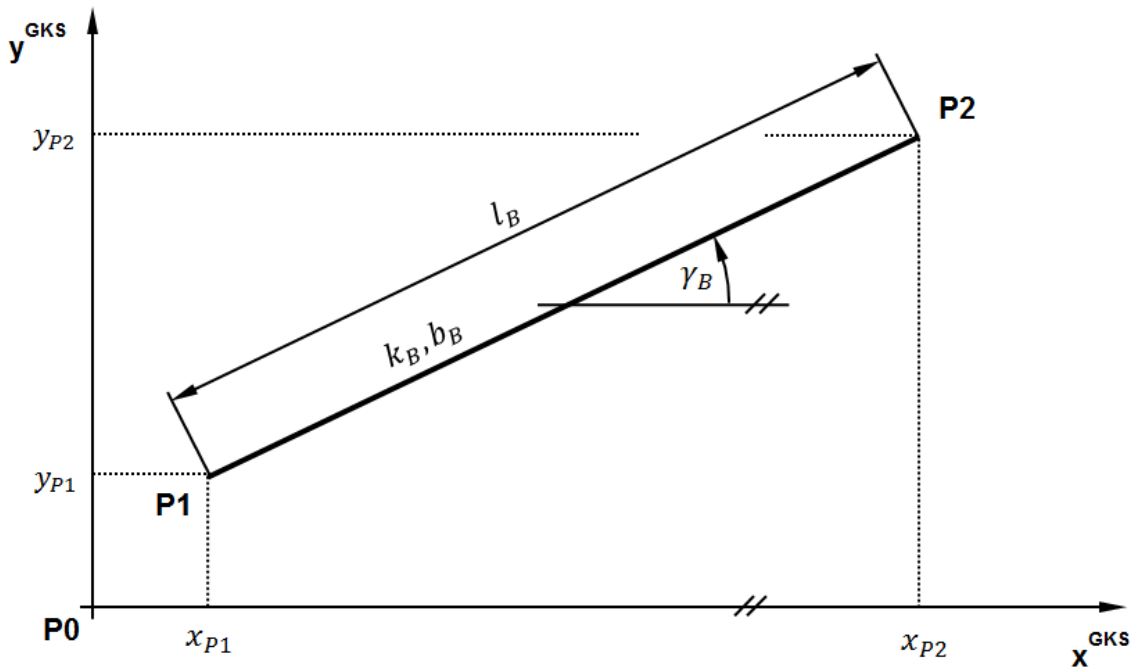


Bild 4.12: Kinematik für das Element Elastisches Band

Die zeitbezogene Änderung der Dehnung $\dot{l}_x$ entspricht der Dehnungsgeschwindigkeit

$$\dot{l}_{\Delta x} = \frac{d l_{\Delta x}}{dt}. \quad (4.55)$$

Sie dient als Zwischenergebnis zur Berechnung der Banddämpfung.

Falls die ungedehnte Bandlänge $l_B > 0$ ist, dann gilt für die Bestimmung der relativen Dehnung ε die obere Zeile der Gleichung (4.56). Ist hingegen $l_B = 0$, so fallen die Punkte P1 und P2 geometrisch zusammen und die relative Dehnung ε erhält den Ersatzwert null zugeordnet (untere Zeile der Gleichung (4.56)). Somit wird in der Berechnung eine Division durch null vermieden.

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{l_{\Delta x}}{l_B} & \text{für } l_B > 0 \\ 0 & \text{für } l_B = 0 \end{cases} \quad (4.56)$$

Der in Gleichung (4.57) berechnete Bandanstieg γ_B zwischen den Anschlusspunkten P1 und P2 dient einerseits der Kräftezerlegung der inneren Bandzugkraft F_B und den Anschlusskräften und andererseits zur Berechnung des Anstiegs für den tangentialen Bandeinlauf im Kontaktpunkt für ein angeschlossenes Rollenelement (vgl. Anschlüsse ctrB1 und ctrB2 in der Tabelle 4.8, S. 88).

$$\gamma_B = \text{atan2}(y_{P2} - y_{P1}, x_{P2} - x_{P1}) \quad (4.57)$$

Das Bild 4.13 verdeutlicht die Kräfteverhältnisse der Anschlusspunkte P1 und P2 am Element Elastisches Band.

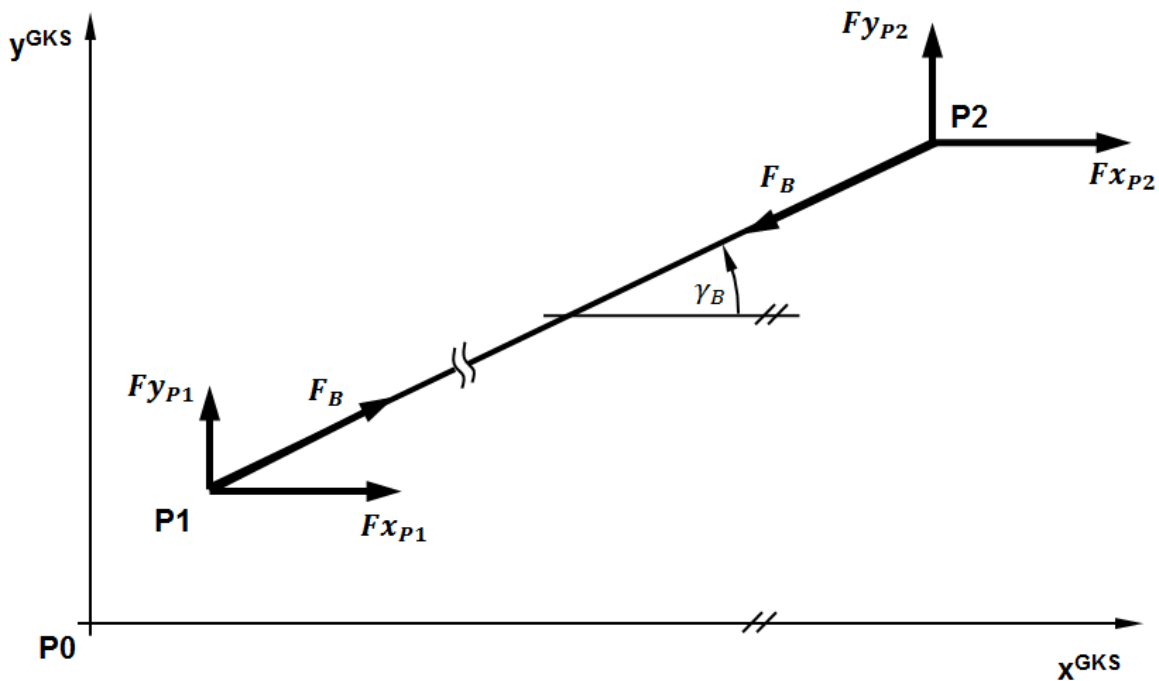


Bild 4.13: Kräfte am Element Elastisches Band

Die im Element wirksame Bandzugkraft F_B folgt aus der Summe aus längenabhängiger Feder- und Dämpfungskraft (Gleichung (4.58)).

$$F_B = F_k + F_d \quad (4.58)$$

Ferner ist die längenabhängige Federkraft F_k aus dem Produkt aus längennormierter Bandsteifigkeit k_B und relativer Banddehnung $l_{\Delta x}$ zusammengesetzt (Gleichung (4.59)). Die längenabhängige Banddämpfungskraft F_d wird aus dem Produkt aus längennormierter Banddämpfung b_B und relativer Banddehnungsgeschwindigkeit $\dot{l}_{\Delta x}$ nach der Gleichung (4.60) berechnet.

$$F_k = k_B l_{\Delta x} \quad (4.59)$$

$$F_d = b_B \dot{l}_{\Delta x} \quad (4.60)$$

Die längennormierte Bandsteifigkeit ist abhängig von der längennormierten spezifischen Steifigkeit k_{Bc} . Sie ist immer dann größer als Null, wenn eine Zugkraft bzw. Banddehnung vorliegt (Gleichung (4.61)).

$$k_B = \begin{cases} k_{Bc} \frac{l_{B0}}{l_x} & \text{für } l_{\Delta x} > 0 \\ 0 & \text{für } l_{\Delta x} \leq 0 \end{cases} \quad (4.61)$$

Analog wird mit der längennormierten Banddämpfung in Gleichung (4.62) vorgegangen.

$$b_B = \begin{cases} b_{Bc} \frac{l_{B0}}{l_x} & \text{für } l_{\Delta x} > 0 \\ 0 & \text{für } l_{\Delta x} \leq 0 \end{cases} \quad (4.62)$$

Die Gleichungen (4.63) und (4.64) charakterisieren eine Beziehung zwischen der Bandzugkraft F_B und den Kräfteereaktionen $F_{x_{P1}}$ bzw. $F_{y_{P1}}$ am Anschlusspunkt P1 in Abhängigkeit der Bandneigung.

$$F_{x_{P1}} = -F_B \cos \gamma_B \quad (4.63)$$

$$F_{y_{P1}} = -F_B \sin \gamma_B \quad (4.64)$$

Die Kräfte $F_{x_{P2}}$ und $F_{y_{P2}}$ am Anschlusspunkt P2 ergeben sich aus dem Kräftegleichgewicht in x - und y -Richtung entsprechend den Gleichungen (4.65) und (4.66).

$$F_{x_{P2}} = -F_{x_{P1}} \quad (4.65)$$

$$Fy_{p2} = -Fy_{p1} \quad (4.66)$$

Beide Anschlusspunkte sind frei von Momenten, da im Element Elastisches Band das Zugmittel Band als ideal biegeschlaff angenommen wird.

In der Tabelle 4.9 sind die Übergaben der inneren Variablen auf die Variablen der Anschlüsse zusammengefasst.

Tabelle 4.9: Übergabe zwischen den Anschlüssen und den inneren Variablen für das Element Elastisches Band

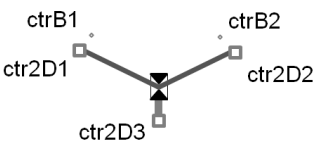
Anschluss	Übergabe zwischen Anschluss / innerer Variable
ctr2D1	$\text{ctr2D1.x} = x_{p1}$ $\text{ctr2D1.y} = y_{p1}$ $\text{ctr2D1.Fx} = Fx_{p1}$ $\text{ctr2D1.Fy} = Fy_{p1}$ $\text{ctr2D1.T} = 0$
ctr2D2	$\text{ctr2D2.x} = x_{p2}$ $\text{ctr2D2.y} = y_{p2}$ $\text{ctr2D2.Fx} = Fx_{p2}$ $\text{ctr2D2.Fy} = Fy_{p2}$ $\text{ctr2D2.T} = 0$
ctrRol1	$\text{ctrB1.gamOut} = \gamma_B$ $\text{ctrB1.wBln} = l_{r1}$
ctrRol2	$\text{ctrB2.gamOut} = \gamma_B$ $\text{ctrB2.wBln} = l_{r2}$

4.4.2 Elastisches Band mit Abzugsdüse

Abzugsdüsen werden zum Führen und Umlenken von Garnen in der Textilindustrie sehr verbreitet eingesetzt. Sie finden Verwendung in Strick-, Wirk- sowie in Umspulmaschinen. Aber auch das Fadengebergetriebe einer einfachen Haushaltsnähmaschine verwendet zur Straffung des Nähfadens eine Abzugsdüse, welche in Form einer geschliffenen Bohrung auf einem Koppelglied eingebracht ist. In Industrieanwendungen sind zur Verschleißminderung die Abzugsdüsen oft als keramische Einsätze ausgeführt [Cer13], [Rau13].

In der Tabelle 4.10, S. 93 sind das Symbol mit den Anschlüssen und die im Element Elastisches Band mit Abzugsdüse verwendeten Parameter dargestellt.

Tabelle 4.10: Symbol, Anschlüsse und Parameter für das Element Elastisches Band mit Abzugsdüse

Symbol und Anschlüsse		
Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss (Anschlusspunkt P1)
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss (Anschlusspunkt P2)
	ctr2D3	Mechanischer 2D-Anschluss der Abzugsdüse (Anschlusspunkt P3)
	ctrB1	Bandanschluss (Anschlusspunkt P1)
	ctrB2	Bandanschluss (Anschlusspunkt P2)
Parameter		
Benennung	Zeichen	Bemerkung
Spezifische Bandsteifigkeit	k_{Bc}	Normiert auf 1 m Bandlänge Einheit: $\frac{N}{m \cdot m}$
Spezifische Banddämpfung	b_{Bc}	Normiert auf 1 m Bandlänge Einheit: $\frac{Ns}{m}$
Anfangsbandlänge	l_0	Einheit: m

Die Kinematik für das Element Elastisches Band mit Abzugsdüse ist im Bild 4.14, S. 94 dargestellt. Das Band wird durch eine im Anschlusspunkt 3 platzierte ideal reibungsfreie Abzugsdüse in zwei Abschnitte aufgeteilt.

Die ungedehnte Bandlänge für den Bandabschnitt 1 ergibt sich aus dem Abstand des Anschlusspunkts P1 und dem Durchzugspunkt der Abzugsdüse im Punkt P3 entsprechend der Gleichung (4.67). Der zweite Bandabschnitt folgt aus dem Abstand von P3 zu P2 (Gleichung (4.68)).

$$l_{B1} = \sqrt{(x_{P3} - x_{P1})^2 + (y_{P3} - y_{P1})^2} \quad (4.67)$$

$$l_{B2} = \sqrt{(x_{P2} - x_{P3})^2 + (y_{P2} - y_{P3})^2} \quad (4.68)$$

Die gesamte ungedehnte Bandlänge wird aus der Summe der Längen von Bandabschnitt 1 und Bandabschnitt 2 gemäß der Gleichung (4.69) ermittelt.

$$l_B = l_{B1} + l_{B2} \quad (4.69)$$

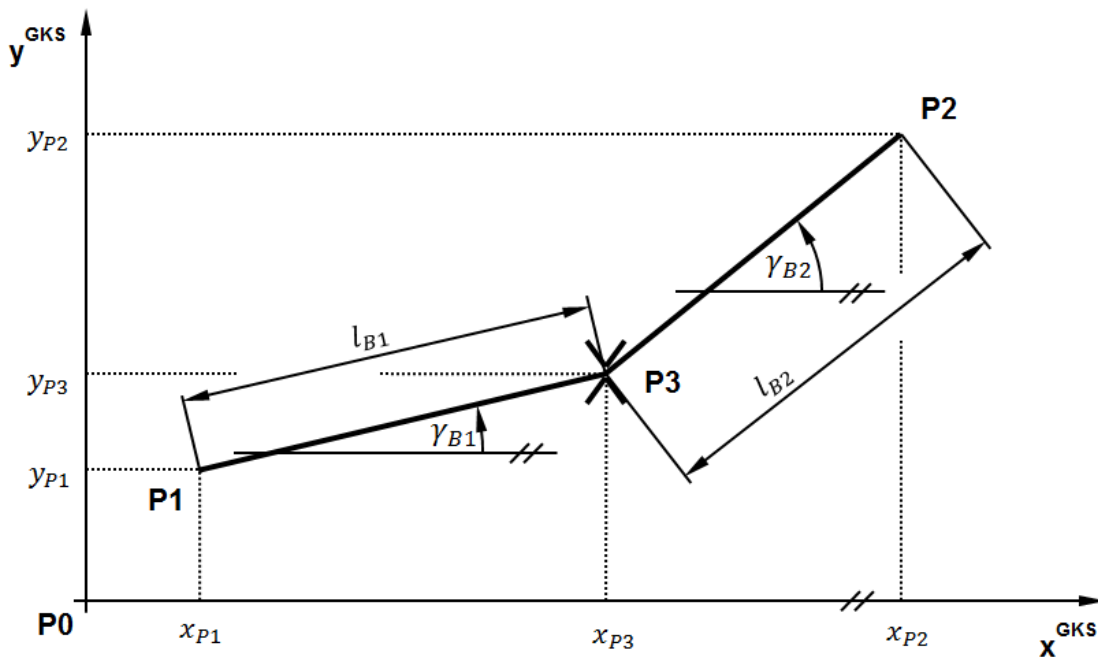


Bild 4.14: Kinematik für das Element Elastisches Band mit Abzugsdüse

Auf diese Weise wird das Band für die nachfolgende Berechnung der Bandkräfte als ein gemeinsamer Bandabschnitt behandelt. Es gelten hiermit analog die Gleichungen (4.53) bis (4.56) vom Element Elastisches Band aus dem Kapitel 4.4.1.

Die Bandneigungswinkel γ_{B1} und γ_{B2} der Bandabschnitte folgen aus den zugeordneten Anschlusspunktlagen nach den Gleichungen (4.70) und (4.71).

$$\gamma_{B1} = \text{atan2}(y_{P3} - y_{P1}, x_{P3} - x_{P1}) \quad (4.70)$$

$$\gamma_{B2} = \text{atan2}(y_{P2} - y_{P3}, x_{P2} - x_{P3}) \quad (4.71)$$

Eine Darstellung der Kräfteverhältnisse für das Element Elastisches Band mit Abzugsdüse erfolgt im Bild 4.15. Die Berechnungsgleichungen (4.58), (4.59) und (4.60) zur Bestimmung der Bandzugkraft F_B aus dem Element Elastisches Band gelten analog für das Element Elastisches Band mit Abzugsdüse.

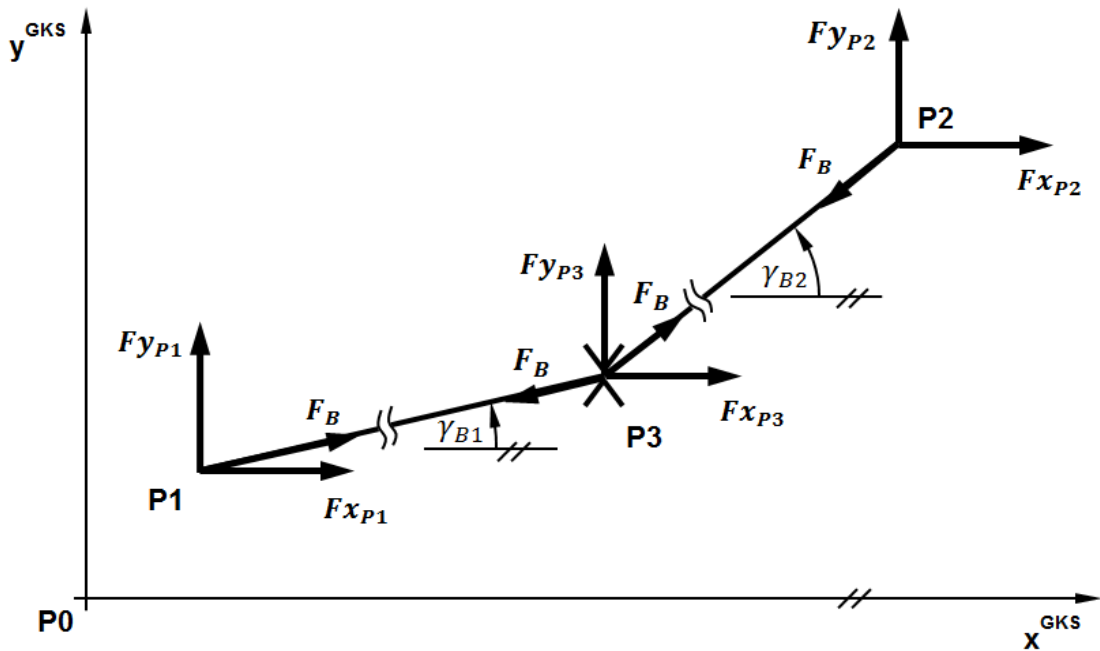


Bild 4.15: Kräfte am Element Elastisches Band mit Abzugsdüse

Die Kräftekomponenten in den Anschlusspunkten P1 und P2 ergeben sich durch die Zerlegung der Bandzugkraft in Abhängigkeit der zugehörigen Bandneigungswinkel (Gleichungen (4.72) und (4.73) bzw. (4.74) und (4.75)).

$$Fx_{P1} = -F_B \cos \gamma_{B1} \quad (4.72)$$

$$Fy_{P1} = -F_B \sin \gamma_{B1} \quad (4.73)$$

$$Fx_{P2} = F_B \cos \gamma_{B2} \quad (4.74)$$

$$Fy_{P2} = F_B \sin \gamma_{B2} \quad (4.75)$$

Die Anschlusskräfte am Anschlusspunkt P3 der Abzugsdüse folgen aus dem Kräftegleichgewicht in x - und y -Richtung über alle Anschlusspunkte nach den Gleichungen (4.76) und (4.77).

$$Fx_{P3} = -Fx_{P1} - Fx_{P2} \quad (4.76)$$

$$Fy_{P3} = -Fy_{P1} - Fy_{P2} \quad (4.77)$$

Da das Band ideal durch den Anschlusspunkt P3 verläuft und in diesem Punkt gegebenenfalls in der Richtung umgelenkt wird, entstehen im Punkt P3 keine Momente um die z -Achse. Weiterhin wurde im Element die Reibung zwischen dem Zugmittel und der Abzugsdüse vernachlässigt.

In der Tabelle 4.11 werden die inneren Variablen den Anschlüssen zugeordnet. Die Momente in allen Anschlusspunkten werden null gesetzt.

Tabelle 4.11: Übergabe zwischen den Anschlüssen und den inneren Variablen für das Element Elastisches Band mit Abzugsdüse

Anschluss	Übergabe zwischen Anschluss / innere Variable	
ctr2D1	ctr2D1.x = x_{P1} ctr2D1.y = y_{P1}	ctr2D1.Fx = Fx_{P1} ctr2D1.Fy = Fy_{P1} ctr2D1.T = 0
ctr2D2	ctr2D2.x = x_{P2} ctr2D2.y = y_{P2}	ctr2D2.Fx = Fx_{P2} ctr2D2.Fy = Fy_{P2} ctr2D2.T = 0
ctr2D2	ctr2D3.x = x_{P3} ctr2D3.y = y_{P3}	ctr2D3.Fx = Fx_{P3} ctr2D3.Fy = Fy_{P3} ctr2D3.T = 0
ctrB1	ctrRol1.gamOut = γ_{B1} ctrRol1.wBIn = l_{r1}	
ctrB2	ctrRol2.gamOut = γ_{B2} ctrRol2.wBIn = l_{r2}	

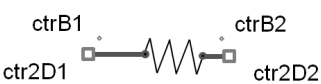
4.4.3 Band mit Zugfeder

Im Element Band mit Zugfeder ist eine diskrete lineare Zugfeder zusammen mit einem parallel angeordneten viskosen Dämpfer zwischen zwei Bandabschnitten angeordnet (Bild 4.16, S. 98). Die biegeschlaffen

Bandabschnitte werden im Unterschied zu den bisher beschriebenen Banelementen auf Zugbeanspruchung unendlich steif angenommen. Diese Annahme wird dadurch begründet, dass die zwischen den Bandabschnitten befindliche Feder eine allgemein sehr geringere Steifigkeit als das Band aufweist und damit die Nachgiebigkeit nachhaltig im Element bestimmt. Weiterhin werden die Bandabschnitte und die Feder masselos betrachtet.

Alle Variablen, welche mit den Anschlusselementen in den Anschlusspunkten P1 und P2 kommunizieren, sind in der Tabelle 4.12 zusammengefasst.

Tabelle 4.12: Anschlussübersicht mit Zuordnung der übergebenen Variablen

Symbol und Anschlüsse		
Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss (Anschlusspunkt P1)
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss (Anschlusspunkt P2)
	ctrB1	Bandanschluss (Anschlusspunkt P1)
	ctrB2	Bandanschluss (Anschlusspunkt P2)
Parameter		
Benennung	Zeichen	
Federrate	k	Einheit: $\frac{\text{N}}{\text{mm}}$
Federdämpfungsfaktor	b	Einheit: $\frac{\text{N s}}{\text{mm}}$

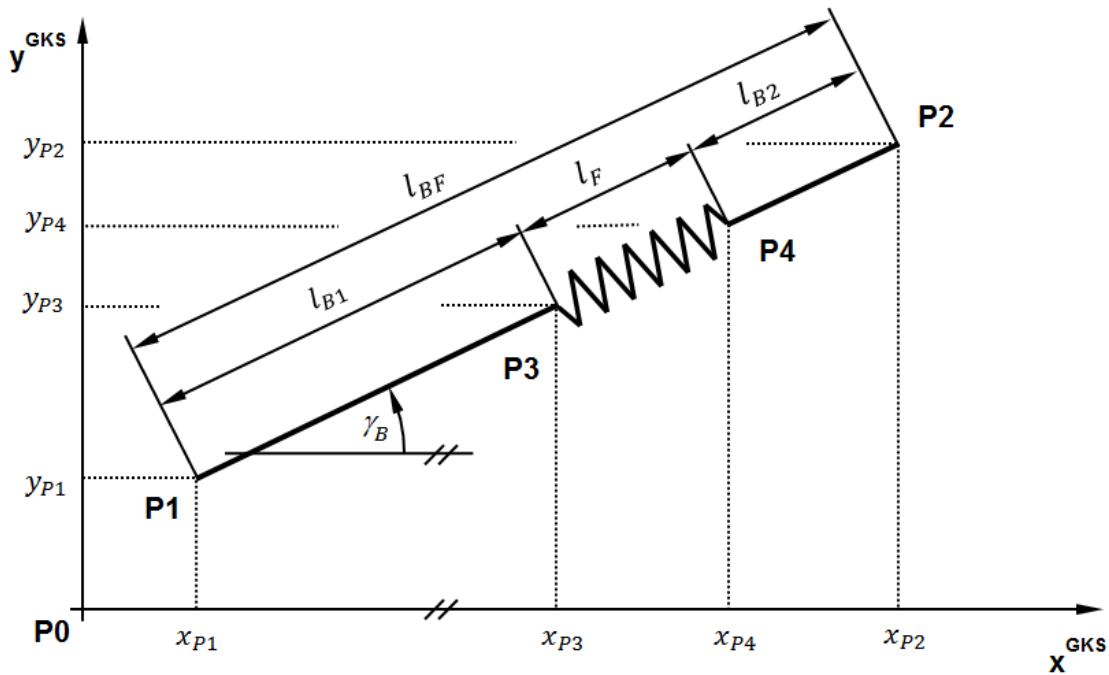


Bild 4.16: Kinematik für das Element Band mit Zugfeder

Der absolute Abstand l_{BF} zwischen den Punkten P1 und P2 kennzeichnet die freie Länge der Bandabschnitte inklusive der Feder (Gleichung (4.78)).

$$l_{BF} = \sqrt{(x_{P2} - x_{P1})^2 + (y_{P2} - y_{P1})^2} \quad (4.78)$$

Die absolute Bandlänge l_{x1} des Bandabschnitts 1 zwischen den Punkten P1 und P3 ist die Summe aus der Anfangsbandlänge und der am Anschlusspunkt P1 einlaufenden Bandlänge (Gleichung (4.79)). Gleiches gilt für den Bandabschnitt 2 am Anschlusspunkt P2 (Gleichung (4.80)).

$$l_{x1} = l_{B01} + l_{r1} \quad (4.79)$$

$$l_{x2} = l_{B02} + l_{r2} \quad (4.80)$$

Die aktuelle Länge der Feder l_F folgt in Gleichung (4.81) aus einer Subtraktion der zwei Bandabschnittslängen vom absoluten Abstand zwischen den Anschlusspunkten P1 und P2.

$$l_F = l_{BF} - l_{x1} - l_{x2} \quad (4.81)$$

Die absolute Federdehnung $l_{\Delta F}$ ist die Differenz aus der aktuellen Federlänge und der unbelasteten Federlänge (Gleichung (4.82)).

$$l_{\Delta F} = l_F - l_0 \quad (4.82)$$

Durch Ableitung der absoluten Federdehnung nach der Zeit folgt die Federdehnungsgeschwindigkeit $\dot{l}_{\Delta F}$ entsprechend der Gleichung (4.83).

$$\dot{l}_{\Delta F} = \frac{dl_{\Delta F}}{dt} \quad (4.83)$$

Mit den bekannten Größen der absoluten Federdehnung und der Federdehnungsgeschwindigkeit werden in den Gleichungen (4.84) und (4.85) die Federkraft und die Dämpfungskraft berechnet. Diese Kräfte sind für positive Dehnungen (Element unter Zugkraft) gültig. Bei negativer absoluter Dehnung sind die Bandabschnitte vollständig entspannt, sodass die Feder- und Dämpfungskraft zu null gesetzt werden.

$$F_k = \begin{cases} k \cdot l_{\Delta F} & \text{für } l_{\Delta F} > 0 \\ 0 & \text{für } l_{\Delta F} \leq 0 \end{cases} \quad (4.84)$$

$$F_d = \begin{cases} b \cdot \dot{l}_{\Delta F} & \text{für } l_{\Delta F} > 0 \\ 0 & \text{für } l_{\Delta F} \leq 0 \end{cases} \quad (4.85)$$

Die durch die Deformation der Feder hervorgerufene Zugkraft und die durch die Deformationsgeschwindigkeit gebildete Dämpfungskraft ergeben in ihrer Summe die Bandkraft F_B (Gleichung (4.86)). Die Kräfteverhältnisse im Element sind im Bild 4.17, S. 100 dargestellt.

$$F_B = F_k + F_d \quad (4.86)$$

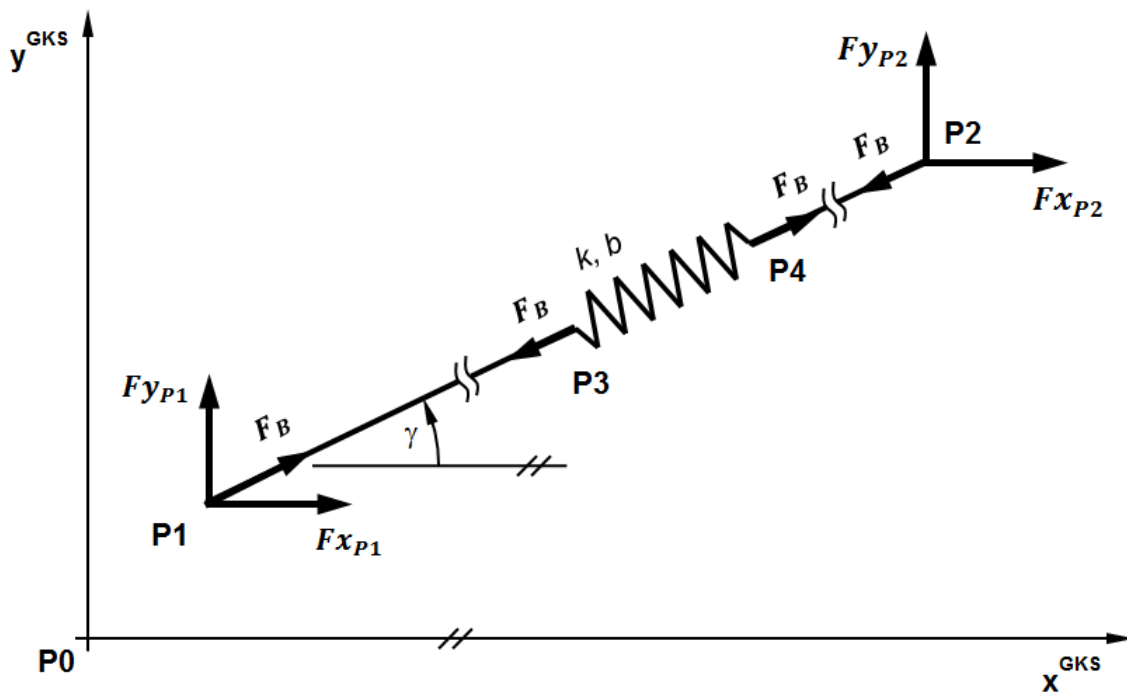


Bild 4.17: Kräfte am Element Band mit Zugfeder

In der Tabelle 4.13 werden den Anschlüssen die inneren Variablen zugeordnet. Die Momente an den Anschlusspunkten werden zu null.

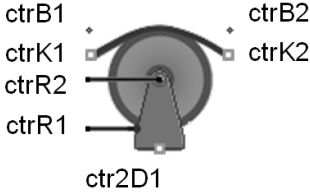
Tabelle 4.13: Übergabe zwischen den Anschlüssen und den inneren Variablen für das Element Band mit Zugfeder

Anschluss	Übergabe zwischen Anschluss / innere Variable	
ctr2D1	$\text{ctr2D1.x} = x_{P1}$ $\text{ctr2D1.y} = y_{P1}$	$\text{ctr2D1.Fx} = Fx_{P1}$ $\text{ctr2D1.Fy} = Fy_{P1}$ $\text{ctr2D1.T} = 0$
ctr2D2	$\text{ctr2D2.x} = x_{P2}$ $\text{ctr2D2.y} = y_{P2}$	$\text{ctr2D2.Fx} = Fx_{P2}$ $\text{ctr2D2.Fy} = Fy_{P2}$ $\text{ctr2D2.T} = 0$
ctrB1	$\text{ctrB1.gamOut} = \gamma_B$ $\text{ctrB1.wBln} = l_{r1}$	
ctrB2	$\text{ctrB2.gamOut} = \gamma_B$ $\text{ctrB2.wBln} = l_{r2}$	

4.4.4 Bandrolle

Das Element Bandrolle verkörpert eine Band- bzw. Seilrolle, deren Kraftübertragung zwischen dem Zugmittel und der Rolle schlupffrei modelliert ist. Die Rollendrehachse kann fest im Gestell gelagert, auf Getriebegliedern geführt oder zwanglos als „lose Rolle“ bewegt werden. An ihr sind zwei Riemenabschnitte über mechanische 2D-Anschlüsse und Band-Anschlüsse gekoppelt. Weiterhin kann optional über die rotatorischen Verbindungen ctrR2 und ctrR1 ein Drehmoment, z. B. für einen Antrieb oder Abtrieb, eingeleitet werden. Das Element besteht aus einer massebehafteten Bandrolle mit einem masselosen Gehäuse (Lagerbolzen/ Lagerbock). Der über die Scheibe geschlungene Bandabschnitt wird als ideal dehnsteif angenommen. Tabelle 4.14 zeigt das Symbol und die Anschlussbelegung der Bandrolle.

Tabelle 4.14: Symbol und Anschlussbelegung Bandrolle

Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss am Gehäuse der Bandrollenlagerung (Anschlusspunkt P1)
	ctrK1	Mechanischer 2D-Anschluss für Bänder am Kontaktpunkt K1
	ctrK2	Mechanischer 2D-Anschluss für Bänder am Kontaktpunkt K2
	ctrB1	Band-Anschluss zur Übergabe der Bandneigungswinkel und gewickelten Bandlängen
	ctrB2	Band-Anschluss zur Übergabe der Bandneigungswinkel und gewickelten Bandlängen
	ctrR1	Rotatorischer mechanischer Anschluss, Drehmomentabstützung am Gehäuse der Bandrollenlagerung
	ctrR2	Rotatorischer mechanischer Anschluss, äußere Drehmomenteinleitung an der Bandrolle

Die insgesamt 15 Eingabeparameter wurden in der Tabelle 4.15 in die Kategorien Lage der Bandrollendrehachse, Eigenschaften der Bandrolle und Bandkontakt zusammengefasst.

Tabelle 4.15: Parameter für das Element Bandrolle

Kategorie	Kommentar	Parameter	Bemerkung/Standardwert
Lage Bandrollen-drehachse: Anfangslage des PCS1 an ctrD1	Bezugssystem für PKS1	$frameRef$	„Globales Koordinatensystem“ oder „Connection-Koordinatensystem an ctr1“
	x-Lage PKS 1 im Bezugssystem	x_{10}	Lage des PKS1 entweder bezüglich CKS1 oder bezüglich GKS Anfangswert = 0
	y-Lage PKS 1 im Bezugssystem	y_{10}	
	Winkel PKS1 zum Bezugssystem	φ_{10}	
Bandrolle: Masse und Trägheit der leeren Bandrolle	Masse der Bandrolle	m	= 0 kg
	Drehträgheit der Bandrolle bezüglich Schwerpunkt	J	= 0 kgm ²
Lage des Schwerpunkts der Bandrolle im RKS	x-Lage im RKS	x_{Srel}	= 0 mm, im körperfesten RKS
	y-Lage im RKS	y_{Srel}	= 0 mm, im körperfesten RKS
Anfangslage der Bandrolle bezüglich GKS	Anfangswinkel der Bandrolle	φ_0	= 0 rad
	Anfangsgeschwindigkeit der Bandrolle	$\dot{\varphi}_0$	= 0 rad/s

Fortsetzung nächste Seite

Fortsetzung der Tabelle

Gravitation	Gravitations- beschleunigung in x-Richtung	g_x	$= 0 \text{ m/s}^2$
	Gravitations- beschleunigung in y-Richtung	g_y	$= -9.81 \text{ m/s}^2$
Bandkontakt: Abgeschätzte Anfangslagen der Kontaktpunkte gegenüber der Bandrollendrehachse P1 im GKS	Lage des Kontaktpunkts K1	$enum_{HE1}$	Zur Auswahl: „in der oberen Halbebene“
	Lage des Kontaktpunkts K2	$enum_{HE2}$	„in der unteren Halbebene“ „in der linken Halbebene“ „in der rechten Halbebene“
Wickelrichtung	Wickelrichtung bei positiver Drehung der Bandrolle um die z-Achse	w_i	Zur Auswahl: = +1 für „Aufwickeln am Kontaktpunkt K1 und Abwickeln am Kontaktpunkt K2“ = -1 für „Abwickeln am Kontaktpunkt K1 und Aufwickeln am Kontaktpunkt K2“

Für das Element „Bandrolle“ werden vier Koordinatensysteme, welche im Bild 4.18, S. 104 dargestellt sind, verwendet.

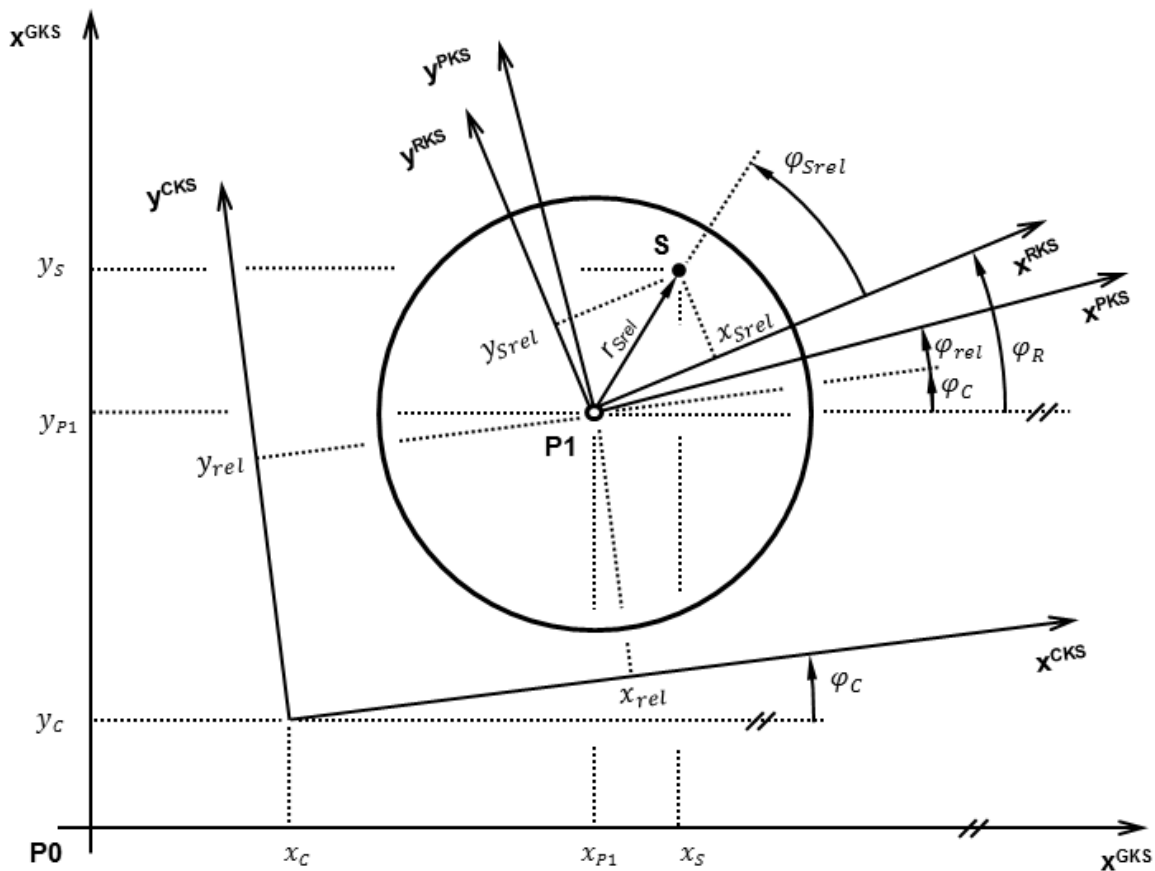


Bild 4.18: Koordinatensysteme für das Element Bandrolle

Das globale Koordinatensystem (GKS) ist das Bezugssystem zur Lagebeschreibung aller weiteren Koordinatensysteme. Das Punktkoordinatensystem (PKS) kennzeichnet die Lage für das Lagergehäuse mit seinem Ursprung im Punkt P1 der Rollendrehachse. Die Gehäuseausrichtung folgt dem Connection-Koordinatensystem (CKS) am Anschluss ctr2D1 mit den festen Werten $(x_{rel}, y_{rel}, \varphi_{rel})$. Ist der Anschluss ctr2D1 nicht belegt, dann ist das CKS mit dem GKS deckungsgleich. Die hierfür verwendeten Koordinatentransformationen zur Bestimmung der relativen Koordinaten sind im Anhang A.1 beschrieben. Das Rollenkoordinatensystem (RKS) liegt mit seinem Ursprung ebenfalls im Punkt P1. Es kennzeichnet die Ausrichtung der Bandrolle durch den Rollendrehwinkel φ_R . Gegenüber dem RKS ist ferner die lokale Rollenschwerpunktlage mit den Parametern (x_{CoM0}, y_{CoM0}) angegeben. Die Koordinatentransformationen vom lokalen RKS zur Überführung in globale Schwerpunktkoordinaten (x_S, y_S) sind im Anhang A.2 verallgemeinert zusammengefasst.

Das Aufwickeln von Band auf eine Kreiskontur erfordert die Einhaltung folgender kinematischer Zwangsbedingungen:

- Der gerade Bandabschnitt und die Kreisrollenkontur berühren sich im Kontaktpunkt,
- das Band muss tangential in die Kontur einlaufen (keine Transversalschwingungseffekte) und
- die von der Rolle abgewickelte Bandlänge muss in den zugehörigen geraden Bandabschnitt einlaufen und umgekehrt.

Weiterhin sind die nachfolgenden Anfangsbedingungen für unterschiedliche Montagevarianten zu erfüllen:

- Die gewünschte Montagevariante wird durch die Vorgabe der Kontaktpunktlagen für K1 und K2 bestimmt.
- Die Vorgabe der Wickelrichtung. Zum Beispiel soll bei einer Linksdrehung der Bandrolle am Kontaktpunkt K1 Band aufgewickelt und am Kontaktpunkt K2 abgewickelt werden.

Im Bild 4.19 sind die Bewegungsgrößen der Bandrolle dargestellt.

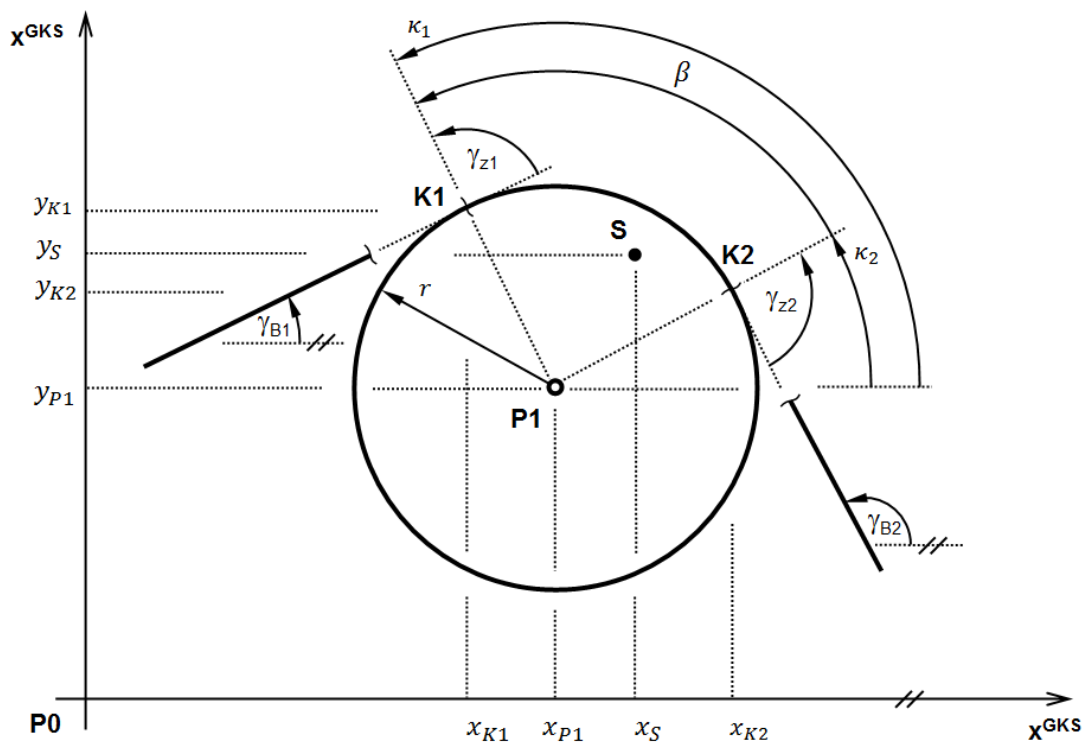


Bild 4.19: Kinematik für das Element Bandrolle

Die Lage der Kontaktpunkte K1 und K2 wird ausgehend von der Bandrollendrehachse mit dem festen Abstand des Rollenradius r und den Kontaktpunktwinkeln κ_1 und κ_2 mit den Gleichungen (4.87) bis (4.90) berechnet.

$$x_{K1} = x_{P1} + r \cos \kappa_1 \quad (4.87)$$

$$y_{K1} = y_{P1} + r \sin \kappa_1 \quad (4.88)$$

$$x_{K2} = x_{P1} + r \cos \kappa_2 \quad (4.89)$$

$$y_{K2} = y_{P1} + r \sin \kappa_2 \quad (4.90)$$

Die Bänder laufen tangential in die Kontaktpunkte der kreisrunden Bandrollenkontur ein. Es besteht eine Rechte-Winkel-Beziehung zwischen den Bandneigungswinkeln γ_{B1} und γ_{B2} sowie den Kontaktpunktwinkeln κ_1 und κ_2 . Unter Verwendung von konstanten Zusatzwinkeln γ_{z1} und γ_{z2} mit Werten von $+\frac{\pi}{2}$ und $-\frac{\pi}{2}$ werden die Bandneigungswinkel γ_{B1} und γ_{B2} in Abhängigkeit von der Montagevariante den Kontaktpunktwinkeln κ_1 und κ_2 geometrisch senkrecht zugeordnet (Gleichungen (4.91) und (4.92)). Die notwendigen Bedingungen für die konkreten Werte der Zusatzwinkel sind in der

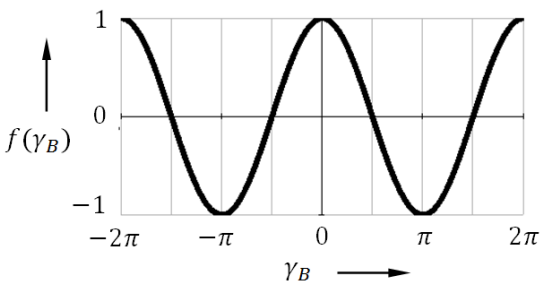
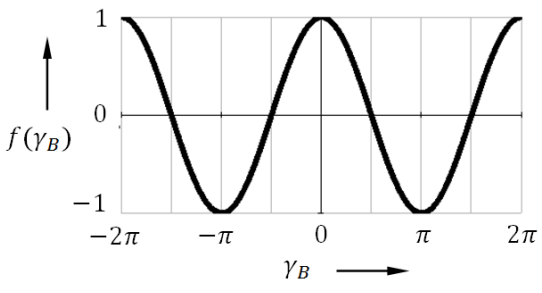
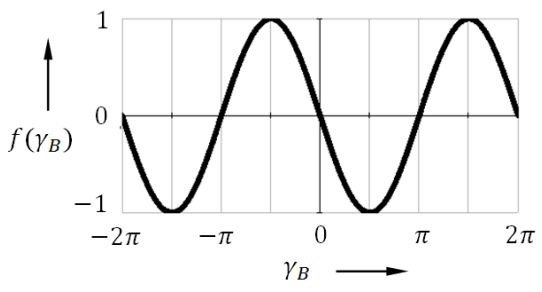
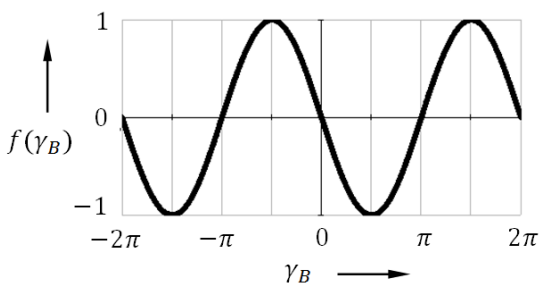
Tabelle 4.16, S. 107 zusammengefasst. Die Zusatzwinkel werden zu Beginn der Simulation ausgewertet und bleiben über die gesamte Simulationslaufzeit unverändert.

$$\kappa_1 = \begin{cases} \gamma_{B1} + \gamma_{z1} + 2\pi & \text{für } \gamma_{B1} + \gamma_{z1} < 0 \\ \gamma_{B1} + \gamma_{z1} & \text{für } \gamma_{B1} + \gamma_{z1} \geq 0 \end{cases} \quad (4.91)$$

$$\kappa_2 = \begin{cases} \gamma_{B2} + \gamma_{z2} + 2\pi & \text{für } \gamma_{B2} + \gamma_{z2} < 0 \\ \gamma_{B2} + \gamma_{z2} & \text{für } \gamma_{B2} + \gamma_{z2} \geq 0 \end{cases} \quad (4.92)$$

Der Programmanwender wählt zur Festlegung der Montagevariante diejenige Halbebene aus, in der der betrachtete Kontaktpunkt zum Simulationsbeginn liegen soll (vgl. Bild 4.20, S. 108).

Tabelle 4.16: Zusatzwinkel zur konsistenten Anpassung zwischen Bandneigungswinkel und Kontaktpunktswinkel für das Element Bandrolle

Kontaktbereich	Mathematische Bedingung in Abhängigkeit des vom Banelement berechneten Bandneigungswinkels γ_B zum Zeitpunkt $t = 0$ s	Zusatzwinkel γ_z in rad
obere Halbebene	 $\sin\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) > 0$	$= \frac{\pi}{2}$
	$\sin\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) \leq 0$	$= -\frac{\pi}{2}$
untere Halbebene	 $\sin\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) < 0$	$= -\frac{\pi}{2}$
	$\sin\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) \geq 0$	$= \frac{\pi}{2}$
linke Halbebene	 $\cos\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) < 0$	$= -\frac{\pi}{2}$
	$\cos\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) \geq 0$	$= \frac{\pi}{2}$
rechte Halbebene	 $\cos\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) > 0$	$= \frac{\pi}{2}$
	$\cos\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) \leq 0$	$= -\frac{\pi}{2}$

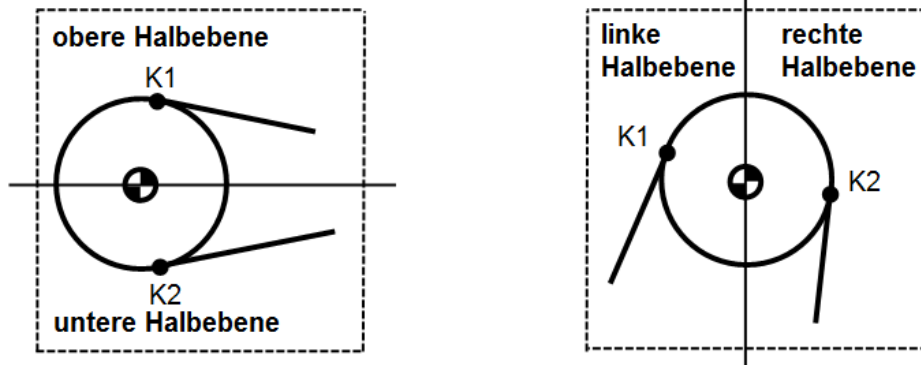


Bild 4.20: Auswahl der Montagevarianten über die Zuordnung der Kontaktpunktlagen in Halbebenen

Zum Simulationsbeginn besteht der Wunsch, nur positive Kontaktpunktswinkel im Intervall $0 < \kappa_1 \leq 2\pi$ bzw. $0 < \kappa_2 \leq 2\pi$ zu erhalten, um den Umschlingungswinkel und die daraus hervorgehende Umschlingungslänge l_{Bcon} am Umfang der Bandrolle konsistent zu bestimmen. Der Umschlingungswinkel β ist die Differenz zwischen den Kontaktpunktswinkeln κ_1 und κ_2 (Gleichung (4.93)). Sein Wert muss für eine mit dem Band im Kontakt befindliche Bandrolle immer positiv sein.

$$\beta = \kappa_1 - \kappa_2 \quad (4.93)$$

Die Umschlingungsbogenlänge l_{Bcon} ist das Produkt von Rollenradius r und dem Umschlingungswinkel β entsprechend der Gleichung (4.94). Sie steht dem Anwender als Messgröße zur Verfügung.

$$l_{Bcon} = r \beta \quad (4.94)$$

Der Wert der gerollten Bandlänge l_{r1} oder l_{r2} wird größer, wenn das Band von der Kreiskontur abwickelt und in den Bandabschnitt einläuft. Die gerollten Bandlängen aus den Gleichungen (4.95) und (4.96) bestehen aus zwei Anteilen. Ein Anteil wird hervorgerufen durch eine reine Drehung der Rolle und ein weiterer Anteil durch die Veränderung der Bandneigung.

$$l_{r1} = r(\varphi_R - \varphi_{R0} + \gamma_{z1} - \gamma_{B1})w_i \quad (4.95)$$

$$l_{r2} = -r(\varphi_R - \varphi_{R0} + \gamma_{z2} - \gamma_{B2})w_i \quad (4.96)$$

Durch die Berücksichtigung des Anfangswertes φ_{R0} für den Rollendrehwinkel starten die gerollten Bandlängen mit dem Wert null.

Je nach Vorgabe der Wickelrichtung gemäß Bild 4.21 ist der Parameter $w_i = +1$ oder $w_i = -1$ gesetzt (vgl. Tabelle 4.15, S. 102).

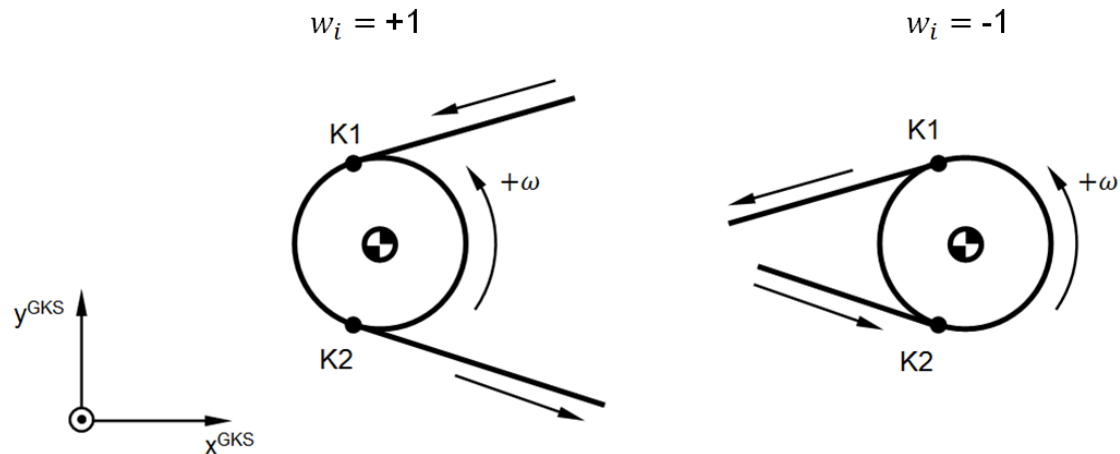


Bild 4.21: Wickelrichtung bei mathematisch positiver Drehung der Bandrolle: $w_i = +1$ „Aufwickeln am Kontaktpunkt K1 und Abwickeln am Kontaktpunkt K2“, $w_i = -1$ „Abwickeln am Kontaktpunkt K1 und Aufwickeln am Kontaktpunkt K2“

Berechnung der Kraftgrößen

Die am Bauteil der Bandrolle wirkenden Kräfte sind im Bild 4.22 dargestellt.

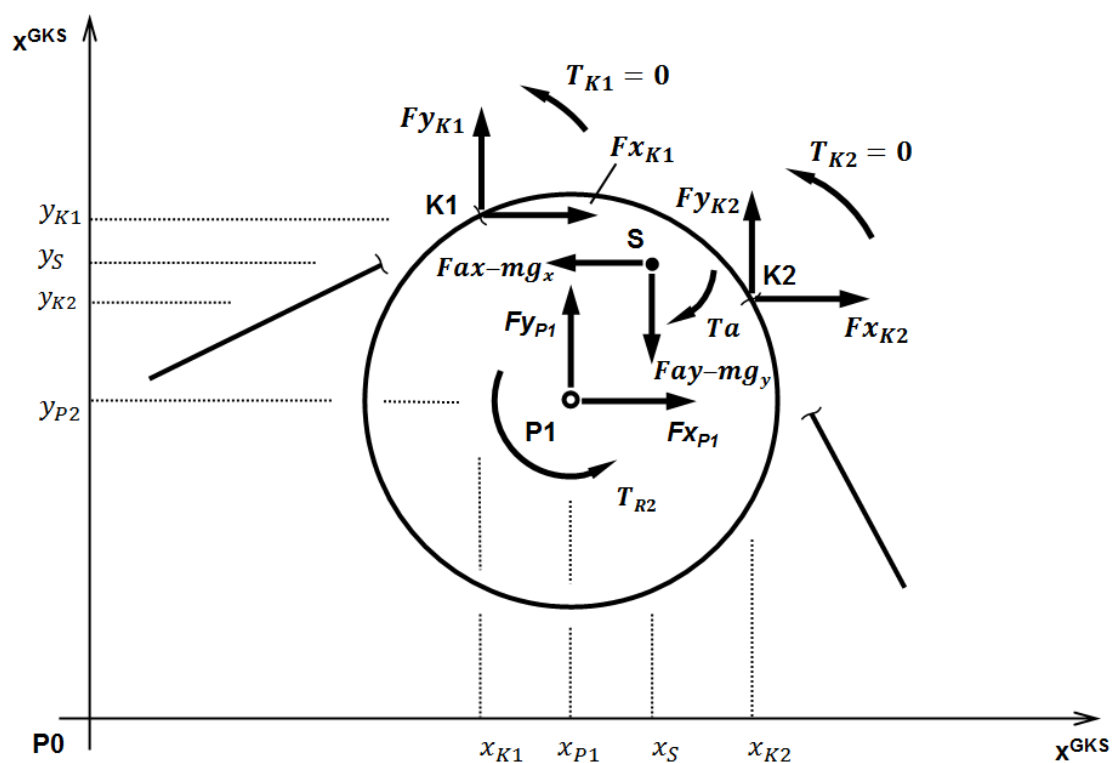


Bild 4.22: Kräfte für das Element Bandrolle

In x - und y -Richtung wirken die Lagerkräfte $(F_{x_{P1}}, F_{y_{P1}})$ im Rollendrehpunkt P1. Die äußeren Bandkräfte $(F_{x_{K1}}, F_{y_{K1}})$ sowie $(F_{x_{K2}}, F_{y_{K2}})$ sind in den Kontaktpunkten K1 und K2 wirksam, und die inneren Massenträgheitskräfte $(Fax - mg_x, Fay - mg_y)$ wirken im Schwerpunkt S der Bandrolle (siehe Gleichungen (4.97) und (4.98)). Die Summe aller Momente um den Rollendrehpunkt P1 vervollständigt mit dem Massenträgheitsmoment Ta und dem äußeren Moment T_{R2} in der Gleichung (4.99) die Kräftebilanz an der Bandrolle.

$$0 = F_{x_{P1}} + F_{x_{K1}} + F_{x_{K2}} - (Fax - m g_x) \quad (4.97)$$

$$0 = F_{y_{P1}} + F_{y_{K1}} + F_{y_{K2}} - (Fay - m g_y) \quad (4.98)$$

$$\begin{aligned} 0 = & F_{x_{K1}}(y_{K1} - y_A) + F_{y_{K1}}(x_{K1} - x_A) \\ & + F_{x_{K2}}(y_{K2} - y_A) + F_{y_{K2}}(x_{K2} - x_A) \\ & - (Fax - m g_x)(y_S - y_A) - (Fay - m g_y)(x_S - x_A) - Ta \\ & + T_{R1} \end{aligned} \quad (4.99)$$

Die Berechnung der Trägheitskräfte Fax , Fay und Ta sind im Anhang A.3 eingehend beschrieben.

Die Transformation der am masselosen Gehäuse wirkenden Kräfte von der Drehachse P1 zum Gehäuse-Anschluss ctr2D1 sind im Anhang A.1 zu finden. Sie sind zum Zweck der Vereinfachung im Bild 4.22, S. 109 nicht dargestellt.

Die Übergaben zwischen den Anschlussvariablen und den inneren Variablen sind in der Tabelle 4.17, S. 111 zusammengefasst.

Abschließend wird darauf hingewiesen, dass aus dem Element „Bandrolle“ durch wenige Änderungen eine „Bandtrommel mit Kreiskontur“ abgeleitet werden kann. Im Wesentlichen entfallen die Anschlüsse ctrK2 und ctrB2, und der Kontaktpunktswinkel κ_2 bestimmt den Bandbefestigungspunkt auf der Bandkurvenscheibe durch eine konstante Wertevorgabe. Die gleiche Vorgehensweise gilt für die „Bandrolle mit Kurvenkontur“ im nachfolgenden Kapitel.

Tabelle 4.17: Übergaben zwischen Anschluss und innerer Variable für die Bandrolle

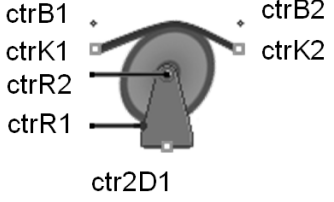
Anschluss	Übergabe zwischen Anschluss / innere Variable
ctr2D1	$\text{ctr2D1.x} = x_{P1}$ $\text{ctr2D1.y} = y_{P1}$ $\text{ctr2D1.Fx} = Fx_{P1}$ $\text{ctr2D1.Fy} = Fy_{P1}$ $\text{ctr2D1.T} = T_{P1}$
ctrK1	$\text{ctrK1.x} = x_{K1}$ $\text{ctrK1.y} = y_{K1}$ $\text{ctrK1.Fx} = Fx_{K1}$ $\text{ctrK1.Fy} = Fy_{K1}$ $\text{ctrK1.T} = 0$
ctrK2	$\text{ctrK2.x} = x_{K2}$ $\text{ctrK2.y} = y_{K2}$ $\text{ctrK2.Fx} = Fx_{K2}$ $\text{ctrK2.Fy} = Fy_{K2}$ $\text{ctrK2.T} = 0$
ctrB1	$\text{ctrB1.gamln} = \gamma_{B1}$ $\text{ctrB1.wBOut} = l_{r1}$
ctrB2	$\text{ctrB2.gamln} = \gamma_{B2}$ $\text{ctrB2.wBOut} = l_{r2}$
ctrR1	$\text{ctrR1} = T_{R1}$
ctrR2	$\text{ctrR2} = T_{R2}$

4.4.5 Bandrolle mit Kurvenkontur

Das Element Bandrolle mit Kurvenkontur bildet eine Band- bzw. Seilrolle mit stetig konvex gekrümmter Kurvenkontur in der Ebene (2D) ab. Dabei erfolgt die Kraftübertragung zwischen Band und Bandrolle schlupffrei. Die Rollendrehachse kann wie beim Element „Bandrolle“ sowohl fest im Gestell als auch auf einem Getriebeglied geführt oder frei beweglich als „lose Rolle“ gelagert sein. Das Element besteht aus einer massebehafteten Bandrolle mit einem masselosen Gehäuse (Lagerbolzen/Lagerbock).

In der Tabelle 4.18, S. 112 sind das Symbol und die Anschlussbelegung für das Modellelement Bandrolle mit Kurvenkontur dargestellt.

Tabelle 4.18: Symbol und Anschlussbelegung für das Element Bandrolle mit Kurvenkontur

Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctrK1	Mechanischer 2D-Anschluss für Seilelemente
	ctrK2	Mechanischer 2D-Anschluss für Seilelemente
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss
	ctrR1	Mechanischer rotatorischer Anschluss
	ctrR2	Mechanischer rotatorischer Anschluss
	ctrB1	Rollen-Anschluss zur Übergabe der gerollten Längen und dem Bandneigungswinkel
	ctrB2	Rollen-Anschluss zur Übergabe der gerollten Längen und dem Bandneigungswinkel

Die Eingabeparameter sind in der Tabelle 4.19 in den Kategorien Lage und Position, Bandrolle und Bandkontakt zusammengefasst.

Tabelle 4.19: Parameter für das Element Bandrolle mit Kurvenkontur

Kategorie	Kommentar	Parameter	Bemerkung/Standardwert
Lage / Position: Anfangslage des PKS1 an ctr1	Bezugssystem für PKS1	<i>frameRef</i>	„globales Koordinatensystem“ oder „Connection-Koordinatensystem an ctr1“
	x-Lage PKS1 im Bezugssystem	x_{10}	Lage des PKS1 entweder bezüglich CKS1 oder bezüglich GKS Anfangswert = 0
	y-Lage PKS1 im Bezugssystem	y_{10}	
	Winkel PKS1 zum Bezugssystem	φ_{10}	

Fortsetzung nächste Seite

Fortsetzung der Tabelle

Bandrolle: Masse und Trägheit der leeren Bandrolle	Masse der Bandrolle	m	$= 0 \text{ kg}$
	Drehträgheit der Bandrolle bezüglich Schwerpunkt	J	$= 0 \text{ kgm}^2$
Lage des Schwerpunkts der Bandrolle im RKS	x-Lage im RKS	x_{srel}	$= 0 \text{ mm},$ im körperfesten RCS
	y-Lage im RKS	y_{srel}	$= 0 \text{ mm},$ im körperfesten RCS
Anfangslage der Bandrolle bezüglich GKS	Anfangswinkel der Bandrolle	φ_0	$= 0 \text{ rad}$
	Anfangsgeschwindigkeit der Bandrolle	ω_0	$= 0 \text{ rad/s}$
Gravitation	Gravitationsbeschleunigung in x-Richtung	g_x	$= 0 \text{ m/s}^2$
	Gravitationsbeschleunigung in y-Richtung	g_y	$= -9,81 \text{ m/s}^2$
Kontur der Bandrolle im RKS	Bandkurve	$r_c(\kappa)$	Kennlinie der Bandkurve im RCS beschrieben in Polarkoordinaten
Bandkontakt: Abgeschätzte Anfangslagen der Kontaktpunkte gegenüber der Bandrollen-drehachse P1 im GKS	Kontaktpunktlage für K1	$enum_{HE1}$	Zur Auswahl: „in der oberen Halbebene“ „in der unteren Halbebene“ „in der linken Halbebene“ „in der rechten Halbebene“
	Kontaktpunktlage für K2	$enum_{HE2}$	

Fortsetzung nächste Seite

Fortsetzung der Tabelle

Wickelrichtung	Wickelprinzip bei positiver Drehung der Bandrolle um die z-Achse	<i>enumWI</i>	Zur Auswahl: „Aufwickeln am Kontaktpunkt K1 und Abwickeln am Kontaktpunkt K2“ „Abwickeln am Kontaktpunkt K1 und Aufwickeln am Kontaktpunkt K2“
----------------	--	---------------	--

Im Bild 4.23 sind die vier Koordinatensysteme für das Element Bandrolle mit Kurvenkontur, welche für die Beschreibung der kinematischen und kinetischen Größen notwendig sind, dargestellt.

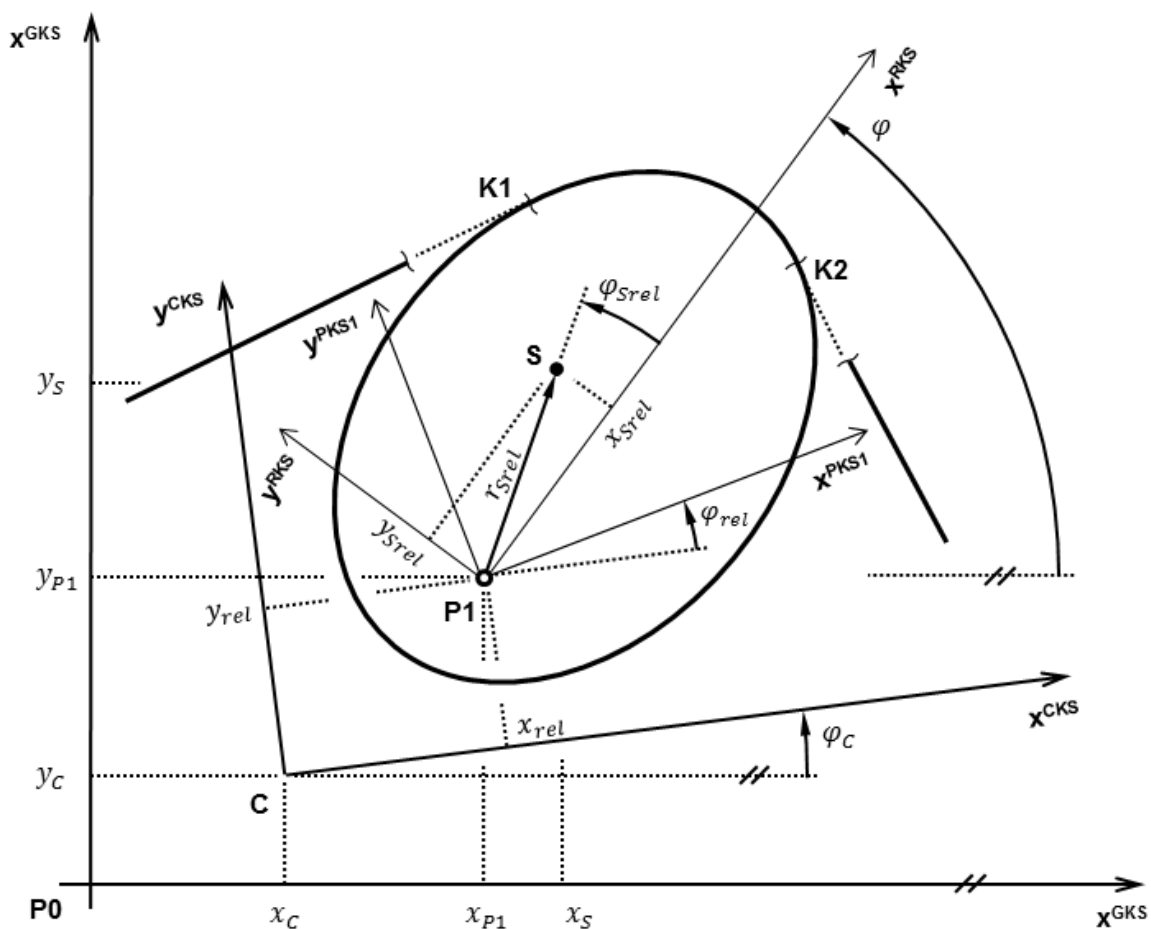


Bild 4.23: Koordinatensysteme für Element Bandrolle mit Kurvenkontur

Die kinematischen Zwangsbedingungen für das Aufwickeln von Band auf die „Bandrolle mit Kurvenkontur“ sind folgende:

- Der freie Bandabschnitt und die Bandrollenkontur berühren sich im Kontaktpunkt,
- das Band läuft tangential in die Bandrollenkontur ein und
- die von der Bandrolle abgewickelte Bandlänge läuft in den zugehörigen Bandabschnitt ein und umgekehrt.

Die Berechnung der globalen Kontaktpunktlagen (x_{K1}, y_{K1}) und (x_{K2}, y_{K2}) erfolgt in Abhängigkeit von der Lage der Drehachse (x_{P1}, y_{P1}) , der Kontaktpunktwinkel κ_1 , κ_2 und der Bandrollendrehwinkel φ in den Gleichungen (4.100) bis (4.103). Die kinematischen Zusammenhänge sind dem Bild 4.24 zu entnehmen.

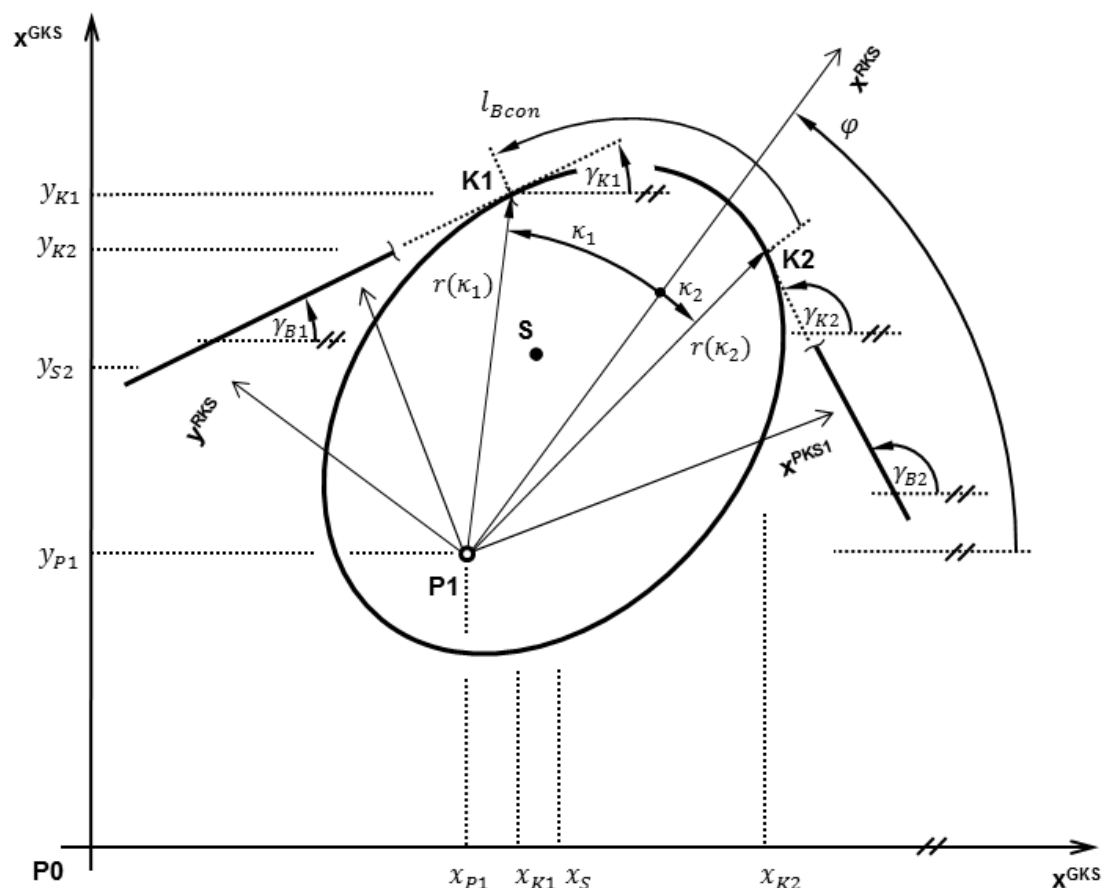


Bild 4.24: Kinematik für das Element Bandrolle mit Kurvenkontur

$$x_{K1} = \cos \varphi \cos \kappa_1 r_C(\kappa_1) - \sin \varphi \sin \kappa_1 r_C(\kappa_1) + x_{P1} \quad (4.100)$$

$$y_{K1} = \sin \varphi \cos \kappa_1 r_C(\kappa_1) + \cos \varphi \sin \kappa_1 r_C(\kappa_1) + y_{P1} \quad (4.101)$$

$$x_{K2} = \cos \varphi \cos \kappa_2 r_C(\kappa_2) - \sin \varphi \sin \kappa_2 r_C(\kappa_2) + x_{P1} \quad (4.102)$$

$$y_{K2} = \sin \varphi \cos \kappa_2 r_C(\kappa_2) + \cos \varphi \sin \kappa_2 r_C(\kappa_2) + y_{P1} \quad (4.103)$$

Im nachfolgenden Schritt werden mit den Kontaktpunktwinkeln κ_1 und κ_2 die Komponenten der Tangenteneinheitsvektoren in den Kontaktpunkten K1 und K2 innerhalb des RKS durch die Gleichungen (4.104) bis (4.107) bestimmt.

$$T_{x1} = \cos \kappa_1 \frac{dr_C(\kappa_1)}{d\kappa_1} - \sin \kappa_1 r_C(\kappa_1) \quad (4.104)$$

$$T_{y1} = \sin \kappa_1 \frac{dr_C(\kappa_1)}{d\kappa_1} + \cos \kappa_1 r_C(\kappa_1) \quad (4.105)$$

$$T_{x2} = \cos \kappa_2 \frac{dr_C(\kappa_2)}{d\kappa_2} - \sin \kappa_2 r_C(\kappa_2) \quad (4.106)$$

$$T_{y2} = \sin \kappa_2 \frac{dr_C(\kappa_2)}{d\kappa_2} + \cos \kappa_2 r_C(\kappa_2) \quad (4.107)$$

Die in den Gleichungen enthaltene Funktion (Kennlinie) $r_C(\kappa)$ beschreibt die vorgegebene Bandkurvenscheibenkontur in Polarkoordinaten.

Im Anschluss werden die Komponenten der Tangenten-Einheitsvektoren mit dem Rollendrehwinkel φ durch eine Drehtransformation vom RKS in das GKS (Gleichungen (4.108) bis (4.111)) überführt.

$$TK_{x1} = T_{x1} \cos \varphi - T_{y1} \sin \varphi \quad (4.108)$$

$$TK_{y1} = T_{x1} \sin \varphi + T_{y1} \cos \varphi \quad (4.109)$$

$$TK_{x2} = T_{x2} \cos \varphi - T_{y2} \sin \varphi \quad (4.110)$$

$$TK_{y2} = T_{x2} \sin \varphi + T_{y2} \cos \varphi \quad (4.111)$$

Danach werden die Komponenten Tangenten-Richtungsvektoren der Kontaktpunkte mit den Gleichungen (4.112) und (4.113) in die globalen Anstiegswinkel γ_{K1} und γ_{K2} der Bandkurvenscheibenkontur überführt. Die darin enthaltene floor-Funktion (Aufrundungsfunktion) [Mod13a] ermöglicht eine stetige Berechnung des trigonometrisch ermittelten Anstiegswinkels der Kurvenkontur über dem Kontaktpunktwinkel beim Wechsel zwischen den Koordinatensystemquadranten.

$$\begin{aligned} \gamma_{K1} = & \operatorname{atan2}(-TK_{y1}, -TK_{x1}) \\ & + \left[2\pi \operatorname{floor} \left(\frac{\gamma_{K1} - \operatorname{atan2}(-TK_{y1}, -TK_{x1}) - \pi}{2\pi} + 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (4.112)$$

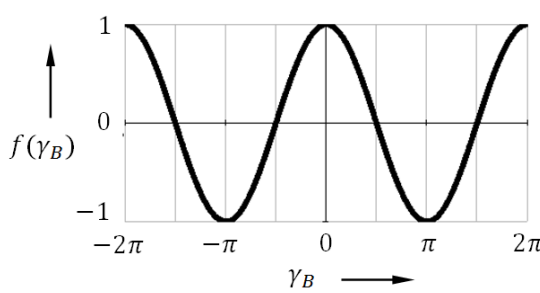
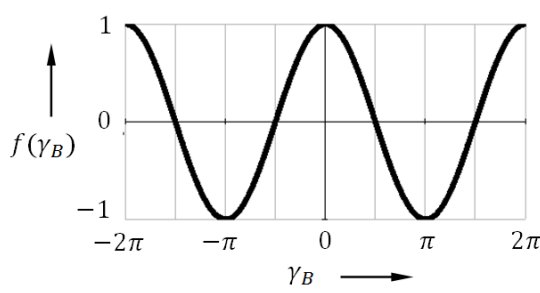
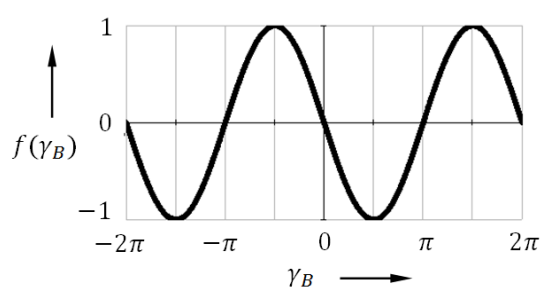
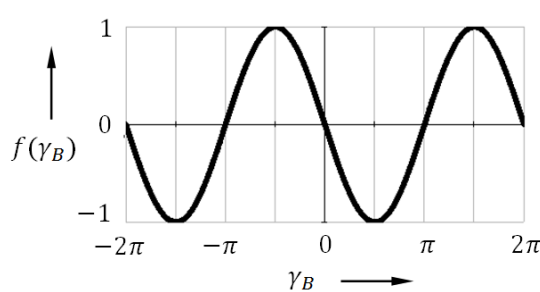
$$\begin{aligned} \gamma_{K2} = & \operatorname{atan2}(-TK_{y2}, -TK_{x2}) \\ & + \left[2\pi \operatorname{floor} \left(\frac{\gamma_{K2} - \operatorname{atan2}(-TK_{y2}, -TK_{x2}) - \pi}{2\pi} + 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (4.113)$$

Für die Forderung nach einem tangential in die Bandrollenkontur einlaufenden Band gilt, dass die im Element berechneten Anstiegswinkel γ_{K1} und γ_{K2} der Kurvenkontur in den Kontaktpunkten mit den aus den angeschlossenen Bandelementen berechneten Bandneigungswinkeln γ_{B1} und γ_{B2} übereinstimmen. Unter Verwendung von konstanten Zusatzwinkeln γ_{Z1} und γ_{Z2} mit Werten von 0 oder π werden die Anstiegswinkel der Kurvenkontur mit den Gleichungen (4.114) und (4.115) in Abhängigkeit von der Montagevariante den Bandneigungswinkeln zugeordnet. Die notwendigen Bedingungen für die Wertezuordnung der Zusatzwinkel sind in der Tabelle 4.20, S. 118 zusammengefasst.

$$\gamma_{B1} = \gamma_{K1} + \gamma_{Z1} \quad (4.114)$$

$$\gamma_{B2} = \gamma_{K2} + \gamma_{Z2} \quad (4.115)$$

Tabelle 4.20: Zusatzwinkel in Abhängigkeit von der Auswahl der Halbebene und dem von einem Banelement berechneten Bandneigungswinkel für das Element Bandrolle mit Kurvenkontur - gilt für Kontaktpunkte K1 und K2

Kontaktpunkt-lage	Mathematische Bedingung in Abhängigkeit des vom Banelement berechneten Bandneigungswinkels γ_B zum Zeitpunkt $t = 0$ s	Zusatzwinkel γ_z in rad
obere Halbebene	 $\sin\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) > 0$	$= 0$
	$\sin\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) \leq 0$	$= \pi$
untere Halbebene	 $\sin\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) < 0$	$= 0$
	$\sin\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) \geq 0$	$= -\pi$
linke Halbebene	 $\cos\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) < 0$	$= 0$
	$\cos\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) \geq 0$	$= \pi$
rechte Halbebene	 $\cos\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) > 0$	$= 0$
	$\cos\left(\gamma_B + \frac{\pi}{2}\right) \leq 0$	$= -\pi$

Die Zusatzwinkel werden zu Beginn der Simulation ausgewertet und bleiben über die gesamte Simulationslaufzeit konstant.

Der Programmanwender wählt zur Festlegung der Montagevariante diejenige Halbebene aus, in der der betrachtete Kontaktpunkt zum Simulationsbeginn liegen soll (vgl. Element Bandrolle Bild 4.20, S. 108).

Die Auswahl der Montagevariante bestimmt für das Element „Bandrolle mit Kurvenkontur“ neben den Zusatzwinkeln auch die Startwerte für die Kontaktpunktwinkel. In der Tabelle 4.21, S. 119 wird ein Überblick über die Zuordnung der Startwerte für die Anfangs-Kontaktpunktwinkel κ_{10} und κ_{20} gegeben.

Tabelle 4.21: Startwert für den Kontaktpunktlagewinkel in Abhängigkeit von der ausgewählten Halbebene. Der Startwert legt die Anfangslage des Kontaktpunktes im RKS fest.

Halbebene für die Kontaktpunktsuche im Kontaktpunkt K1	Startwert für den Kontaktpunktwinkel κ_1 in rad	Halbebene für die Kontaktpunktsuche im Kontaktpunkt K2	Startwert für den Kontaktpunktwinkel κ_2 in rad
obere Halbebene	$\kappa_{10} = \pi/2$	obere Halbebene	$\kappa_{20} = \pi/2$
untere Halbebene	$\kappa_{10} = -\pi/2$	untere Halbebene	$\kappa_{20} = -\pi/2$
linke Halbebene	$\kappa_{10} = \pi$	linke Halbebene	$\kappa_{20} = \pi$
rechte Halbebene	$\kappa_{10} = 0$	rechte Halbebene	$\kappa_{20} = 0$

Die gerollten Bandlängen l_{wB1} und l_{wB2} werden durch die Integration der Kontaktpunktlagenänderung dl_{K1} und dl_{K2} über der Kurvenkontur der Bandrolle mit den Gleichungen (4.116) und (4.117) berechnet.

$$dl_{K1} = \int_{\kappa_1(t=0)}^{\kappa_1(t)} \sqrt{\left(\frac{d r_c(\kappa_1)}{d \kappa_1}\right)^2 + r_c(\kappa_1)^2} \quad (4.116)$$

$$dl_{K2} = \int_{\kappa_2(t=0)}^{\kappa_2(t)} \sqrt{\left(\frac{d r_c(\kappa_2)}{d \kappa_2}\right)^2 + r_c(\kappa_2)^2} \quad (4.117)$$

Hierbei werden im Element die abgewickelten Bandlängen mit positivem und die aufgewickelten Bandlängen mit negativem Vorzeichen bilanziert (Gleichungen (4.118) und (4.119)).

$$l_{wB1} = -w_i dl_{K1} \quad (4.118)$$

$$l_{wB2} = w_i dl_{K2} \quad (4.119)$$

In Abhängigkeit von der im Bild 4.21, S. 109 dargestellten Wickelrichtung für die Bandrolle wird der Parameter $w_i = +1$ oder $w_i = -1$ gesetzt.

Berechnung der Kraftgrößen

Analog zum Element Bandrolle (Bild 4.22, S. 109) sind für das Element „Bandrolle mit Kurvenkontur“ alle Kräfte und Momente dargestellt, welche auf das Bauteil der Bandrolle einwirken: Die Komponenten der Bandkräfte Fx_{K1} , Fy_{K1} und Fx_{K2} , Fy_{K2} an den Kontaktpunkten, die Lagerkräfte Fx_{P1} , Fy_{P1} an der Drehachse P1 sowie das äußere Moment T_{R2} vom rotatorischen Anschluss ctrR2. Des Weiteren wirken auf die Bandrolle die Beschleunigungskräfte $Fax - mg_x$ und $Fay - mg_y$ sowie das Beschleunigungsmoment Ta gegenüber dem Schwerpunkt S.

Mit den Gleichungen (4.120) und (4.121) erfolgt die Bilanzierung des Kräftegleichgewichts in x- und y-Richtung und mit der Gleichung (4.122) wird das Drehmomentgleichgewicht um den Drehpunkt P1 aufgestellt.

$$0 = Fx_{P1} + Fx_{K1} + Fx_{K2} - (Fax + mg_x) \quad (4.120)$$

$$0 = Fy_{P1} + Fy_{K1} + Fy_{K2} - (Fay + mg_y) \quad (4.121)$$

$$\begin{aligned} 0 = & Fx_{K1}(y_{K1} - y_{P1}) + Fy_{K1}(x_{K1} - x_{P1}) \\ & + Fx_{K2}(y_{K2} - y_{P1}) + Fy_{K2}(x_{K2} - x_{P1}) \\ & + (Fax - mg_x)(y_S - y_{P1}) + (Fay - mg_y)(x_S - x_{P1}) - Ta \\ & + T_{R2} \end{aligned} \quad (4.122)$$

Die Berechnung der im Schwerpunkt wirkenden Beschleunigungskräfte ist im Anhang A.2 beschrieben, und im Anhang A.1 ist die Transformation der Lagerkraft auf den mechanischen 2D-Anschluss ctr2D1 zu finden. Abschließend fasst die Tabelle 4.22, S. 121 die Übergaben zwischen den Anschlussvariablen und den inneren Variablen zusammen.

Tabelle 4.22: Übergabe der Anschlussvariablen an die inneren Variablen für das Element Bandrolle mit Kurvenkontur

Anschluss	Übergabe zwischen Anschluss / innerer Variable
ctr2D1	$\text{ctr2D1.x} = x_{P1}$ $\text{ctr2D1.Fx} = Fx_{P1}$ $\text{ctr2D1.y} = y_{P1}$ $\text{ctr2D1.Fy} = Fy_{P1}$ $\text{ctr2D1.T} = T_{P1}$
ctrK1	$\text{ctrK1.x} = x_{K1}$ $\text{ctrK1.Fx} = Fx_{K1}$ $\text{ctrK1.y} = y_{K1}$ $\text{ctrK1.Fy} = Fy_{K1}$ $\text{ctrK1.T} = 0$
ctrK2	$\text{ctrK2.x} = x_{K2}$ $\text{ctrK2.Fx} = Fx_{K2}$ $\text{ctrK2.y} = y_{K2}$ $\text{ctrK2.Fy} = Fy_{K2}$ $\text{ctrK2.T} = 0$
ctrB1	$\text{ctrB1.gamIn} = \gamma_{B1}$ $\text{ctrB1.wBOut} = l_{wB1}$
ctrB2	$\text{ctrB2.gamIn} = \gamma_{B2}$ $\text{ctrB2.wBOut} = l_{wB2}$
ctrR1	$\text{ctrR1} = T_{R1}$
ctrR2	$\text{ctrR2} = T_{R2}$

5 Bewertung von Bandkurven

Die Maßsynthese von Bandgetrieben erlaubt, für eine vorgegebene Getriebestruktur und eine gegebene Übertragungsfunktion eine beliebig gekrümmte Bandkurve unter Verwendung der Evolventen-Evoluten-Beziehung zu berechnen. Eine auf diese Art ermittelte mathematische Lösung der Bandkurve ist nicht immer konstruktiv umsetzbar. Speziell für Bandgetriebe besteht die Forderung, dass die Bandkurve über dem gesamten Bewegungsbereich eine stetig konvex gekrümmte Kontur beschreibt. Bei Krümmungsverläufen mit Vorzeichenwechsel ist eine vollständige Berührung des Bandes entlang der Bandkurvenscheibenkontur nicht mehr gegeben. Die Bandkurve ist in diesem Fall als instabil zu betrachten und folglich für eine konstruktive Ausführung unbrauchbar. Demzufolge muss die Bandkurve zur Einhaltung der Konstruktionsanforderungen über dem vorgegebenen Bewegungsbereich auf stetige Konvexität überprüft werden.

Zum Stabilitätsnachweis wurden von Lovasz [Lov98] und Bankwitz [Ban08] Grenzfunktionen als Beurteilungsgrößen formuliert. Im nachfolgenden Abschnitt werden diese Stabilitätskriterien kurz vorgestellt und hinsichtlich ihrer Bedeutung diskutiert und verglichen. Im Anschluss wird ein alternativer Weg aufgezeigt, der die Stabilitätsnachweise von Lovasz und Bankwitz gleichermaßen beachtet. Abschließend erfolgt die Vorstellung einer praktikablen Vorgehensweise zur Stabilitätsbewertung einer Bandgetriebestruktur im Maßsyntheseprozess.

5.1 Definitionen von Grenzfunktionen

Für eine physikalisch stabile Bandkurvenkontur setzt Lovasz grundlegend eine stetig konvex gekrümmte Bandkurvenkontur voraus. Er beschreibt weiter, dass ein Vorzeichenwechsel des Krümmungsradius der Evolvente über dem gesamten Antriebsbereich nicht zulässig ist. Folglich darf der Kehrwert des Krümmungsradius, welcher der Krümmung k_k (Gleichung (5.1)) entspricht, nicht zu null werden. Der Krümmungsradius der Evolventenkurve wird nach der Gleichung (5.2) berechnet.

$$r_k(\varphi) = \frac{1}{\rho_k(\varphi)} \quad (5.1)$$

$$\rho_k(\varphi) = \frac{x_e'(\varphi)y_e''(\varphi) - y_e'(\varphi)x_e''(\varphi)}{\sqrt{(x_e'(\varphi)^2 + y_e'(\varphi)^2)^3}} = \frac{Z(\varphi)}{N(\varphi)} \quad (5.2)$$

Lovasz beschreibt als zweite Grundaufgabe der Bandgetriebesynthese die Ermittlung der freien Bandlänge $l_{Bf}(\varphi)$ und setzt diese dem Krümmungsradius r_k der Evolvente gleich. Der Krümmungsradius ist vorzeichenbehaftet und unterscheidet damit zwischen konkaver und konvexer Kurvenkrümmung. Die freie Bandlänge beschreibt demgegenüber den geometrischen Abstand zwischen einem Bandbefestigungspunkt und dem Bandeinlaufpunkt (Kontaktpunkt) mit der Bandkurvenscheibe. Negative freie Bandlängen sind physikalisch nicht existent. Deshalb sollte die freie Bandlänge mit dem Betrag aus dem Krümmungsradius der Evolvente entsprechend der Gleichung (5.3) gleichgesetzt werden.

$$l_{Bf}(\varphi) = |r_k(\varphi)| = \sqrt{(x_e - x_u)^2 + (y_e - y_u)^2} \quad (5.3)$$

Die Stabilität einer Bandkurvenkontur folgt aus der Betrachtung des Zählerterms Z der Gleichung (5.2). Durch Nullsetzen von Z kann eine allgemeine und notwendige Bedingung für eine konvexe Bandscheibenkontur formuliert werden. Diese Bedingung bildet nach Lovasz die Grundlage der Stabilitätsprüfung (Gleichungen (5.4) bis (5.6)).

$$Z(\varphi) \neq 0 \quad (5.4)$$

$$\lim_{Z(\varphi) \rightarrow 0} r_k(\varphi) = \infty \quad (5.5)$$

$$\lim_{Z(\varphi) \rightarrow 0} r_k(\varphi) = 0 \quad (5.6)$$

Die Grenzfunktion enthält die erste und zweite Ableitung der Evolventenkoordinaten nach dem Antriebswinkel (vgl. Gleichung (5.7)). Sie wird im Weiteren mit Grenzfunktion 1 (GF_1) bezeichnet.

$$GF_1(\varphi) = Z(\varphi) = x_e'(\varphi)y_e''(\varphi) - y_e'(\varphi)x_e''(\varphi) \neq 0 \quad (5.7)$$

Für den Nachweis einer stetig konvexen Bandkurve wird ein Schnittpunkt der GF_1 mit der Abszisse ausgeschlossen.

Diese Betrachtungsweise ist nach Bankwitz [Ban08] und Pol [Pol09] für eine eindeutige Stabilitätsaussage notwendig, jedoch nicht hinreichend formuliert. Ein geforderter C^1 -stetiger Verlauf des Neigungswinkels entlang der Bandkurve, welcher zwischen dem Tangentenvektor und dem Bezugssystem definiert ist, wird nicht erfasst. Bankwitz schlussfolgert, dass zu einer vollständigen mathematischen Beschreibung einer Grenzfunktion eine C^2 -stetige Übertragungsfunktion einzuschließen ist.

Demzufolge muss für den Stabilitätsnachweis zusätzlich eine stetig monoton wachsende oder stetig monoton fallende Änderung der freien Bandlänge über den definierten Antriebsbewegungsbereich vorausgesetzt werden. Die Längenänderung der freien Bandlänge muss während der Bewegung durch das Auf- bzw. Abwickeln kompensiert werden. Das bedeutet, dass die Bandlänge, welche als Summe von freier Bandlänge und der auf der Bandkurve aufgewickelten Bandlänge zu betrachten ist, über dem gesamten Bewegungsbereich unverändert bleibt. Zudem müssen die Extremalpunkte im Verlauf der freien Bandlänge an oder außerhalb dieser Bereichsgrenzen liegen. Der Krümmungsradius der Evolvente entspricht dem Kehrwert der Krümmung. Somit stimmt auch das Vorzeichen von Krümmung und Krümmungsradius überein (Gleichung (5.8)).

$$\frac{d}{d\varphi} k_k(\varphi) = \frac{\frac{d}{d\varphi} Z(\varphi) N(\varphi) - Z(\varphi) \frac{d}{d\varphi} N(\varphi)}{N(\varphi)^2} \quad (5.8)$$

Zur Prüfung der Bandkurve auf ein konvex und zugleich monoton verlaufendes Kurvenverhalten formulierte Bankwitz durch Nullsetzen der Krümmung und Multiplikation des Nennerterms $N(\varphi)^2$ eine hinreichende Bedingung zur Grenzwertbetrachtung entsprechend der Gleichung (5.9). Für eine stabile Bandkurve darf nach Bankwitz die Grenzfunktion 2 (GF_2) die Abszisse über dem gesamten Antriebsparameterbereich von φ nicht schneiden.

$$GF_2(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} Z(\varphi) N(\varphi) - Z(\varphi) \frac{d}{d\varphi} N(\varphi) \neq 0 \quad (5.9)$$

5.2 Neue Bewertungsgröße zur effektiven Beurteilung von Bandkurven

Die GF_1 ermöglicht eine Aussage über die stetige Konvexität einer Bandkurve. Verläuft die GF_1 durch die Abszissenachse, so tritt ein unendlicher Sprung in der Bandkurvenkontur auf und somit auch ein Sprung im Vorzeichen der Evolventenkrümmung. Das bedeutet, dass die Bandkurve in zwei Abschnitte zerfällt. Mit der GF_1 wird die C^0 -Stetigkeit der Bandkurve geprüft.

Die GF_2 identifiziert Spitzenbildung bzw. Knickpunkte in der Bandkurve. Die Krümmung der Evolvente wechselt zwischen monoton-steigend und monoton-fallend oder umgekehrt. Es wird die C^1 -Stetigkeit der Bandkurve geprüft.

Das Verhalten der C^0 - und C^1 -Stetigkeit spiegelt sich nicht nur im Krümmungsradius der Evolvente wieder, sondern zwangsläufig auch im Verlauf der freien Bandlänge. Wird beispielsweise die Änderung der freien Bandlänge entsprechend der Gleichung (5.10) betrachtet, dann ergibt ein Spitzpunkt der Bandkurve in der Ableitung der freien Bandlänge einen Nulldurchgang. Betrachtet man einen unendlichen Sprung im Krümmungsradius der Evolvente, so ruft dieser im Verlauf der freien Bandlänge einen endlichen Sprung hervor. Dieses Verhalten führt wiederum in der Änderung der freien Bandlänge zu einem unendlichen Sprung. Das bedeutet, eine C^0 - und C^1 -Unstetigkeit führt in beiden Fällen zu einem Vorzeichenwechsel. Eine Unstetigkeit der Bandkurve kann der Anwender durch Verwendung einer Signumfunktion auf die Änderung der freien Bandlänge sofort erkennen (Gleichung (5.11)).

$$\dot{l}_{Bf}(\varphi) = \frac{d l_{Bf}(\varphi)}{d\varphi} \quad (5.10)$$

$$S_{Bf} = \text{sign}(\dot{l}_{Bf}) \quad (5.11)$$

Mit einem einfachen Algorithmus, der während der Simulationslaufzeit den Signum-Wert S_{Bf} mit seinem Vorgängerwert vergleicht und einen logischen Wert setzt, kann zum Simulationsende eine eindeutige Aussage über die Stabilität der berechneten Bandkurve getroffen werden. So ist es auf einfache Weise möglich, Stabilitätsaussagen in eine Parameterstudie oder Parameteroptimierung einzubinden.

5.3 Empfehlungen für die Praxis

Die Akzeptanz der modular aufgebauten Elemente zur Synthese von Bandgetrieben wird zukünftig daran gemessen, inwiefern es gelingt, für eine gegebene Struktur und eine Übertragungsfunktion konstruktiv umsetzbare Lösungen zu erhalten. Ein Synthesewerkzeug sollte deshalb ebenso aussagekräftige Analysen bereitstellen.

Aus empirischen Erkenntnissen ist eine Überprüfung der folgenden Bewertungskriterien für den Syntheseprozess in der nachfolgenden Reihenfolge zu empfehlen.

Vorabüberprüfung der gegebenen Übertragungsfunktion

Bereits vor der Maßsynthese sollte die Übertragungsfunktion auf Stetigkeit bis zur zweiten Ableitung geprüft werden. Generell sind für 4-gliedrige Bandgetriebe unstetige Übertragungsfunktionen und Übertragungsfunktionen mit einem Rastbereich nicht ohne weiteres konstruktiv realisierbar.

Physikalische Existenz der Bandkurve – konstruktive Umsetzbarkeit

Überprüfung der Änderung des Krümmungsradius auf Vorzeichenwechsel: Der Verlauf darf innerhalb des geforderten Antriebsbewegungsbereichs keinen Nulldurchgang aufweisen. In der Simulationspraxis ist das Signum aus der Änderung der freien Bandlänge als Bewertungskriterium zu empfehlen (vgl. Kap. 5.2). Unstetigkeiten in der C^0 - und C^1 -Stetigkeit der Bandkurve werden als Wertesprung zwischen 1 und -1 erfasst.

Einhaltung der Bauraumvorgaben für die Bandkurvenscheibe

Als Bewertungskriterium kann der Bauraum beispielsweise mit dem Abstand vom Kontaktpunkt auf der Bandkurve bis zum Drehzentrum der Bandkurvenscheibe gemessen werden (Gleichung (5.12)).

$$a = \sqrt{x_u^2 + y_u^2} \quad (5.12)$$

Der Maximalwert kennzeichnet den größten Bandkurvenscheibenradius.

Beanspruchungen im Zugmittel

Sofern das über die Bandkurvenscheibe übertragene Drehmoment abgeschätzt werden kann, ist auch eine Berechnung der Zugmittelbelastung über die Bestimmung des wirksamen Hebelarms h möglich.

Der wirksame Hebelarm entspricht dem Abstand zwischen dem Drehpunkt der Bandkurvenscheibe und der Senkrechten auf die Wirkungslinie der Bandkraft (Gleichung (5.13)).

$$h = \sqrt{uPS^2 + vPS^2} \quad (5.13)$$

Der Schnittpunkt zwischen der Senkrechten und der Kraftwirkungslinie ist der Lotfußpunkt PS. Seine Koordinaten (Gleichungen (5.14) und (5.15)) sind auf das Bezugskoordinatensystem (BKS) bezogen.

$$u_{PS} = u - r H_4 \quad (5.14)$$

$$v_{PS} = v - r H_5 \quad (5.15)$$

Ein weiteres Kriterium ist die Beanspruchung im Band unter Biegung in der Nähe des Kontaktpunktes.

Die im Zugmittel vorhandene Biegespannung ist auf den Krümmungseinlauf im Kontaktpunkt der Bandkurvenkontur zurückzuführen. Unter einer konstant angenommenen Zugbelastung ist die größte Belastung am Bandrücken in der Nähe des Kontaktpunktes zu verzeichnen. Des Weiteren treten erhöhte Zugspannungen aus der Überlagerung von Biegespannung und Zugspannung infolge der Bandzugkraft auf.

Die Zugspannung σ_Z für einen Rechteckquerschnitt mit der Bandhöhe h_B und der Bandbreite br_B wird entsprechend der Gleichung (5.16) berechnet.

$$\sigma_z = \frac{F_B}{h_B br_B} \quad (5.16)$$

Des Weiteren folgt die Biegespannung entsprechend der Gleichung (5.17) aus der geraden Biegung unter der genäherten Annahme, dass die neutrale Faser in der Mittelebene des Zugmittels liegt.

$$\sigma_b = E \frac{h_B}{2\varrho_k} \quad (5.17)$$

Der Krümmungsradius ϱ_k der Bandkurvenscheibe ergibt sich aus der Ortsableitung der Evolutenkoordinaten nach dem Antriebswinkel φ .

Die größte Zugspannung als Bewertungskriterium der Bandbeanspruchung ergibt sich aus der Überlagerung von Zug- und Biegespannung

entsprechend der Gleichung (5.18). Dabei darf die überlagerte Spannung nicht die bauteilspezifische zulässige Zugspannung überschreiten.

$$\sigma_z + \sigma_b \leq \sigma_{zul} \quad (5.18)$$

Weitere Informationen zur Auslegung von Riemenzugmitteln ist der VDI-Richtlinie 2758 [VDI2758] und den Standardwerken [Nag81], [Per09] sowie [Nie04] zu entnehmen.

6 Vollständiger Leistungsausgleich mit Feder-Bandgetrieben

6.1 Erläuterung der Problemstellung

Der Leistungsausgleich hat zum Ziel, das statische Drehmoment, welches durch die Schwerkkräfte in den Schwerpunkten von Bauteilen hervorgerufen wird, durch konservative Kräfte zu kompensieren. Im Kapitel 3.4 wurde der Stand der Technik zum statischen Ausgleich von Gravitationskräften beschrieben. Für die Synthese von Bandgetrieben existiert nach Hain ein grafisches Verfahren, welches von Beginn an die Feder in den Syntheseprozess einbezieht. Für den Wunsch nach einer modular aufgebauten Bibliothek zur Synthese von Bandgetrieben ist dieser Ansatz keineswegs zielführend.

Die zu lösende Grundaufgabe erfolgt allein durch eine passende Lagezuordnung zwischen dem Drehwinkel der Bandkurvenscheibe und dem Federweg. Die Übertragungsfunktion wird zuvor berechnet und nachfolgend auf die Maßsynthese für eine konkrete Bandgetriebestruktur angewandt. Durch diese Herangehensweise ist das Verfahren unabhängig von der Bandgetriebestruktur. Nachfolgend wird die Vorgehensweise für eine Bewegungszuordnung von Drehen auf Schieben vorgestellt. Analog ist das Verfahren auch für Drehen-Drehen- und Schieben-Schieben-Bewegungszuordnungen gültig und könnte ebenso auf dem Gebiet der Kurvengetriebe angewandt werden.

Mit einem Feder-Bandgetriebe soll das erforderliche Ausgleichsmoment

$$T(\varphi) = F_c(\varphi) h(\varphi) \quad (6.1)$$

durch die Kraft einer einfachen Zugfeder $F_c(\varphi)$ an einem veränderlichen Hebelarm $h(\varphi)$ in Form einer Bandkurvenscheibe kompensiert werden.

Für die Maßsynthese von Bandgetriebestrukturen, bei denen die Feder nicht im freien Bandabschnitt eingebaut ist, genügt es, die ÜF 0. Ordnung $x_s(\varphi)$ zu berechnen (vgl. Bild 6.1, S. 132).

Für alle weiteren Getriebestrukturen, bei denen die Feder direkt im Zugmittel integriert ist, wird neben der ÜF 0. Ordnung auch die ÜF 1. Ordnung benötigt. Deren Wert entspricht dem wirksamen Hebelarm $h(\varphi)$, welcher

zugleich im Ersatzgetriebe der Kurbelschleife der diagonalen Drehschubstrecke entspricht (vgl. Bild 2.14, S. 39).

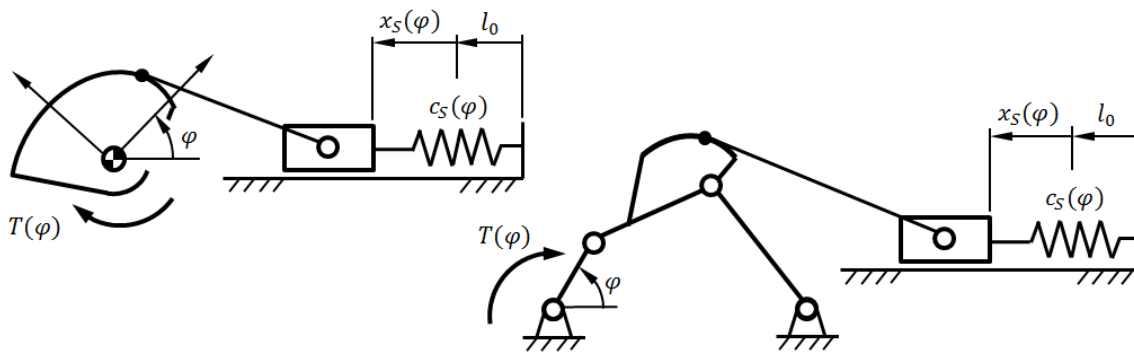


Bild 6.1: Beispiele für Feder-Bandgetriebe mit einer nicht im Band integrierten Feder

Im einfachsten Fall gelingt der Ausgleich mit einer Feder und mit einer drehbar im Gestell gelagerten Bandkurvenscheibe (Bild 6.2). Das zugeordnete Syntheseelement DB~SD wurde im Kapitel 4.3.3 vorgestellt. Die erforderliche Bandneigung für einen tangentialen Bandedeinlauf in die zu generierende Bandkurvenscheibenkontur wird durch den wirksamen Hebelarm bestimmt.

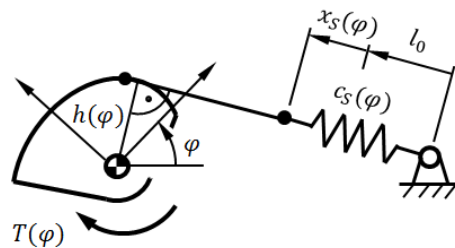


Bild 6.2: Feder-Bandgetriebe mit im Band integrierter Feder der Struktur DB~SD

Für Feder-Bandgetriebe soll das erforderliche Ausgleichsmoment $T(\varphi)$ durch die Kraft einer einfachen Zugfeder $F(\varphi)$ an einem veränderlichen Hebelarm $h(\varphi)$ in Form einer Bandkurvenscheibe kompensiert werden (Gleichung (6.2)).

$$T(\varphi) = F_c(\varphi) h(\varphi) \quad (6.2)$$

Der Lösungsansatz zur Findung einer passenden Übertragungsfunktion ist eine Optimierung von Ansatzparametern.

6.2 Bestimmung der Übertragungsfunktion für Feder-Bandgetriebe

Die Bedingung für die Berechnung einer gültigen Übertragungsfunktion $x_S(\varphi)$ ist, dass das Produkt aus Federkraft $F_S = c_S x_S(\varphi)$ und wirksamem Hebelarm $h(\varphi)$ für jede Antriebsstellung gleich dem zum Ausgleich erforderlichen Drehmoment ist

$$T(\varphi) = c_S x_S(\varphi) h(\varphi). \quad (6.3)$$

Der wirksame Hebelarm $h(\varphi)$ und der Federweg $x_S(\varphi)$ sind abhängig von der Antriebsstellung. Zugleich ist der wirksame Hebelarm $h(\varphi)$ die Ableitung des Federwegs $x_S(\varphi)$ nach dem Antriebswinkel φ

$$h(\varphi) = \frac{d x_S(\varphi)}{d \varphi} = x_S'(\varphi). \quad (6.4)$$

Nach dem Einsetzen der Gleichung (6.4) in die Gleichung (6.3) entsteht die Differenzialgleichung

$$T(\varphi) = c_S x_S(\varphi) x_S'(\varphi), \quad (6.5)$$

bei der die gesuchte Übertragungsfunktion 0. Ordnung mit der Übertragungsfunktion 1. Ordnung multiplikativ verknüpft ist. Eine derartige Gleichung ist nur für wenige Funktionen des vorgegebenen Drehmomentverlaufs $T(\varphi)$ geschlossen lösbar.

Im Allgemeinen existieren für einen vorgegebenen Drehmomentverlauf $T(\varphi)$ und die vorgegebene Federrate c_S vielfältige Lösungen der gesuchten Übertragungsfunktion. Das vorliegende Problem wird daher in ein Optimierungsproblem überführt, indem die gesuchte Übertragungsfunktion $x_S(\varphi)$ durch eine Ansatzfunktion $x_A(\varphi_i)$ ersetzt wird. Das Optimierungsziel ist die Minimierung der Summe der Fehlerquadrate aus dem vorgegebenen Drehmomentverlauf und dem durch die Ansatzfunktion berechneten Drehmomentverlauf.

Das in der Gleichung (6.6) aufgestellte mehrdimensionale Optimierungsproblem ist mit kommerziell verfügbaren Softwareprodukten lösbar. Für diese Arbeit wurde der unter Microsoft Excel[®] aufrufbare Solver (Gleichungslöser) genutzt. Die Optimierungsparameter, die Nebenbedingungen und das Optimierungsziel werden auf Zelleneinträge einer Tabelle referenziert. Der Optimierungsfortschritt kann für jeden Schritt im

iterativen Lösungsprozess beobachtet werden. Der verwendete Lösungsalgorithmus ist der Generalized Reduced Gradient Algorithmus (GRG) [Dun78]. Er ist zur Lösung kontinuierlicher nichtlinearer Optimierungsaufgaben konzipiert. Der gesamte Berechnungsvorgang ist im Bild 6.3, S. 135 in einem Ablaufplan zusammengefasst.

$$\text{Min} = \sum_{i=1}^k \{T_i(\varphi_i) - c_s x_A(\varphi_i) x_A'(\varphi_i)\}^2 \quad (6.6)$$

$T_i(\varphi_i)$ gefordertes Drehmoment

$x_A(\varphi_i)$ Ansatzfunktion für ÜF 0. Ordnung

$x_A'(\varphi_i)$ Ortsableitung der Ansatzfunktion

c_s Federsteifigkeit

i i -ter Wert, gebildet durch Diskretisierung

k Anzahl der Werte

Die Wahl der Ansatzfunktion ist für die Feder-Bandgetriebe abhängig von:

- der Verlaufsform des geforderten Kraft- bzw. Drehmomentverlaufs,
- den Nebenbedingungen,
- den Genauigkeitsanforderungen an die Näherung des vorgegebenen Drehmomentverlaufs und
- der Struktur des Ausgleichsmechanismus hinsichtlich der Realisierbarkeit von Übertragungsfunktionsverläufen (Stabilitätskriterien).

Grundsätzlich wurden in den durchgeführten Berechnungen mit der Polynomansatzfunktion

$$x_A(\varphi) = a_0 + a_1\varphi + a_2\varphi^2 + \dots + a_n\varphi^n \quad (6.7)$$

von 1. bis 5. Ordnung gute bis sehr gute Näherungen erzielt.

Für sinusförmige Ausgleichsmomentverläufe, die durch Massenwirkungen von Kurbeln, Doppelkurbeln oder Kreuzschubschleifen hervorgerufen werden, werden bessere Näherungen mit der Fourierreihe erreicht

$$x_A(\varphi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^n [a_m \cos(m \varphi) + b_m \sin(m \varphi)]. \quad (6.8)$$

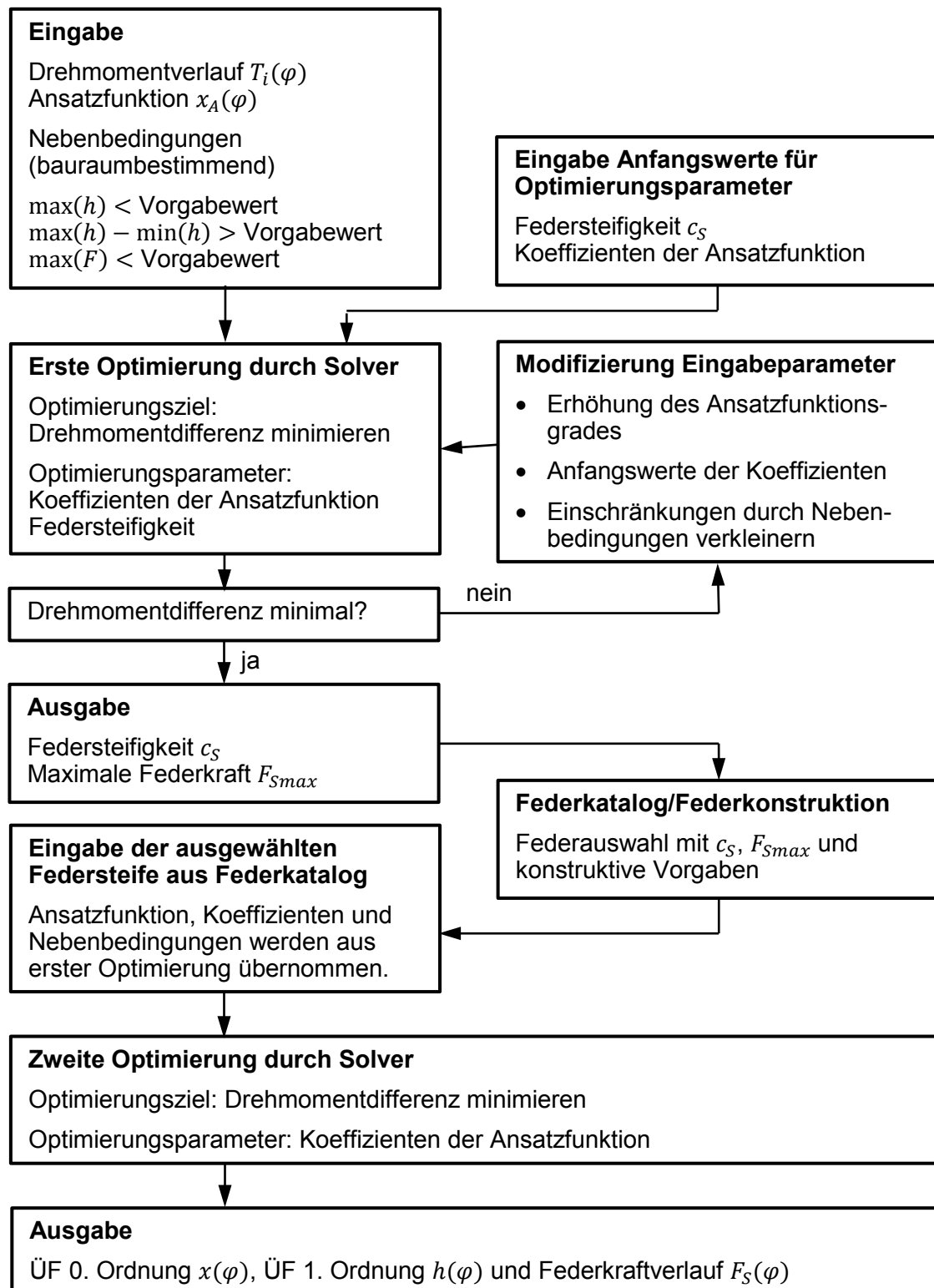


Bild 6.3: Ablauf zur Bestimmung der Übertragungsfunktion durch Parameteroptimierung einer Ansatzfunktion

In der Optimierung sollte der Ansatzgrad n der Ansatzfunktion $x_A(\varphi)$ solange schrittweise erhöht werden, bis der geforderte Drehmomentverlauf mit gewünschter Genauigkeit erreicht ist.

7 Verifikationsbeispiele der Bibliothekselemente

Die nachfolgend dargestellten Verifikationsbeispiele beinhalten eine Auswahl der Elemente für die Analyse von Koppelgetrieben sowie für die Synthese und Analyse von Bandgetrieben. Die dargelegten Beispiele haben nicht den Anspruch, die detaillierte Funktion jedes einzelnen in dieser Arbeit vorgestellten Elements vollständig in den vielfältigen Elementkombinationen nachzuweisen. Dies würde den Rahmen der Arbeit sprengen. Vielmehr wurden aus den Kategorien Beispiele ausgewählt, um einen Eindruck über die vielseitige Verwendbarkeit der neuen Elemente zu vermitteln. An dieser Stelle soll jedoch auf Veröffentlichungen mit weiteren Anwendungsbeispielen der neuen Bibliothekselemente verwiesen werden, die den erfolgreichen Einsatz der Elemente dokumentieren. So wird in [Ebe11a] und [Göd11] ein Fitnessportgerät einer Beinpresse unter Verwendung von auf Koppelgetriebegliedern geführten Kreisrollen vorgestellt (vgl. Bild 7.1 a)). Des Weiteren findet sich in den selbigen Schriften ein Analysemodell von einem Trainingsgerät für den Oberkörper (Butterfly), bei dem die Trainingsbelastung durch eine konvex gekrümmte Bandkurvenscheibe vorgegeben wird (siehe Bild 7.1 b)).

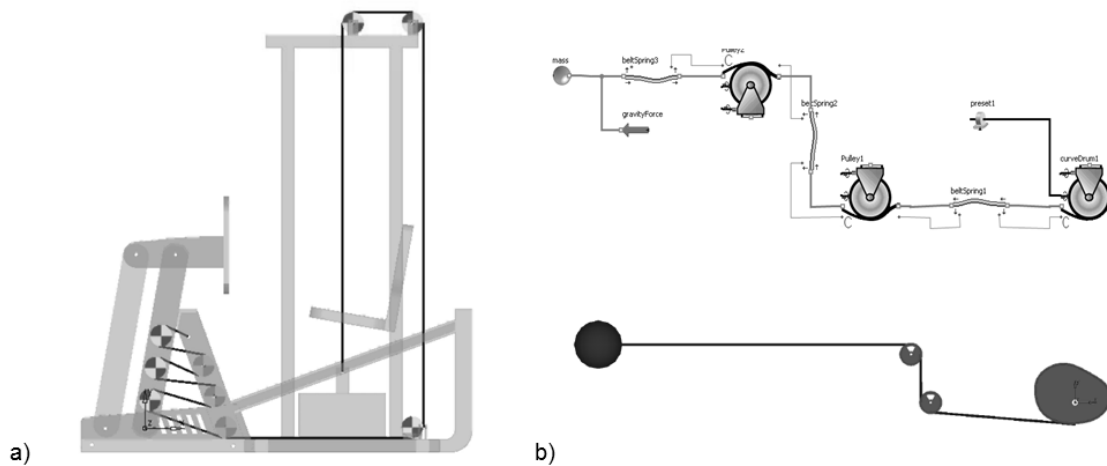


Bild 7.1: Simulation der Dynamik von Sportgeräten mit Bibliothekselementen zur Analyse von Bandgetrieben; a) Beinpresse, b) Trainingsgerät für den Oberkörper

7.1 Koppelgetriebe-Analyse - Beispiel 8-gliedriges Koppelgetriebe

Im Bild 7.2 ist das kinematische Schema eines Koppelgetriebes, welches in der VDI-Richtlinie 2729 im Beispiel 2 zu finden ist, dargestellt. Darin sind die nebenstehenden Konstruktionsdaten für die Gestellagerpunkte, Gliedabmessungen und Gliedwinkellagen sowie die Antriebsparameter aufgeführt. In Analogie zur Richtlinie wird das Getriebe mit den neuen Elementen der Koppelgetriebebibliothek aufgebaut. Neben den kinematischen Vorgaben wurde das Modell mit Masseparametern (vgl. Anhang C) und den zugehörigen Schwerpunktlagen versehen. Zur Modellverifikation wurde parallel in PTC Creo Elements Pro ein Referenzmodell als klassisches Mehrkörpersystem-Modell ohne Überbestimmungen bezüglich dem Getriebefreiheitsgrad aufgebaut. Die damit vorliegenden Massenparameter des 8-gliedrigen Koppelgetriebes wurden am Modell festgestellt und als Datenbasis in das SimulationX-Modell übertragen.

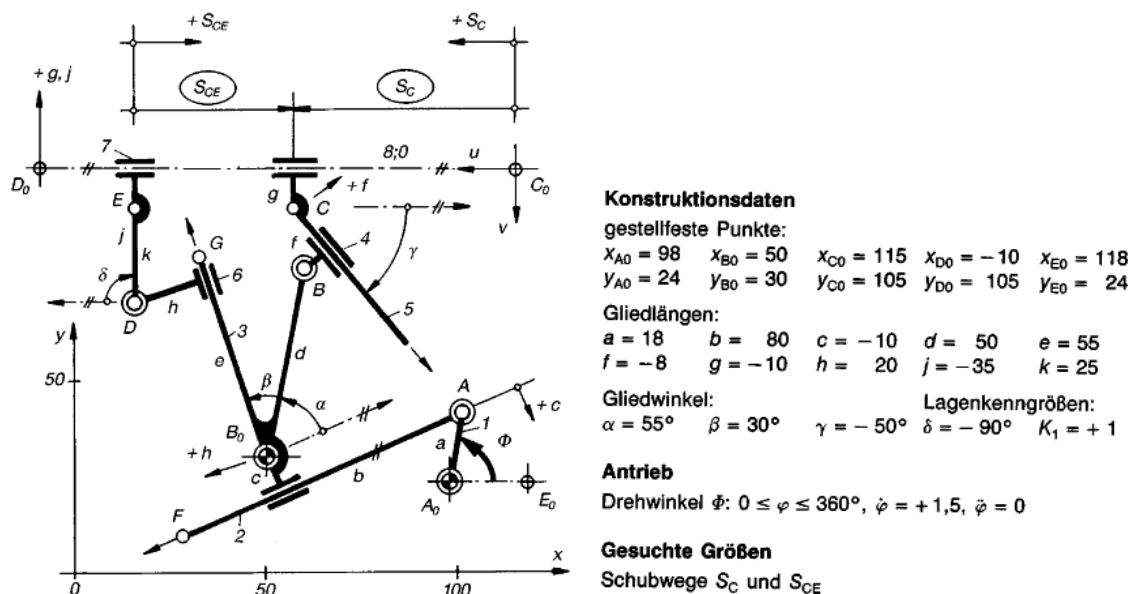


Bild 7.2: Kinematisches Schema und Konstruktionsdaten zum Beispiel 2 aus VDI 2729

Gesucht sind in diesem Beispiel die relativen Schubwege zwischen den Punkten C_0 und C sowie zwischen E und C . Des Weiteren wird das Antriebsmoment an der Kurbel bei konstanter Drehzahl von $1,5 \text{ rad/s}$ gemessen und mit den Berechnungsergebnissen des Referenzmodells verglichen. Der Vergleich des Antriebsmoments ist zur Modellverifizierung

der Dynamik allgemein ausreichend, da die Kinematik der Schwerpunktlagen und der Kräfte bestimmenden Massenbeschleunigungen aus den Bewegungen aller Punkte hervorgehen und damit zwangsläufig alle Systemgrößen einschließen. Das bedeutet, jegliche Fehlberechnung in der Kinematik würde eine Abweichung im Antriebsmoment bewirken.

Der Modellaufbau für das 8-gliedrige Koppelgetriebe gestaltet sich sehr einfach. Die Getriebestruktur kann entsprechend der Modellansicht im Bild 7.4, S. 140 mit den Elementargruppen DAN, DSD, SDS und SSD sowie einer Führung FGP zur Darstellung des Winkelhebels (Glied 3) mit den neuen Elementen der Koppelgetriebebibliothek aufgebaut werden. Durch das Verbinden der Antriebskurbel mit dem Element „preset1“ wird das Getriebe mit einem Antrieb ausgestattet.

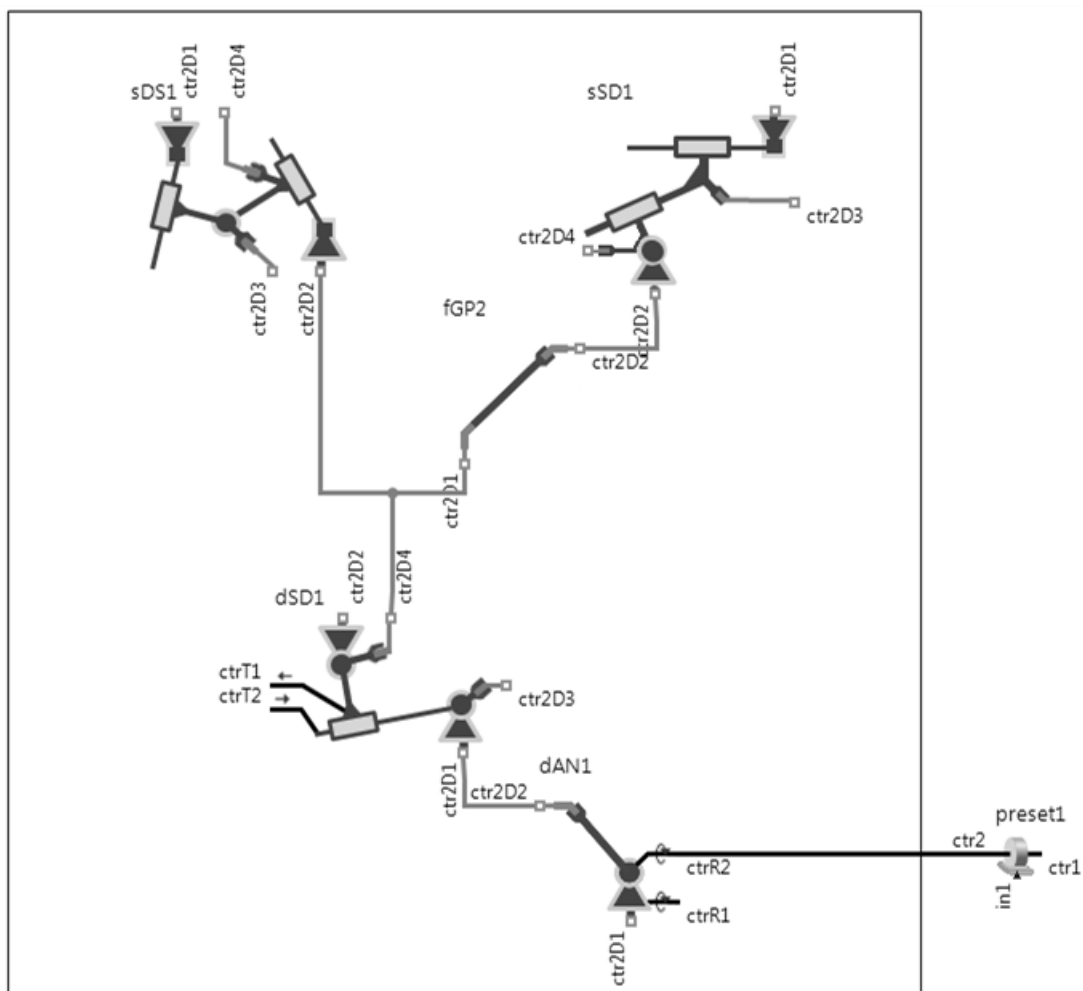
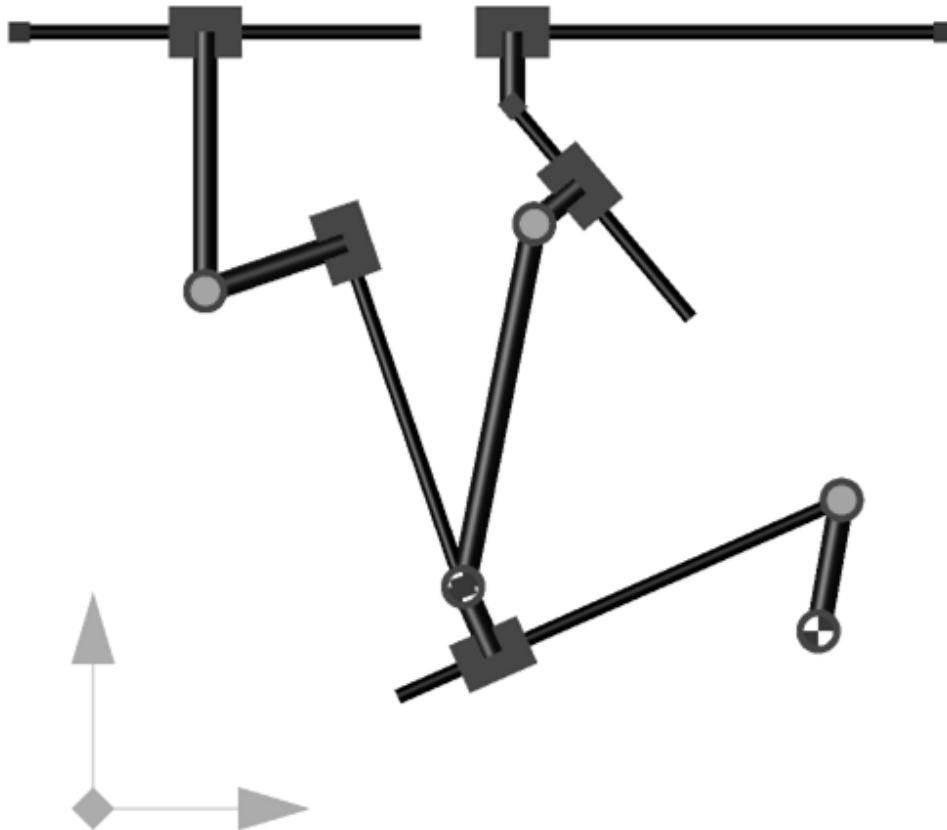


Bild 7.3: Modellansicht Beispiel 2 aus VDI 2729



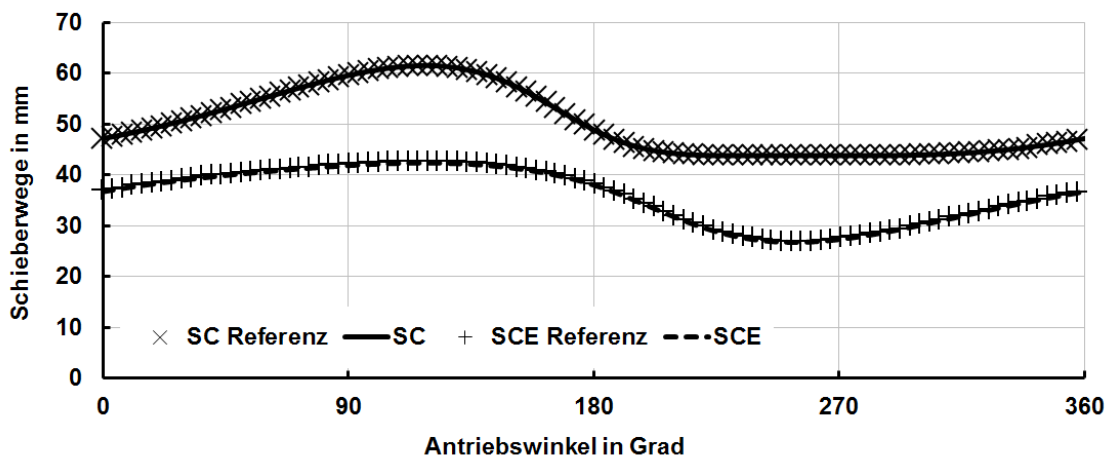


Bild 7.5: Relative Schieberwege über dem Antriebswinkel gemessen zwischen den Punkten C_0 und C

Das Antriebsmoment des unter Massenträgheitswirkungen und Schwerkraftwirkungen laufenden Getriebes stimmt mit dem im Bild 7.6 gezeigten Verlauf sowie mit den Messungen aus dem Referenzmodell überein. Damit konnte die korrekte Funktion der verwendeten Elemente durch die Vergleichsberechnung bestätigt werden.

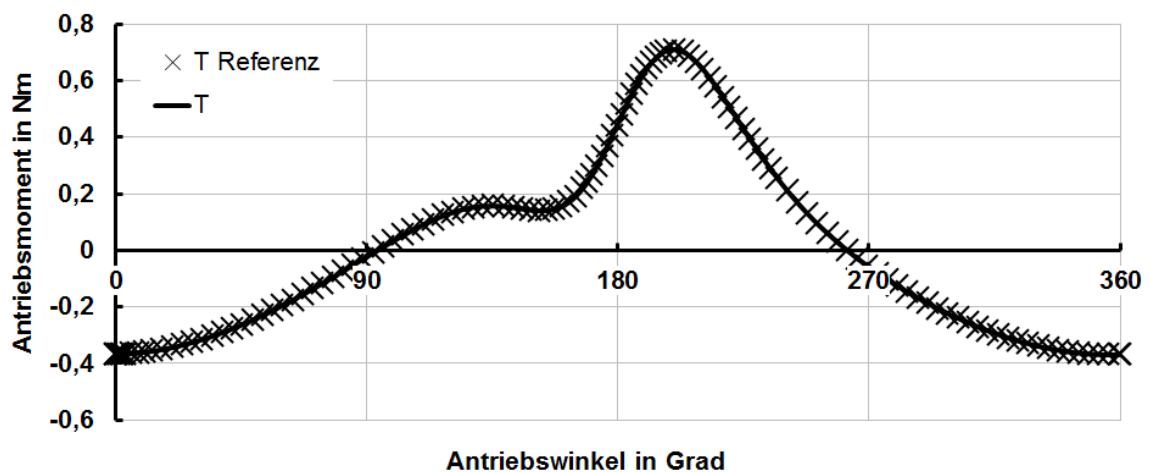


Bild 7.6: Der Vergleich der Antriebsmomente an der Kurbel zwischen SimulationX und dem Referenzmodell zeigt eine vollständige Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse.

7.2 Bandgetriebe-Synthese

7.2.1 DB~SD-Struktur zum Schwerkraftausgleich einer Schranktür

Oberschränke von Küchenmöbeln werden für einen gehobenen Bedienungskomfort und für ein ansprechendes Design mit vertikal schwenkbaren Türen ausgestattet. Die definierte Schwenkbewegung der Schranktür wird häufig durch zwei parallel angeordnete 4-gliedrige ebene Koppelgetriebe mit Drehgelenken realisiert. Das Türblatt ist hierbei der Koppelstufe zugeordnet. Durch den vertikalen Schwenkvorgang beim Öffnen wird der Massenschwerpunkt angehoben und beim Schließen abgesenkt. Damit die Tür unter der Wirkung der Eigenmasse leicht und komfortabel zu bedienen ist, wird in bisherigen Lösungen der Beschlaghersteller der Schwerkraftausgleich durch massive und meist parallel angeordnete Schraubenfederpakete [Pat1], [Pat2] oder kostenintensive Gasdruckfedern [Pat3] eingesetzt. Zudem wird eine der Schwingen im Scharnier zusätzlich mit einem Kurvengetriebe an das Federpaket gekoppelt, um eine Anpassung an das geforderte Ausgleichsmoment zu bewirken.

Eine Material sparende Alternative ist die Realisierung eines Schwerkraftausgleichs mit einfachen 3-gliedrigen Feder-Bandgetrieben. Das im Bild 7.7 dargestellte Beispiel soll der Ausgleich der Schwerkraftwirkung mittels eines Feder-Bandgetriebes der Struktur DB~SD erfolgen.

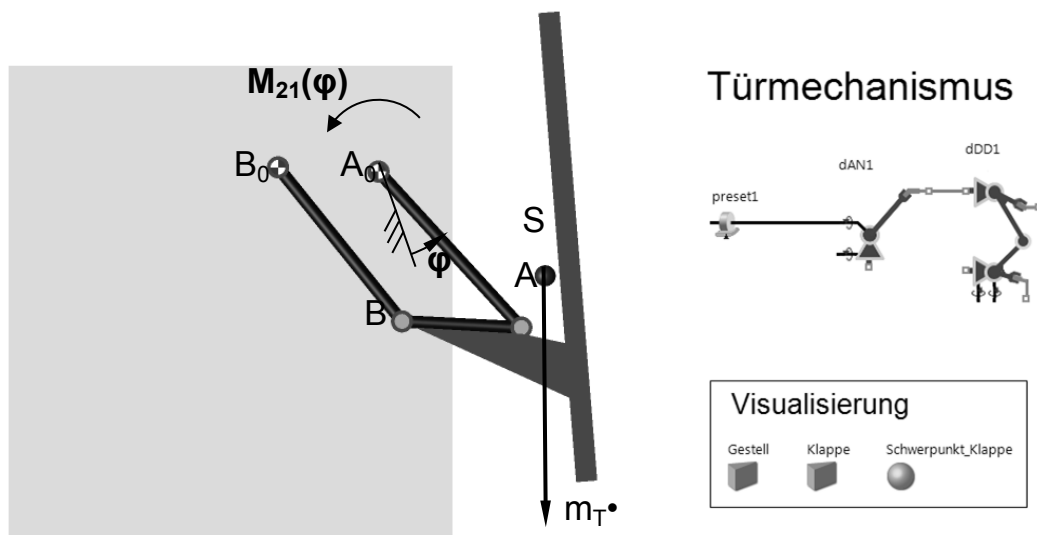


Bild 7.7: Modellansicht für den Türmechanismus ohne Massenausgleich

Das Ausgleichsmoment wird dabei direkt auf die türseitige Schwinge wirken. Zur Vereinfachung der Berechnungen genügt es, einen Scharnierbeschlag unter Halbierung der Türblattmasse zu betrachten.

Im ersten Auslegungsschritt wird der zur Verfügung stehende Bauraum für das Feder-Bandgetriebe bestimmt, und ein passender Ort für den Lagerpunkt der Feder im Gestell festgelegt. Im nächsten Schritt erfolgt die Ermittlung des erforderlichen Ausgleichsdrehmoments an der Schwinge. Dieses kann durch eine Messung am MKS-Modell oder durch eine direkte Messung am Versuchsaufbau erfolgen. Da am Mehrkörpermodell die genauen Bauteilmassen mit ihrer Schwerpunktlage nicht immer mit den am realen Versuchsaufbau vorliegenden Bauteilparametern übereinstimmen, wurde das erforderliche Ausgleichsdrehmoment experimentell bestimmt. Im Bild 7.8 ist das mit einem digitalen Kraft- und Winkelsensor gemessene Ausgleichsmoment als Mittelwert aus jeweils drei Versuchsreihen abgebildet. Das Ergebnis für den Mittelwertverlauf wurde durch eine Regression mit einem Polynom 3. Grades zur weiteren Verwendung in eine stetige Näherungsfunktion überführt. Das Bestimmtheitsmaß R^2 dient hier zur Kontrolle der Näherungsgüte und bescheinigt mit einem Wert von 99,7 % eine ausreichend gute Näherung.

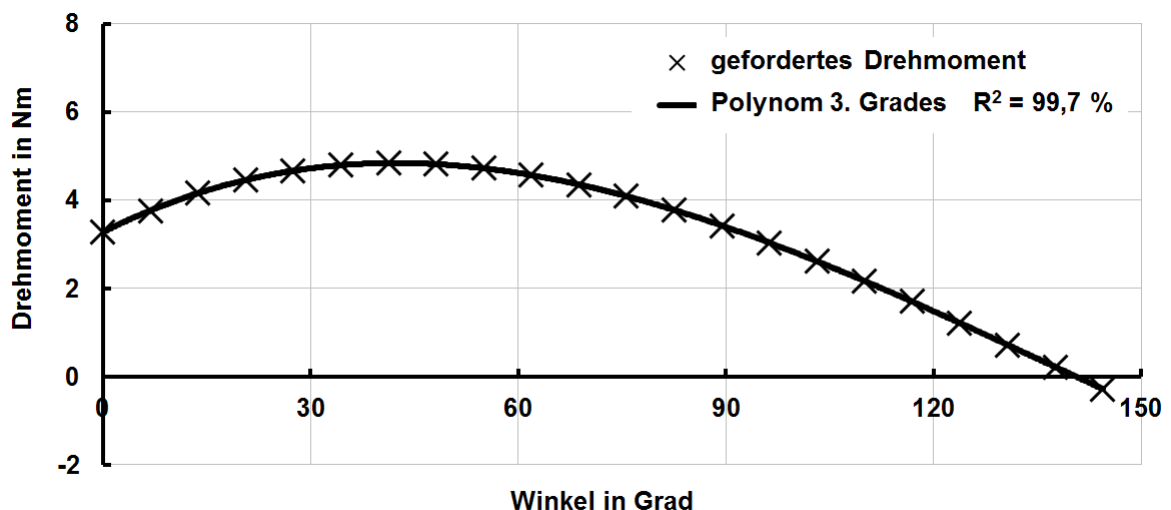


Bild 7.8: Ausgleichsmomentanforderung und Regressionskurve mit Polynom 3. Grades unter Angabe des Bestimmtheitsmaßes R^2 zur Aussage über die Güte der Näherung

Unter Verwendung der im Kapitel 6.2 aufgezeigten Vorgehensweise zur Ermittlung der geforderten Übertragungsfunktion werden die Ansatzfunktionskoeffizienten für ein Polynom 3. Grades durch eine Optimierung in zwei Berechnungsdurchläufen festgelegt.

Der erste Optimierungslauf bestimmt die geforderte Federsteifigkeit und den Federkraftverlauf unter Vorgabe des approximierten Ausgleichsmomentverlaufs. Zudem wird mit einer Nebenbedingung der wirksame Hebelarm auf Werte von $h < 80 \text{ mm}$ begrenzt. Damit wird ein direkter Einfluss auf den maximalen Bandkurvenscheibenradius und den damit verbundenen maximalen Federweg genommen. Mit dem berechneten Wert der Federsteifigkeit und der maximalen Federkraft als Produkt aus dem maximalen Federweg und der Federsteifigkeit wird aus einem Federkatalog eine Feder mit angenäherten Parametern ausgewählt. Die ausgewählte Federsteifigkeit beträgt für dieses Beispiel $0,938 \text{ N/mm}$. In einem zweiten Optimierungslauf wird unter Verwendung der ausgewählten Federsteifigkeit die im Bild 7.9 dargestellte Übertragungsfunktion für den Federweg und den wirksamen Hebelarm endgültig festgelegt.

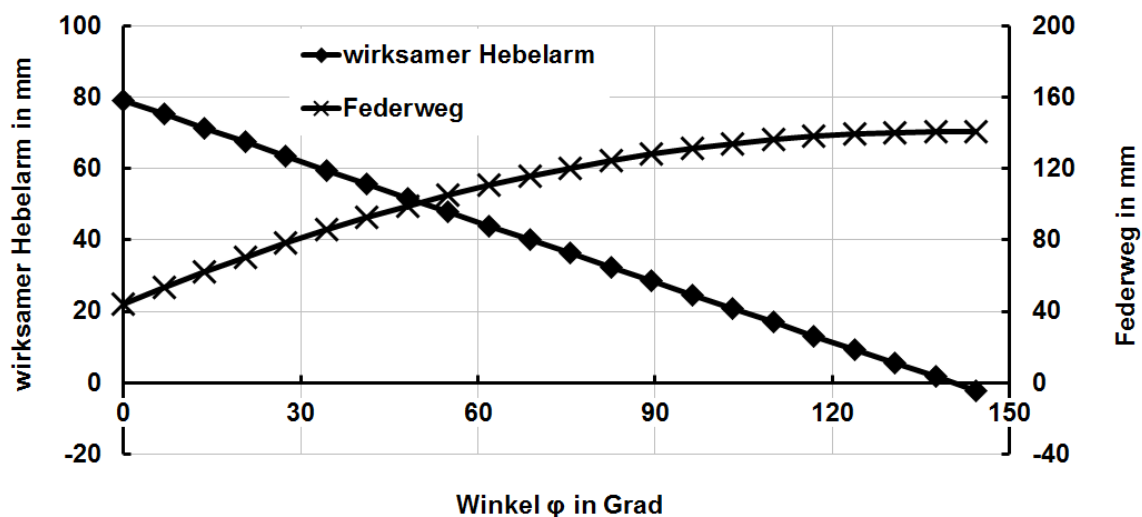


Bild 7.9: Übertragungsfunktion für Federweg und wirksamen Hebelarm über dem Drehwinkel

Im nächsten Berechnungsschritt erfolgt mit dem im Bild 7.10, S. 145 dargestellten Berechnungsmodell die Maßsynthese für das Ausgleichsgetriebe. Die Bandgetriebestruktur DB~SD wird mit den Elementen DB~SD und Bandkurve vollständig beschrieben.

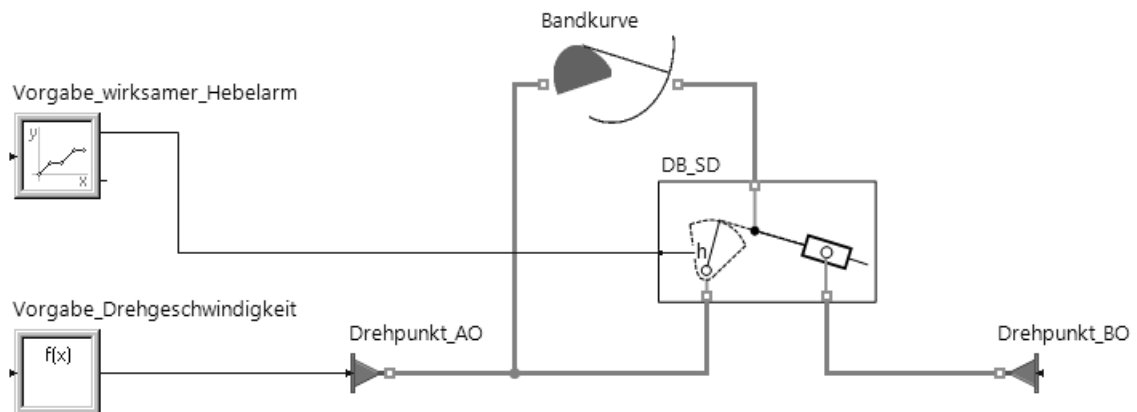


Bild 7.10: Berechnungsmodell zur Bestimmung der Bandkurvenscheibengeometrie

Die Lage der Bandkurvenscheibe und der Drehachse von B_0 wird über die Beschreibung von Ebenenlagen mit den Vorgabe-Elementen aus der 2D-Bibliothek „Drehpunkt_A0“ und „Drehpunkt_B0“ gegenüber der Gestellebene mit den Koordinaten $A_0 = \{0; 0\}$ und $B_0 = \{-296; 0\}$ definiert. Weiterhin wird über die Vorgabe „Drehpunkt_A0“ eine konstante Bewegung der Bandkurvenscheibe mit einer Geschwindigkeit von 1 rad/s aufgeprägt. Die zugehörige Bewegung für den Befestigungspunkt zwischen Band und Feder wird über den zuvor bestimmten Verlauf des wirksamen Hebelarms als Kennlinie in Abhängigkeit der Bandkurvenscheibenstellung dem Element DB~SD zugeführt. Der Drehwinkel der Bandkurvenscheibe ergibt sich aus der vorgegebenen Drehgeschwindigkeit der Bandkurvenscheibe multipliziert mit der aktuellen Simulationszeit. Konkretisiert wird die Berechnung des Befestigungspunkts zwischen Band und Feder durch den Lageparameter $K = -1$. Er gibt eine rechtsseitige Lage von einer gedachten Verbindungslinie zwischen A_0 und B_0 vor. Der so berechnete Bandbefestigungspunkt PS wird im Modell über eine 2D-Connection vom Element DB~SD auf das Element Bandkurve übergeben. Sein Koordinatenverlauf ist im Bild 7.11 als Bahnkurve k_{PS} dargestellt. Durch Koordinatendrehtransformation um A_0 berechnet das Element zunächst die Evolvente und anschließend über die Evolventen-Evoluten-Beziehung die Evolute, welche der gesuchten Bandkurvenscheibenkontur entspricht.

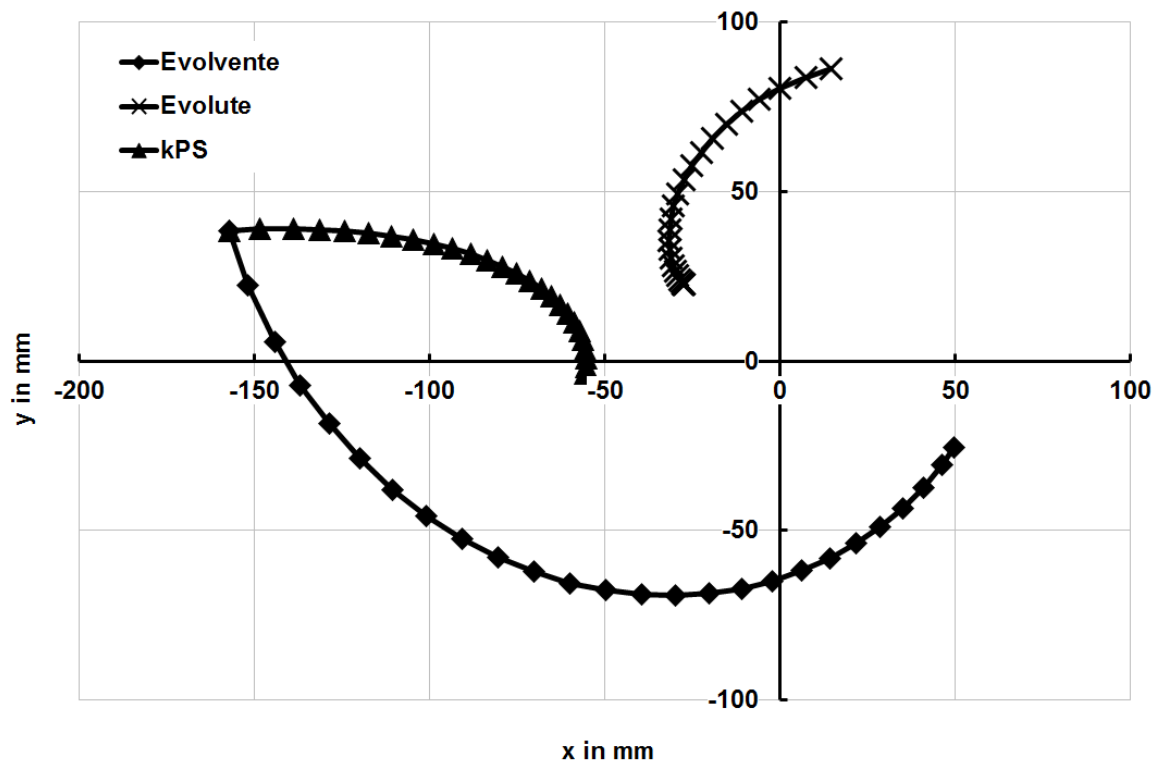


Bild 7.11: Bahnkurve k_{PS} des Bandbefestigungspunkts PS, Evolvente und Evolute. Die Darstellung der Evolute entspricht der Stellung, die sich bei vollständig geöffneter Schranktür ergibt.

Erst durch die anschließende Zusammenführung der Teilmodelle Türmechanismus (vgl. Bild 7.7) und Ausgleichsgetriebe (vgl. Bild 7.10) ergibt sich ein Gesamtmodell, welches zur Visualisierung des Gesamtsystems herangezogen wird. Im Bild 7.12, S. 147 ist der berechnete Türmechanismus der Oberschranktür in geschlossener und vollständig geöffneter Türstellung dargestellt.

Die Korrektheit der Syntheseberechnungen für den Massenausgleich der Oberschranktür wird nachfolgend mit dem im Bild 7.13, S. 147 dargestellten Experimentieraufbau nachgewiesen. Die dargestellte Konstruktion besteht aus einem Aluminiumprofilrahmen, auf dem eine Grundplatte verschraubt ist. Die Grundplatte, die Koppelgetriebeglieder sowie die Bandkurvenscheibe sind aus lasergeschnittenen Aluminiumblechen gefertigt. Dabei besteht die Bandkurvenscheibe aus drei gestapelten Blechen (Bordscheibe, Kurvenscheibe und eine weitere Bordscheibe). Die Achslagerungen der Schwingen sind mit im Gestell verschraubten Kugellagerböcken reibungsarm ausgeführt. Für die Lagerungen der Koppel wurden einfache Gleitlager verwendet. Zur Nachbildung der realen

Schranktürmasse wurde ein Massenstück von 2 kg im Schwerpunkt der Koppel angehängen.

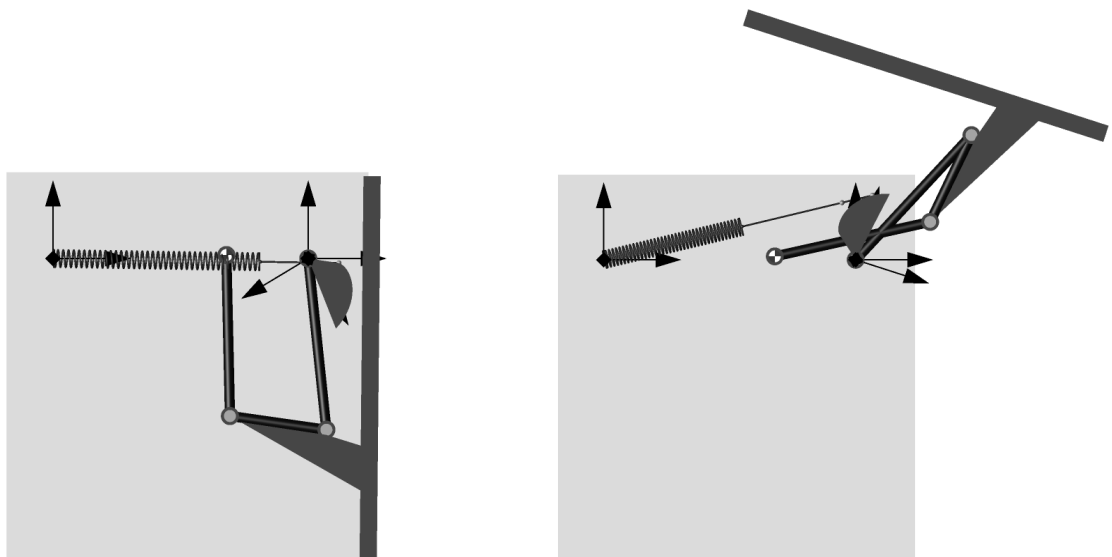


Bild 7.12: Animationsansicht für das synthetisierte Bandgetriebe der Schranktür bei geschlossener und offener Türstellung

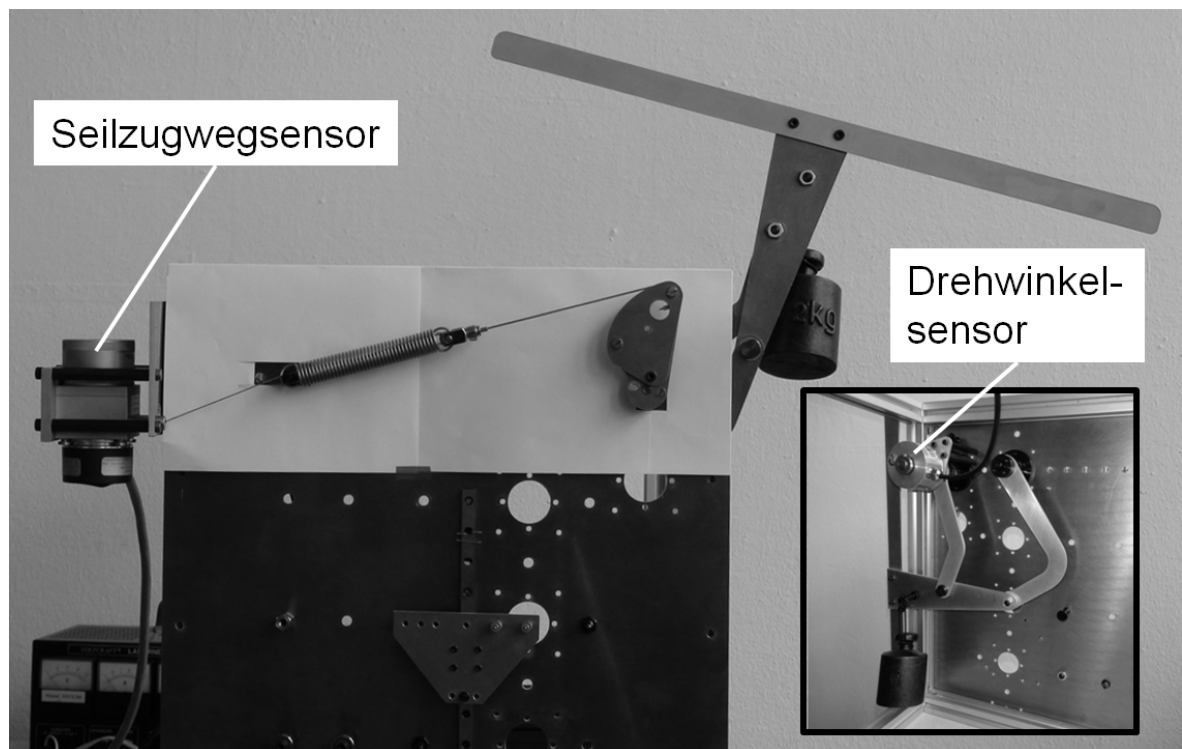


Bild 7.13: Experimentieraufbau zur Überprüfung des Massenausgleichs für das 4-gliedrige Führungsgetriebe der Oberschranktür

Zur Bestimmung der am Versuchsaufbau vorliegenden Übertragungsfunktion wurden mit einem Drehwinkelsensor die Winkellage der Bandkurvenscheibe und mit einem Seilzugwegsensoren der Federweg zwischen dem Befestigungspunkt von Band und Feder und dem Lagerungspunkt der Feder im Gestell gemessen.

Im Bild 7.14 ist das experimentelle Messergebnis der Übertragungsfunktion 0. Ordnung im Vergleich zur berechneten Übertragungsfunktion aus der Synthese dargestellt. Es besteht eine gute Übereinstimmung zwischen der Berechnung und dem Experiment. Die leicht mit dem Federweg ansteigende Abweichung konnte auf einen Offset zwischen Bandkurvenscheibe und der neutralen Schicht im Zugmittel zurückgeführt werden. Der im Experiment festgestellte wirksame Hebelarm fiel ca. 0,4 mm größer aus. Die daraus resultierende Differenz zum geforderten Ausgleichsmoment zeigte hingegen keine nennenswerten Auswirkungen auf den Massenausgleich am Experimentieraufbau. Die Tür konnte durch die Unterstützung der selbst geringfügigen Lagerreibungen in jeder beliebigen Stellung gehalten werden. Somit wurde das Ziel eines vollständigen Gewichtskraftausgleichs erreicht.

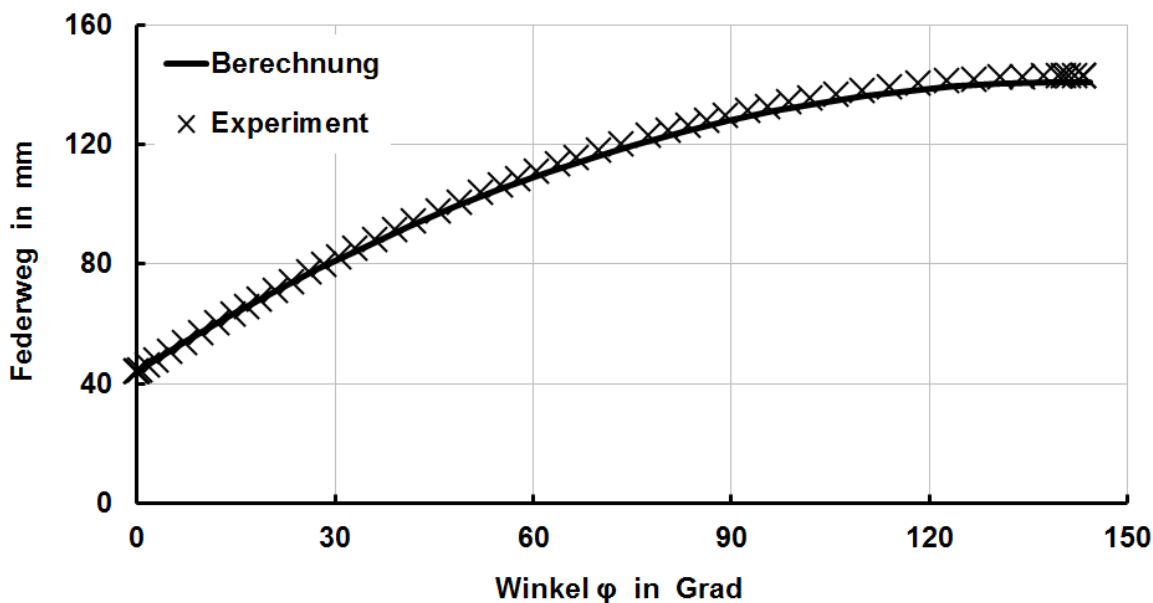


Bild 7.14: Vergleich der Übertragungsfunktion zwischen Vorgabe aus der Maßsynthese und Experiment am physischem Modell

7.2.2 DB~DS-Struktur mit Schieber im Gestell

In diesem Beispiel wird für ein Bandgetriebe der Struktur DB~DS eine Maßsynthese für einen Bewegungsübergang von einem Abschnitt kleiner konstanter Geschwindigkeit in eine größere konstante Geschwindigkeit entsprechend dem im Bild 7.15 dargestellten Diagramm demonstriert. Die mathematische Übergangsdefinition im Geschwindigkeitsverlauf erfolgt mit einem Polynom 5. Grades, sodass die Bewegung stoß- und ruckfrei verläuft. Weiterhin verläuft die horizontal ausgerichtete Schubgerade zentrisch durch den Bandkurvenscheibendrehpunkt P1. Das Band soll bei einer Linksdrehung der Bandkurvenscheibe aufgewickelt werden, und der Schieber ist in seiner Ausgangsstellung mit $xS_0 = 100\text{ mm}$ vom Drehpunkt P1 entfernt.

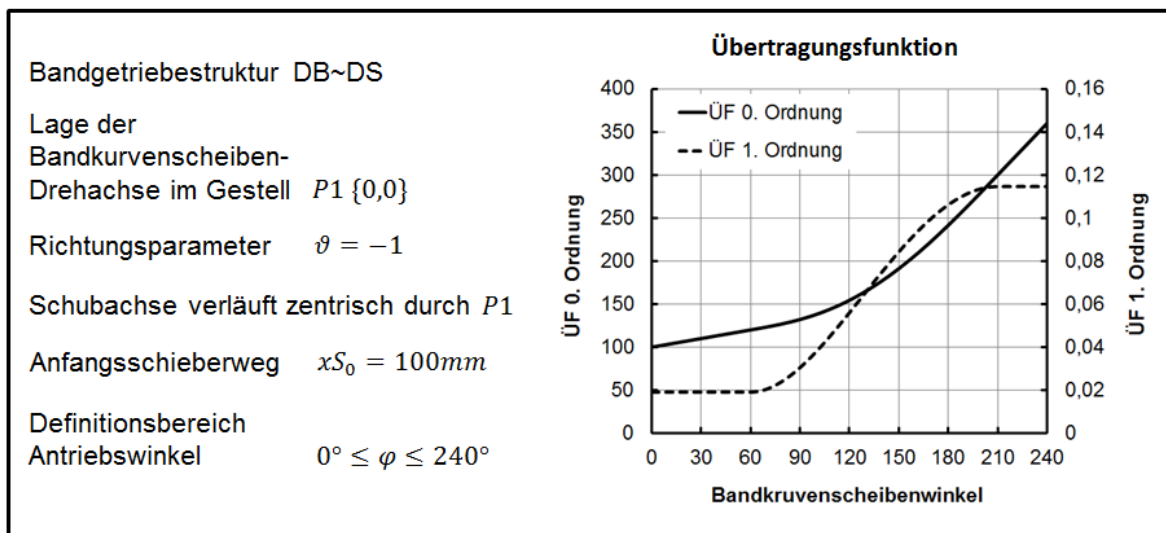


Bild 7.15: Parameter zur Synthese der DB~DS-Struktur

Im Bild 7.16, S. 150 ist der Modellaufbau zur Synthese der DB~DS-Struktur dargestellt. Der Schieber wird durch das Element Schubantrieb (SAN) der Koppelgetriebebibliothek abgebildet, und das Element Bandkurve berechnet die Kontur der Bandkurvenscheibe. Unter Vorgabe des Antriebswinkels und der Übertragungsfunktion ist die Lagezuordnung zwischen der Bandkurvenscheibe und dem Schieber eindeutig festgelegt.

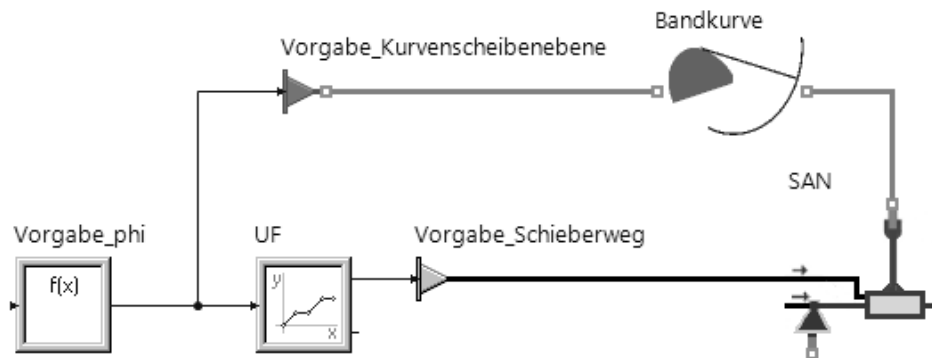


Bild 7.16: Modell für die Maßsynthese der Bandgetriebestruktur DB~DS

Mit einem Simulationslauf wird zunächst die Spurkurve des Drehgelenks auf dem Schieber bestimmt und über die 2D-Connection dem Element Bandkurve übergeben. Das Element Bandkurve berechnet daraus die im Bild 7.17 dargestellte Evolvente und in einem weiteren Berechnungsschritt die Evolute, welche der gesuchten Bandkurvenscheibenkontur entspricht.

Die Animationsansicht im Bild 7.18, S. 151 zeigt das vollständige Bandgetriebe. Mit dieser Visualisierung kann am Bildschirm der Lauf des Getriebes für den Anwender beobachtet werden.

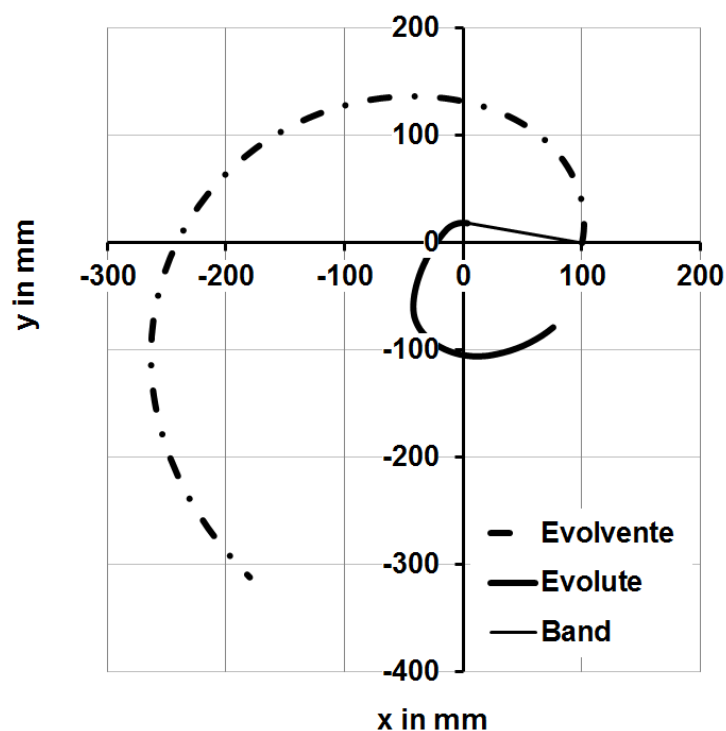


Bild 7.17: Evolvente und Evolute für das DB~DS-Bandgetriebe

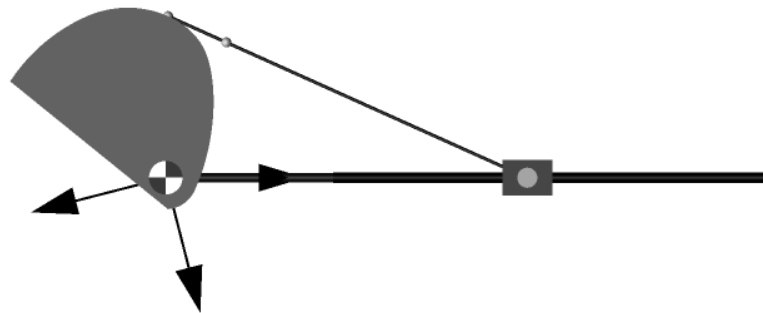


Bild 7.18: Animationsansicht für das DB~DS-Bandgetriebe

Um eine gesicherte Aussage über die Herstellbarkeit der Bandkurvenscheibenkontur zu erhalten, wird diese der im Kapitel 5 beschriebenen Bewertung von Bandkurven unterzogen. Im Bild 7.19 links, S. 152 ist der Verlauf des Krümmungsradius der Evolvente und dessen Ortsableitung abgebildet. Der Betrag des Krümmungsradius entspricht der freien Bandlänge. Für eine physikalisch herstellbare Bandkurvenscheibe darf die freie Bandlänge weder das Vorzeichen wechseln noch Sprünge im Verlauf aufweisen. Ein „schärferes“ Kriterium wird durch die Änderung des Krümmungsradius bzw. die Änderung der freien Bandlänge beschrieben. Tritt hier im stetigen Verlauf ein Vorzeichenwechsel auf, wechselt die berechnete Kontur von konvex auf konkav oder umgekehrt, und bei Verlaufssprüngen zerfällt die Bandkurvenkontur in zwei Teile. Dies ist in diesem Beispiel nicht der Fall. Der Krümmungsradius verläuft im Bereich von 100 mm bis 350 mm und der maximale Radius der Bandkurvenscheibe liegt bei etwa 120 mm. Damit ist die Bandkurvenscheibenkontur physikalisch existent und kann einer Fertigung zugeführt werden. Im Bild 7.19 rechts, S. 152 ist zur Vollständigkeit der Krümmungsradius der Evolute abgebildet. Er besitzt einen zur Änderung des Krümmungsradius der Evolvente ähnlichen Verlauf. Die Auswertung dieser Größe zur Sicherstellung der physikalischen Existenz der Bandkurvenscheibenkontur ist jedoch in der Praxis nicht empfehlenswert, da hier die Übertragungsfunktion bis zur 4. Ableitung gebildet wird und ein störendes „numerisches Rauschen“ das gewünschte Ergebnis überlagern kann.

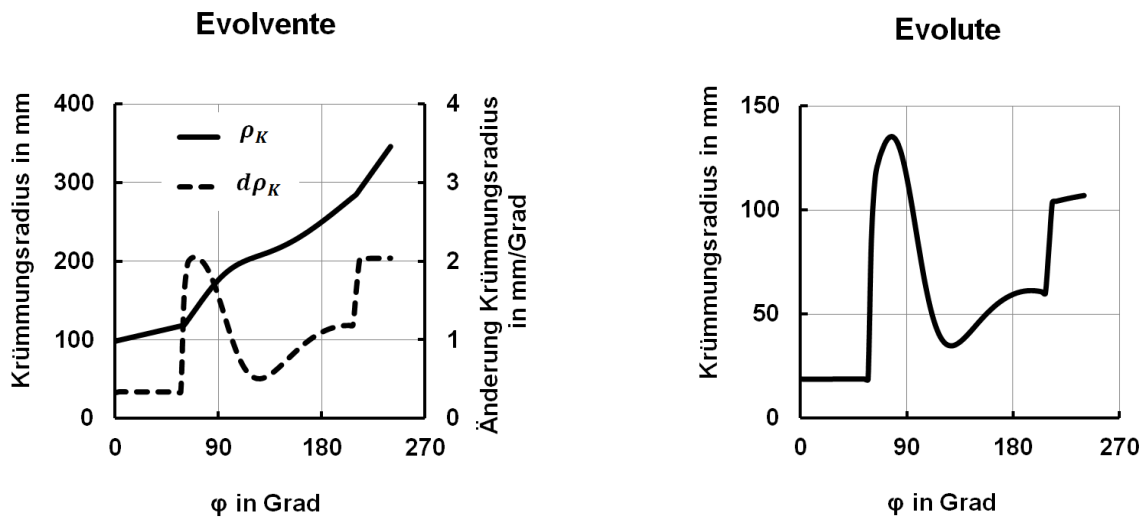


Bild 7.19: Krümmung der Evolvente und Evolute

Zur Verifizierung der Ergebnisse wurde die berechnete Bandkurvenscheibe per Laser aus einem Blech ausgeschnitten und mit einem Experimentieraufbau am vollständigen Getriebe die Übertragungsfunktion mit einem Drehwinkel- und Seilzugwegsensoren ermittelt. Der Vergleich im Bild 7.20 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der berechneten und experimentell gemessenen Übertragungsfunktion.

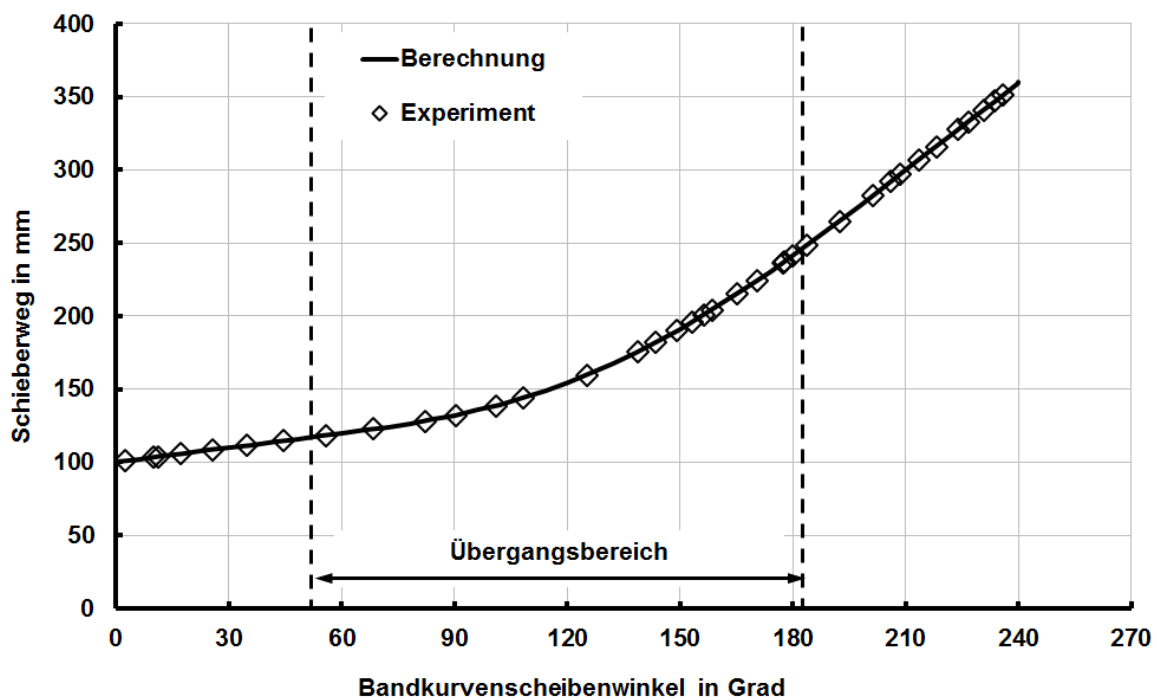


Bild 7.20: Vergleich der Übertragungsfunktion 0. Ordnung zwischen Vorgabe aus der Synthese und experimenteller Messwertkurve

Das biegeschlaife Seil ist abwechselnd zwischen den Blöcken über die Rollen geführt und an einem Seilende am oberen Block befestigt, welcher wiederum mit dem Gestell verbunden ist. Der untere Rollenblock wird in der Funktion einer „losen Rolle“ verwendet. Somit ist dieser Block gegenüber der Gestellebene frei beweglich. Die zwischen den Blöcken verlaufenden Seilabschnitte tragen eine angehangene Masse von 100 kg. Beim Potenzialflaschenzug ist im Idealfall die Zugkraft über der gesamten Seillänge gleich groß verteilt. Damit trägt jeder der zwischen den Blöcken verlaufenden vier Seilabschnitte ein Viertel der durch die angehangene Masse eingepprägten Gesamtbelastung. Dem gegenüber ist bekanntermaßen der zur Bedienung erforderliche Seilweg vier Mal größer als der Weg der anzuhebenden Masse.

Im oberen Bildabschnitt sind die im Gestell gelagerten Rollen mit den Bezeichnungen „Rolle1“ und „Rolle3“, deren Drehachsen im Gestell fest gelagert sind, dargestellt. Im unteren Abschnitt sind hingegen die Rollen „Rolle2“ und „Rolle4“ in einer Violine zusammengefasst und gegenüber dem Gestell frei beweglich.

Das Bild 7.22 gibt einen Überblick über alle Parameter und die verwendete Antriebsfunktion für das Anheben der Masse.

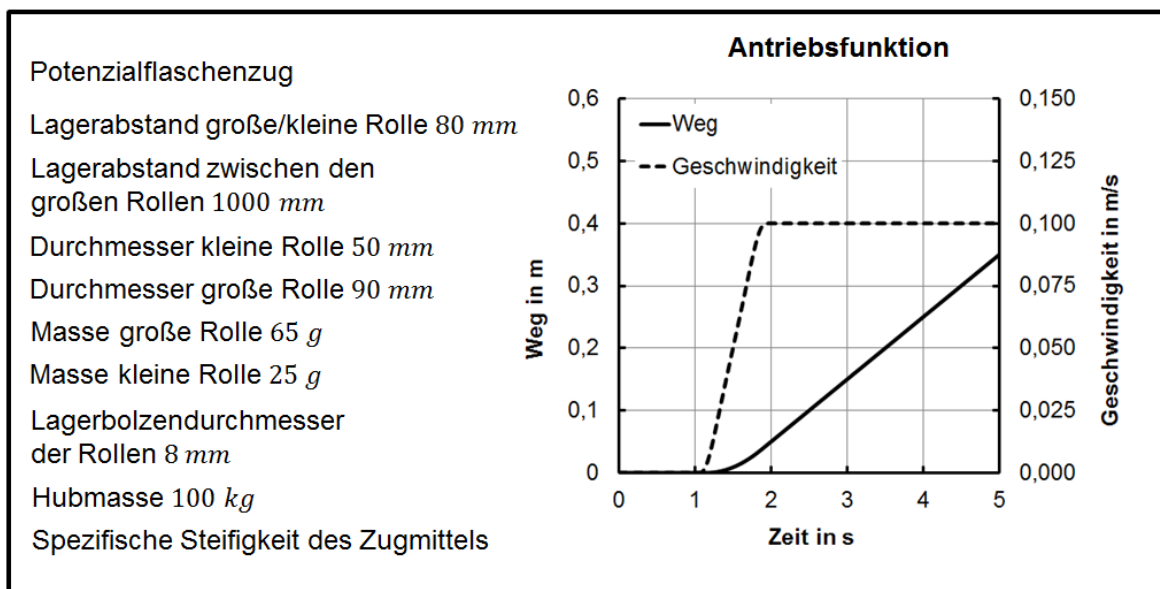


Bild 7.22: Parameter und Antriebsfunktion für den Potenzialflaschenzug

Demonstrativ für die vielzähligen Analysemöglichkeiten der Bandgetriebe mit kreisrunden Rollen sollen an diesem Beispiel des Potenzialflaschenzugs die Auswirkungen der Reibung zwischen den Seillaufrollen und dem

zugehörigen Lagerbolzen für eine Gleitlagerpaarung untersucht werden. Alle Lagerbolzen besitzen einen Durchmesser von 8 mm und der Reibbeiwert zwischen Rolle und dem Lagerbolzen beträgt zunächst 0,25. Das Gleitreibungsmoment einer Rollenlagerung folgt im Modell aus der resultierenden Lagerradialkraft multipliziert mit dem Reibbeiwert und dem Lagerbolzenradius.

Wie im Bild 7.23 dargestellt, nehmen die zu übertragenden Kräfte in den einzelnen Bandabschnitten von der Zugbetätigung bis zur Gestellanbindung an der oberen Violine ab. Bei den Abschnitten, die an die großen Scheiben gekoppelt sind, fällt der Zugkraftverlust durch den größeren Hebelarm am Rollenradius gegenüber dem Reibmoment im zugeordneten Lager kleiner aus.

Betrachtet man den Wirkungsgrad über der Variation des Reibungsbeiwerts der Bolzenlagerungen, so ist im Bild 7.24, S. 156 ein linearer Zusammenhang festzustellen.

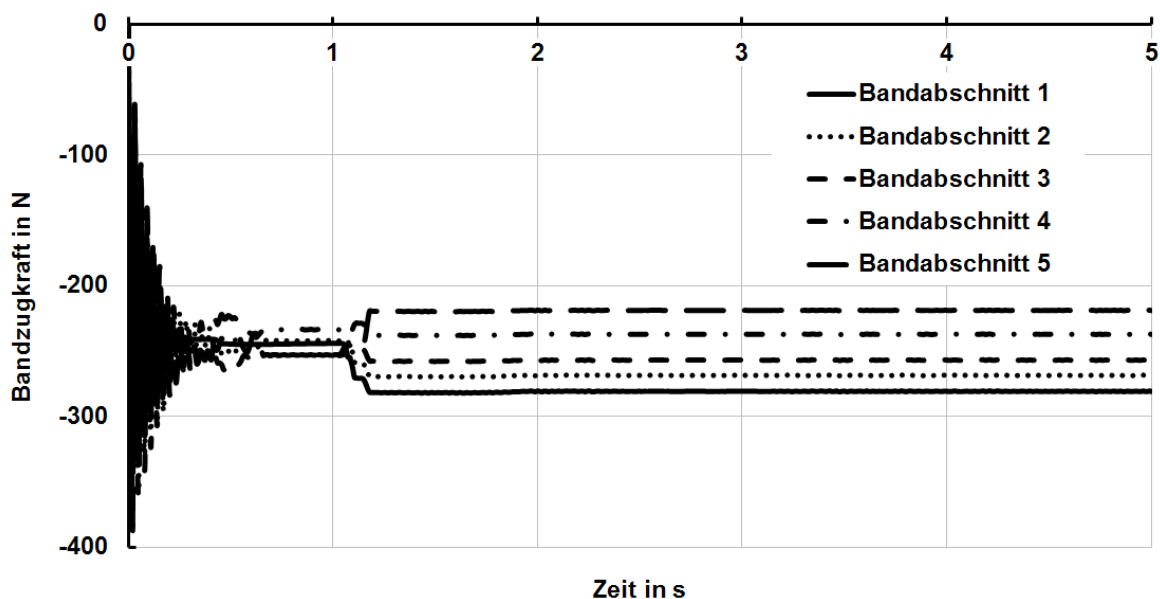


Bild 7.23: Bandkräfte über der Zeit unter dem Einfluss von Reibung in den Rollenlagerungen

Der Getriebewirkungsgrad und vor allem die Ausnutzung des Bandes als Verhältnis aus der Zugkraft vom Bandabschnitt 1 zum Bandabschnitt 5 fällt linear mit dem Reibbeiwert der Lagerungen.

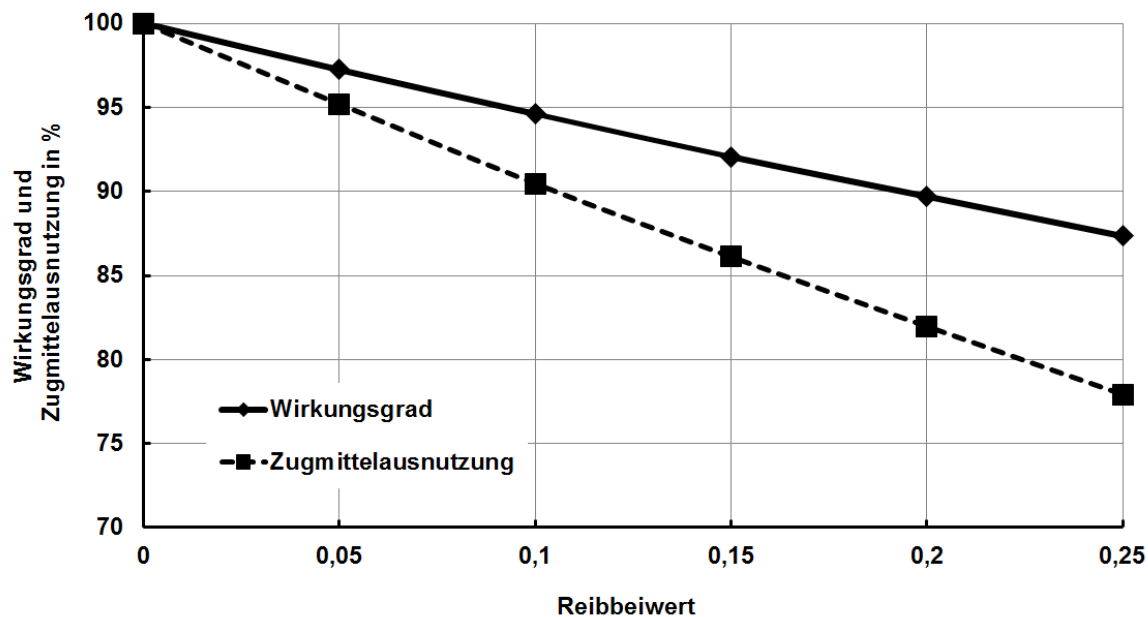


Bild 7.24: Wirkungsgrad und Ausnutzung des Zugmittels

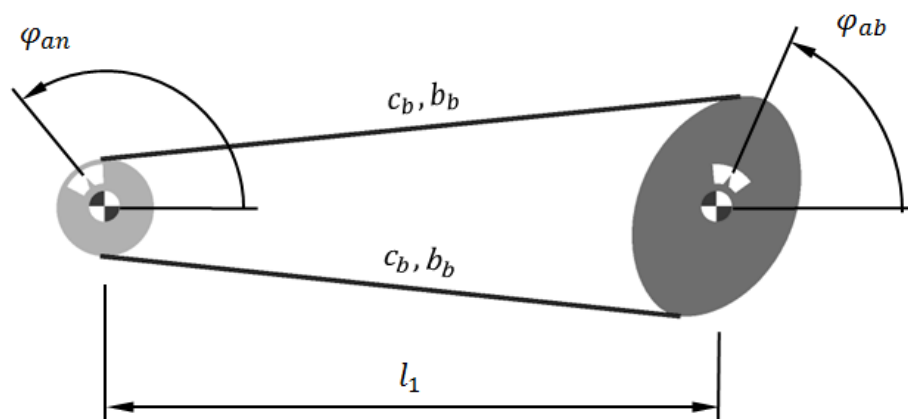
Daraus folgt das Selbstverständnis, dass ein Potenzialflaschenzug das umschlungene Zugmittel am besten ausnutzt, wenn eine möglichst reibungsarme Rollenlagerung vorliegt. Darauf ist besonders zu achten, wenn Rollen mit kleinem Durchmesser in Blöcken mit mehr als zwei Rollen zusammengefasst werden. Bei Rollenanzahlen größer als drei ist eine Wälzkörperlagerung oder reibungsoptimierte Gleitlagerung nachhaltig zu empfehlen.

7.3.2 Zahnriemengetriebe mit Unrundrädern

Zahnriemengetriebe mit Unrundrädern und geschlossenem Zugmittel werden als Vorschaltgetriebe zur zeitlichen Verlängerung von periodisch wiederkehrenden Prozessschritten eingesetzt. Entsprechend der Anzahl der verwendeten Räder werden sie in Zwei- und Dreiräderausrüstung unterschieden. Bekannte Anwendungsbeispiele sind eine Abbrems-einrichtung für Papierbögen in Druckmaschinen [III07], [Nag81] oder Führungsgetriebe zur Magazinennahme von Verschlussdeckeln in Verpackungsmaschinen [Han12]. Aber auch zum Ausgleich periodisch schwankender Antriebsmomentverläufe, hervorgerufen durch veränderliche Massenträgheitsmomente nichtlinear übersetzender Koppelgetriebe, könnte mit Hilfe von Zahnriemengetrieben mit Unrundrädern ein kompensierendes Drehmoment bereitgestellt werden. Das Zahnriemengetriebe wird hierbei parallel zum Antrieb angeordnet und treibt mit schwankender Übersetzung

eine zusätzliche träge Masse, welche eine harmonisch wechselnde Drehbeschleunigung erfährt, an. Störende Antriebsdrehzahlschwankungen ließen sich durch ein Zahnriemengetriebe mit Unrundrädern zumindest teilweise kompensieren.

Der Syntheseprozess von Zahnriemengetrieben mit Unrundrädern erfordert spezielle Berechnungssoftware für die Bestimmung der exakten Räderkonturen. Die Lösungsalgorithmen sind in den Veröffentlichungen von Wyrwa [Wyr01], Illies [Ill07] und Frenken [Fre96] beschrieben. In diesen Programmen werden unter Verwendung der Momentanpole iterative Berechnungsalgorithmen durchlaufen, um die Scheibengeometrie bei vorgegebenen Parametern wie Achsabstand, minimal zulässige Scheibenkrümmung sowie vorausgewählter Zahnriemenlänge und -teilung in Einklang zu bringen. Für das nachfolgend im Bild 7.25 dargestellte Beispiel einer Zweiräderausrüstung wurde das Berechnungsverfahren nach Wyrwa von Zimmermann [Zim12] im Mathematikprogramm Mathcad bereitgestellt.



Parameter

Achsabstand	$l_1 = 800 \text{ mm}$	längenspezifische Steifigkeit	$b_b = 50 \frac{Ns}{m \cdot m}$
Antriebswinkelgeschwindigkeit	$\omega_{an} = 360 \frac{\text{Grad}}{s} = \text{konst.}$	längenspezifische Dämpfung	$c_b = 100\,000 \frac{Nm}{m}$
Antriebswinkelbereich	$\varphi_{an} = 0 \dots 720 \text{ Grad}$		

Bild 7.25: Animationsansicht und Parametersatz für das Zahnriemengetriebe mit Unrundrädern [Ebe12a]

Die Auslegung von Zahnriemengetrieben mit Unrundrädern ist mit der Synthese der kinematisch exakten Getriebeabmessungen bei einer vorgegebenen Geschwindigkeitsschwankung nur teilweise abgeschlossen. Die unter Betriebsbedingungen vorherrschenden zyklischen Drehmomentschwankungen regen das nachgiebige Zahnriemengetriebe gegebenenfalls zu Drehschwingungen an. Ferner sollte für einen funktionssicheren Betrieb das Zusammenspiel zwischen dem Zahnriemengetriebe und dem gesamten Maschinenkonzept simulativ untersucht und gegebenenfalls einzelne Parameter wie z. B. Riemensteifigkeit hinsichtlich minimaler Schwingungsanregungen optimiert werden.

Derartige Berechnungen lassen sich auf einfache Weise mit den neuen Bibliothekselementen Bandrolle mit Kurvenkontur und Elastisches Band durchführen. Mit den aus dem Syntheseprozess vorliegenden Scheibengeometrien, dem Achsabstand sowie den Riemenparametern (vgl. Bild 7.25) kann innerhalb kurzer Zeit das im Bild 7.26 dargestellte dynamische Modell für ein Unrund-Zahnriemengetriebe modelliert werden.

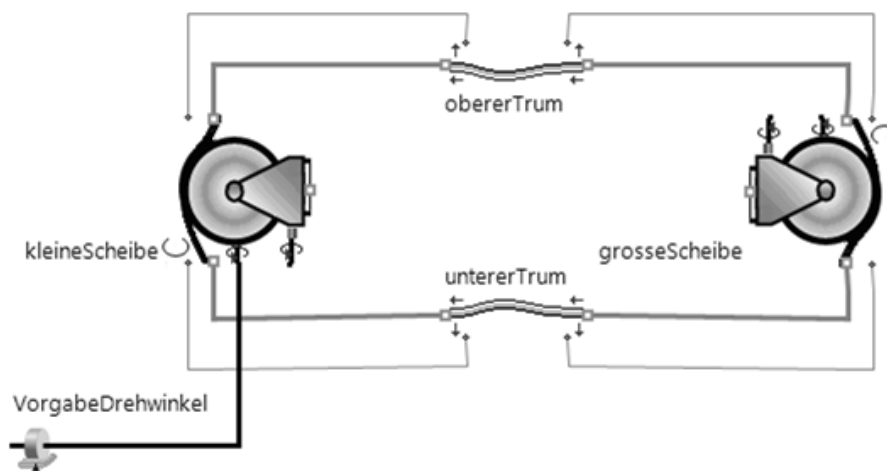


Bild 7.26: Modellansicht Zahnriemengetriebe mit Unrundrädern

Der Aufbau besteht aus zwei drehbar im Gestell gelagerten unrunder Zahnriemenrädern, welche über die Riementrume mit einer mittleren Übersetzung von $i = 2:1$ und einer Übersetzungsschwankung von $i_{max}/i_{min} = 1,5$ miteinander gekoppelt sind. Der Antrieb erfolgt an der kleineren Zahnriemenscheibe.

Im Bild 7.27 sind die für ein solches Getriebe typischen periodisch mit dem Antriebswinkel wiederkehrenden Ergebnisverläufe der Übersetzung und die Riemenkräfte unter konstanter Antriebsdrehzahl dargestellt. Die verbleibenden Schwankungen der Riemenkräfte sind auf die ebenfalls periodischen Schwankungen der Winkelbeschleunigung und damit verbundenen Beschleunigungsmomente an der „großen Scheibe“ zurückzuführen.

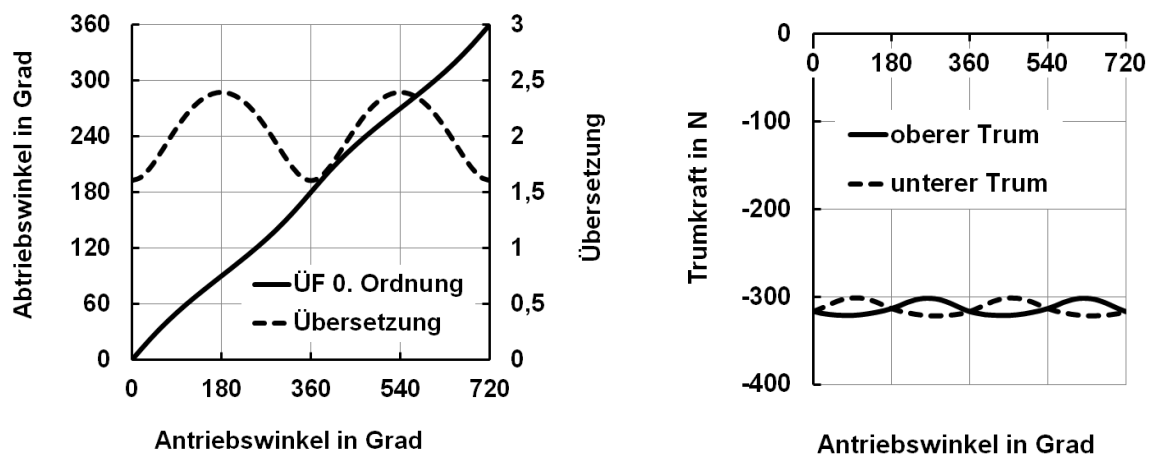


Bild 7.27: Übersetzung und Trumkräfte über dem Antriebswinkel bei lastmomentfreiem Abtrieb

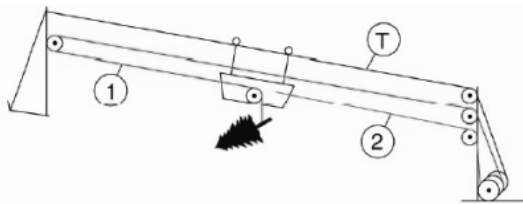
Eine vollständige Aussage über die Riemenbelastungen, die sich aus dem Zusammenwirken der Einzelkomponenten im Maschinenkonzept ergeben, liefert das Simulationsmodell erst nach Einbau in ein Gesamtsimulationsmodell für eine konkrete Maschine. Die Berechnungszeit der Zahnriemenstufe dauerte auf einem Rechner mit einer 3-GHz-CPU lediglich 4,2 Sekunden.

8 Beispiele zur Gesamtsimulation

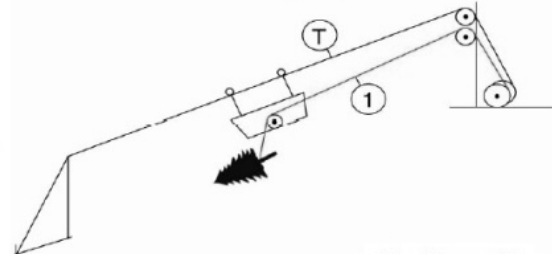
8.1 Kippmastseilkran

In der Forstwirtschaft werden Kippmastseilkranen zur Holzbringung in für Forstmaschinen unbefahrbares Steilgelände eingesetzt. Die zwischen zwei Masten gelenkten Seile überspannen Hangstrecken von bis zu 900 m bei einer Traglast von 4 Tonnen [MMF11], [WIS13]. Ein Mast ist fest im Erdboden verankert und der zweite Mast ist zusammen mit den Seiltrommeln auf einem LKW aufgebaut. Die Mastabstützungen erfolgen über mehrere im Erdboden oder an Bäumen verankerten Seilen. Für Kippmastseilkranen existieren unterschiedliche Beseilungsanordnungen. Im Bild 8.1 sind drei in der Praxis verbreitete Varianten dargestellt. Sie unterscheiden sich durch die Anzahl und die Anordnung von Trage-, Last- und Hilfsseil sowie dem Aufstellungsort der Seiltrommeln ober- oder unterhalb des Berghanges.

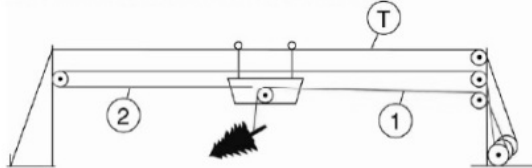
DREI-SEIL-VERFAHREN bergab:



ZWEI-SEIL-VERFAHREN bergauf (Talfahrt durch Schwerkraft):



DREI-SEIL-VERFAHREN in der Ebene:



T = Tragseil
1 = Lastseil
2 = Hilfsseil

Bild 8.1: Aufstellkonfigurationen von Kippmastseilkranen in Abhängigkeit von der Trag-, Last- und Hilfsseilanordnung bei unterschiedlichem Aufstellungsort der Seiltrommeln [MMF11]

Für die simulationstechnische Nachbildung der Seilanlage im Mehrkörpersystem oder in der FEM ist hier aufgrund der hohen Anzahl erforderlicher Elemente zur Abbildung der Seile eine Lösung nahezu ausgeschlossen. Nutzt man beispielsweise die FE-Modellierung, so werden für ein 100 m langes Seil, welches über eine Rolle mit einem Durchmesser von 100 mm gelenkt wird, mindestens 10 000 Balkenelemente mit berechnungsaufwendigen Kontaktdefinitionen benötigt.

Die im Bild 8.2 dargestellte Prinzipskizze verdeutlicht den Aufbau des zu modellierenden Kippmastseilkrans unter Verwendung des Dreiseilverfahrens mit im Tal positionierten Seiltrommelantrieben. Die horizontale Spannweite von Mast zu Mast beträgt für dieses Modell 50 m, wobei die Masten eine Höhe von jeweils 10 m aufweisen und eine Hangneigung von 15° vorliegt.

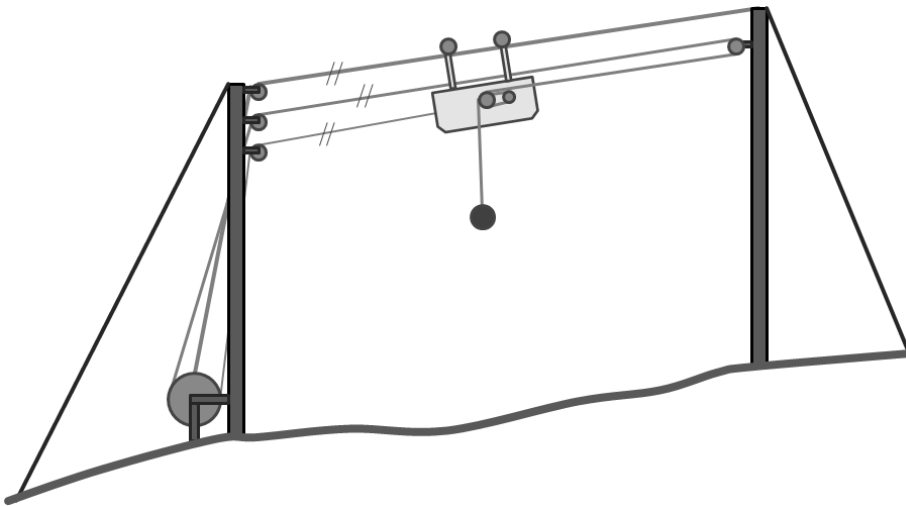


Bild 8.2: Schematischer Aufbau der modellierten Kippmastseilkrananlage; Spannweite 50 m, Masthöhe 10 m, Mastrollendurchmesser 200 mm, Seiltrommeldurchmesser 1000 mm; Hangneigungswinkel 15° [Hei11a]

Der im Bild 8.3, S. 163 von Heinrich [Hei11a] erarbeitete Modellaufbau der Seilanlage erfordert 9 Rollen, 2 Trommeln und 12 Seilabschnitte. Das zur Führung der Laufkatze verwendete Tragseil ist linksseitig auf dem Erdboden verankert und verläuft unter Vorspannung über die obere Rolle des linken Mastes bis hin zum Befestigungspunkt auf der Spitze des rechten Mastes. In diesem Modell wurde auf eine in der Realität verwendete Spanntrommel für das Tragseil verzichtet, da diese lediglich zum Aufstellen der Krananlage benötigt wird.

Die Tragseillänge ist durch den Mastabstand konstant vorgegeben. Das zum Befördern der Last verwendete Lastseil verläuft vom Kranhaken über drei Rollen innerhalb der Laufkatze sowie weiter über die Rollen am rechten und linken Mast bis hin zur links im Bild positionierten Seiltrommel.

Um schließlich die Laufkatze sicher auf dem Lastseil positionieren zu können, wird ein drittes Seil benötigt. Das sogenannte Hilfsseil ist direkt auf dem Gestell der Laufkatze (siehe Bild 8.4, S. 163) befestigt und wird über die Rolle am linken Mast zur zweiten Seiltrommel geführt.

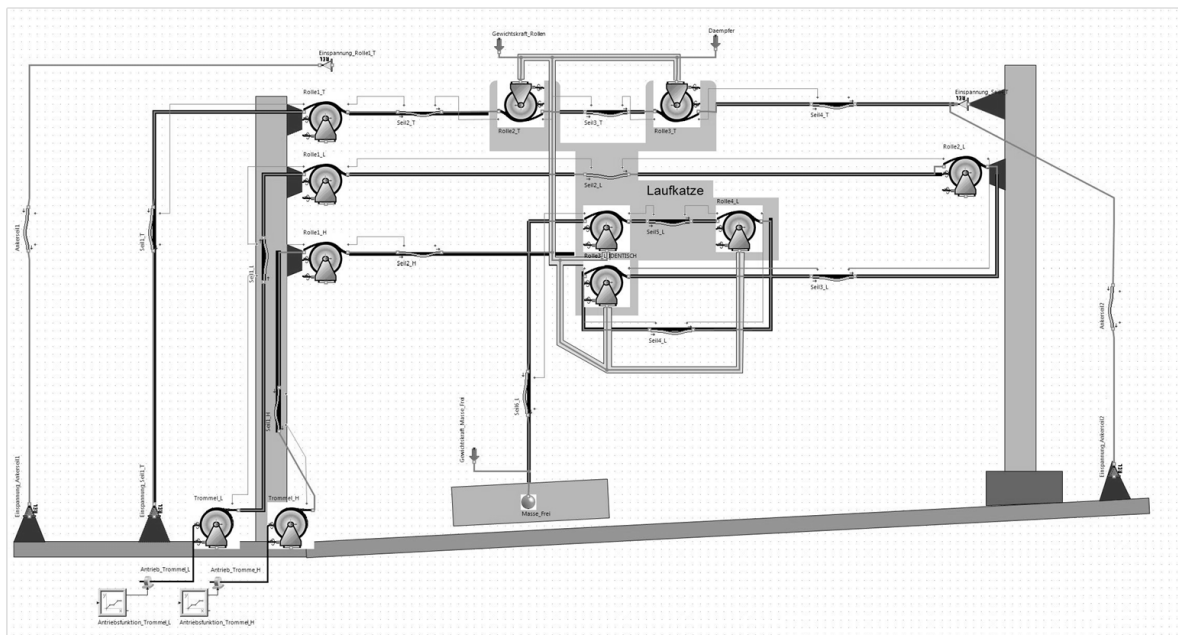


Bild 8.3: Modellansicht der Kippmastseilkrananlage mit vereinfachten Trommelantrieben [Hei11a]

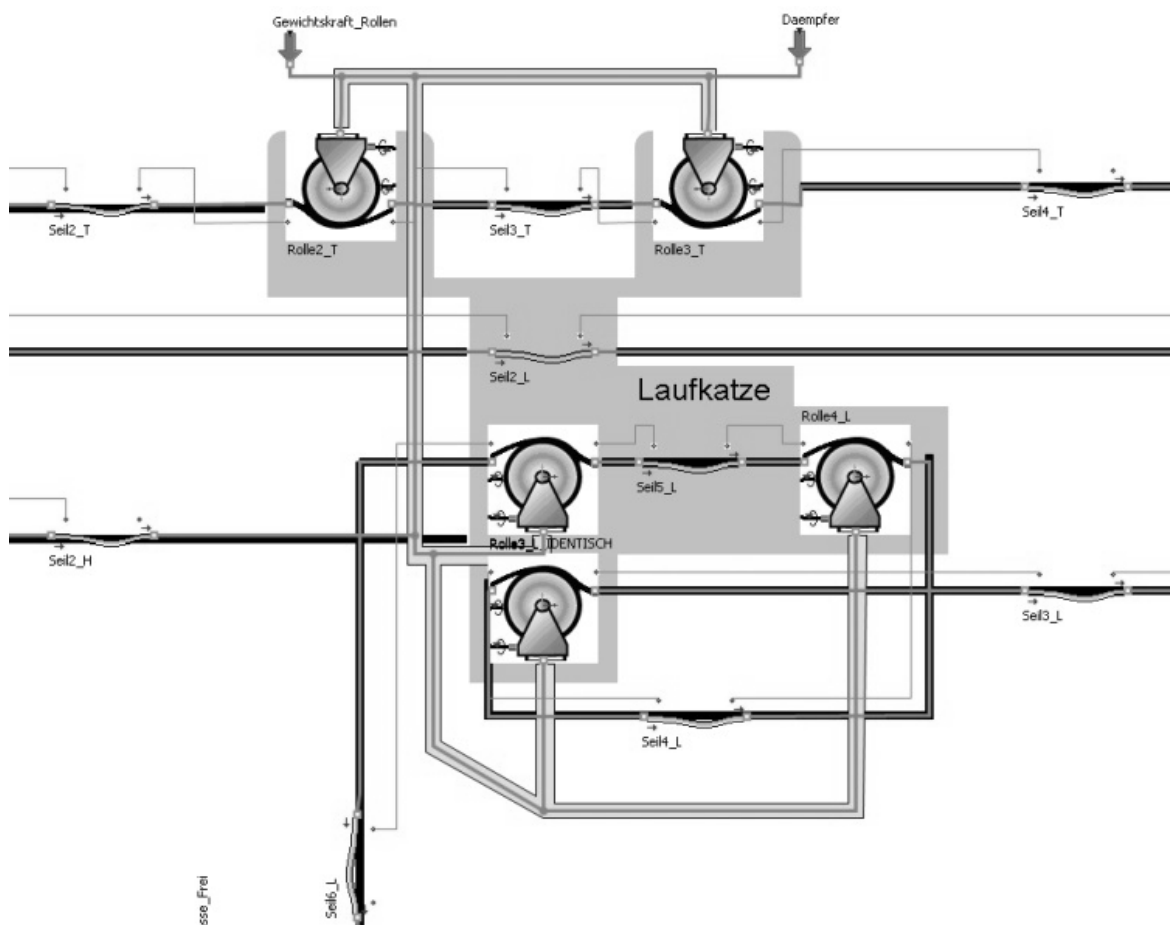


Bild 8.4: Modellansicht der Laufkatze [Hei11a]

Zum Funktionsnachweis des im Bild 8.3, S. 163 dargestellten Modells wurden zunächst die Seiltrommeln mit festen Antriebsfunktionsverläufen für einen Standardtransferprozess angesteuert. Der Prozess ist durch den Ablauf Baumstamm anheben, transportieren und absenken beschrieben. Nach einer kurzen Berechnungsdauer von lediglich 140 Sekunden lagen bereits die Ergebnisse vor.

Die Bewegungsverläufe der Rollen sowie die Kraftverläufe der Seile zeigten im Bild 8.5 ein plausibles Verhalten. Zudem wurde festgestellt, dass die Spannweite der als Feder-Dämpfer-Element modellierten Seile kaum Einfluss auf die Berechnungszeit nimmt, da der Freiheitsgrad der einzelnen Seilabschnitte während der Bewegung konstant bleibt.

In einer weiteren Modellausbaustufe (siehe Bild 8.6, S. 165) wurden die „starren“ Trommelantriebe, vgl. mit Bild 8.3 unten links, durch eine detailliertere Antriebseinheit ersetzt. Sie besteht aus einem drehzahlgeregelten Dieselmotor, der über eine Hydraulikpumpe die zwei erforderlichen und geregelten Hydraulikmotoren zum Antrieb der beiden Trommeln speist.

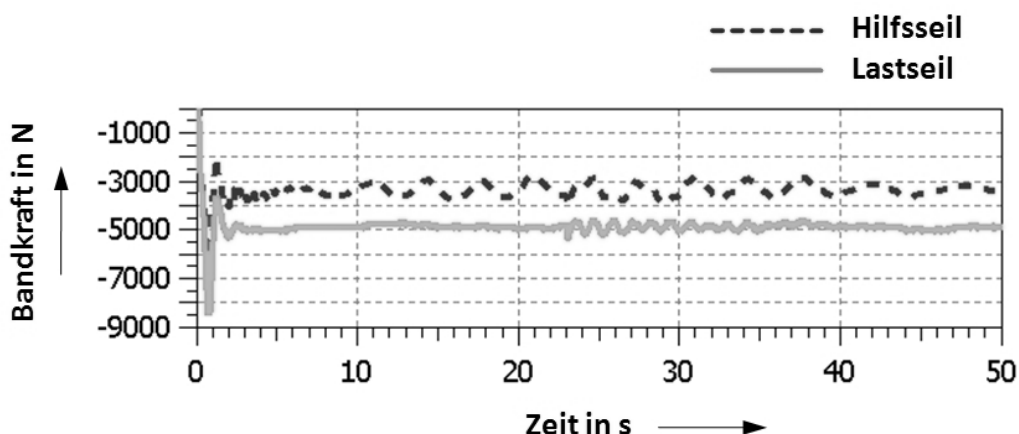


Bild 8.5: Verlauf der Seilkräfte von Last- und Hilfsseil während eines Transferprozesses

Im Bild 8.6, S. 165 ist hierzu in vereinfachter Weise ein Simulationsstrang für einen hydraulischen Trommelantrieb dargestellt. Ferner ist an diesem Beispiel gut zu erkennen, wie übersichtlich solche komplex aufgebauten Antriebssysteme in einer Arbeitsumgebung zu modellieren sind.

Das dargestellte Modell gab Aufschluss über die Fragestellungen bezüglich des Energieverbrauchs für das Gesamtsystem. Durch weiterführende Parameterstudien konnten außerdem für die vorgegebene Struktur optimale Auslegungsparameter für einzelne Antriebskomponenten effizient bestimmt

werden. Darunter zählt beispielsweise das Verhältnis zwischen dem angestrebten maximalen Druckniveau am Hydraulikmotor und der Übersetzung der Planetengetriebestufe.

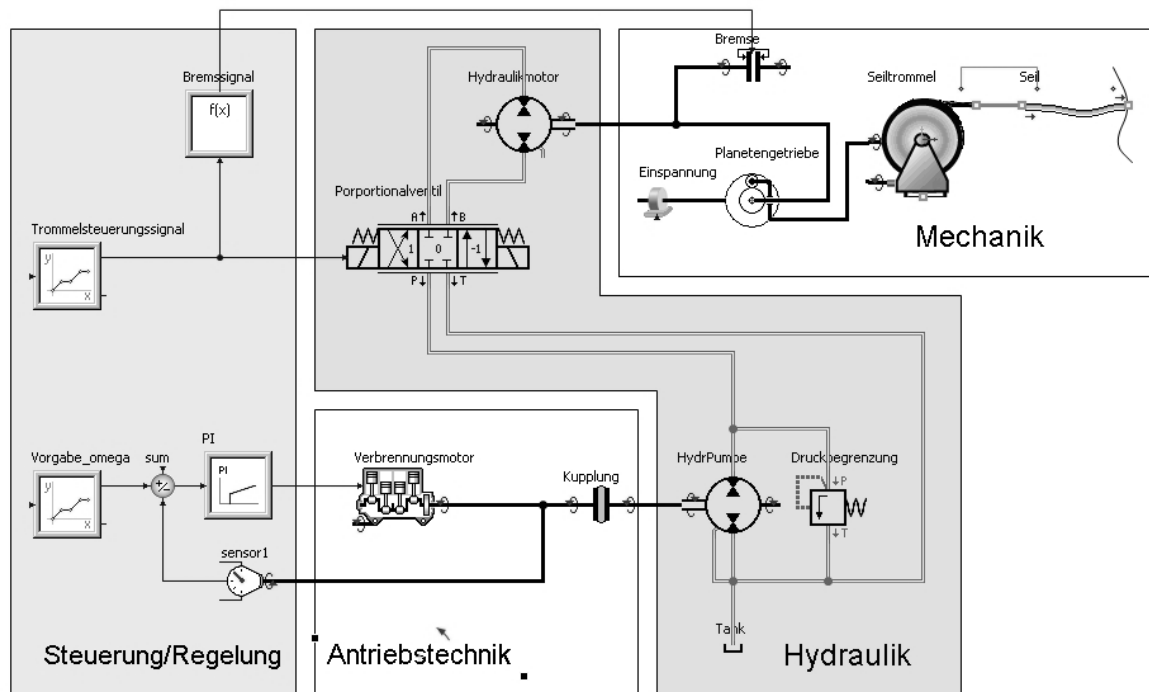


Bild 8.6: Modellansicht einer hydraulischen Antriebseinheit für den Kippmastseilkran

Abschließend soll auf dem Gebiet der Kransimulation auf weitere Veröffentlichungen verwiesen werden. In [Ebe11b] wird ein einfacher Hallenkrane vorgestellt, der aus den Elementen Bandrolle und einem Schubgelenk zur Abbildung einer Laufkatze aufgebaut ist. Aus dem Bereich der Gesamtsimulation wird von Schreiber und Rodionow [Sch12] das Aufstellregime eines Baukrans näher untersucht und bewertet.

8.2 Kompressor

Der im Bild 8.7, S. 166 und im Bild 8.8, 167 dargestellte Kompressorantrieb besteht aus den Teilsystemen Riementrieb (Belt Drive), Kurbeltrieb zur Huberzeugung (Linkage) und Pneumatikeinrichtung (Pneumatics) zur Druckluftbereitstellung. Das zwischen der Antriebskupplung „discClutch1“ und dem Kurbeltrieb angeordnete Riemengetriebe verfügt über eine automatische Spannrolle.

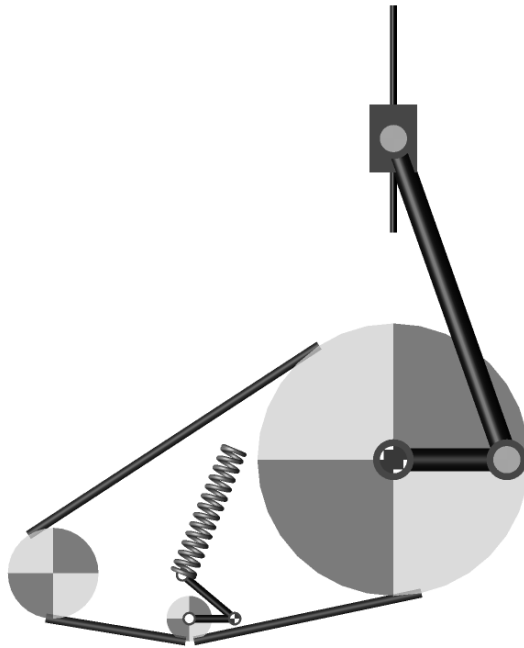


Bild 8.7: Animationsansicht Kompressor mit Riemenantrieb und Spannrolle [Ebe12a]

Der im Bild 8.8, S. 167 dargestellte Modellaufbau demonstriert den seriellen Modellierungsansatz für ein Riemengetriebe mit einem geschlossen umlaufenden Riemen. Zur Modellierung des Riemengetriebes wurden die Bibliothekselemente Bandrolle (hier mit der englisch sprachigen Bezeichnung FixPulley) und Elastisches Band (BeltSpring) herangezogen. Die Riemenumschlingung beginnt von der Antriebsscheibe „FixPulley1“ über die mit dem Zugtrum „BeltSpring1“ verbundene Abtriebs- und Spannrolle „FixPulley2“ und verläuft zurück über den Riemenabschnitt „BeltSpring3“ zur Spannrolle „FixPulley2“ und schließlich wieder zur Antriebsscheibe über den Riemenabschnitt „BeltSpring2“. Die Spannrolle wird über einen im Gestell drehbar gelagerten Winkelhebel mit angehängtem Feder-Dämpferelement (Belt Tensor) geführt, um das gesamte Riemensystem unter definierter Vorspannung zu halten.

Im Bild 8.9, S. 167 sind die interessierenden Trumkräfte für einen Einschaltvorgang des Kompressors durch Schließen der Kupplung „discClutch1“ nach zwei Sekunden Simulationszeit dargestellt. Der steile Drehmomentanstieg an der Antriebsriemenscheibe führt zu starken Kräftespitzen in den Trumen. Danach wird der Kräfteverlauf durch das schwankende Drehmoment des Kurbeltriebs und der Pneumatikanlage bestimmt. Der eingeschwungene Zustand wurde bei ca. 8 Sekunden Simulationszeit erreicht. Nach 10 Sekunden wird die Antriebskupplung wieder geöffnet und der Kompressor läuft bis zum Stillstand aus.

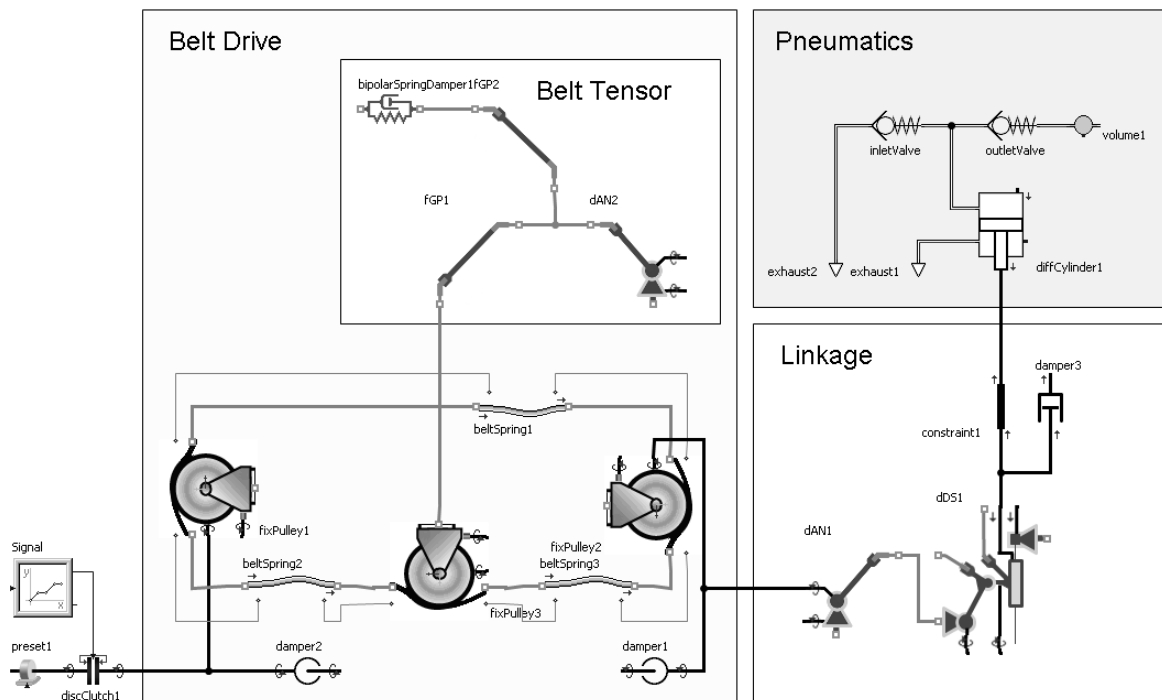
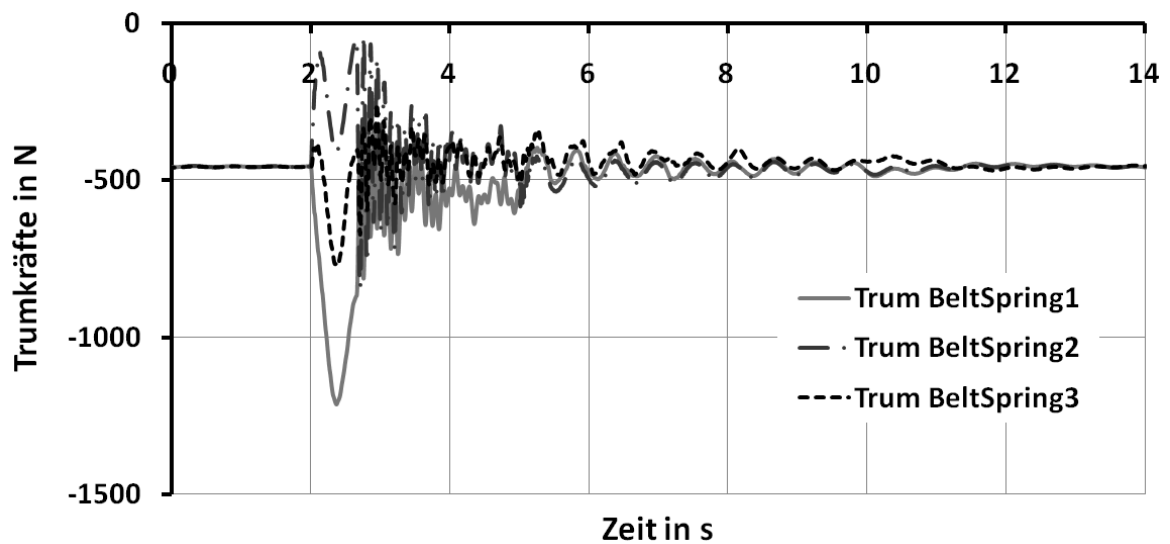


Bild 8.8: Modellansicht Kompressorantrieb

Bild 8.9: Trumkräfte im Kompressorantrieb, Kupplung schließt bei $t = 2$ s

Weitere Anwendungsgebiete zur Simulation von Riemengetrieben mit kreisrunden Scheiben und geschlossenen umlaufenden Riemen sind Nebenaggregatantriebe in Fahrzeugen, Landmaschinen oder Baumaschinen.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Seit den letzten Jahrzehnten wurden die Simulationstechniken in allen erdenklichen technischen und wirtschaftlichen Bereichen sukzessive ausgebaut und deren Leistung nachhaltig gesteigert. Dabei ist ein zunehmender Trend zur stärkeren Vernetzung zwischen unterschiedlichen physikalischen Domänen erkennbar. Die Darstellung von komplexen Systemen mit einer verlässlichen Vorhersage des dynamischen Verhaltens ist nur mit speziell zugeschnittener Software möglich. So können Systeme hinsichtlich der Erreichung eines effizienten Energiehaushalts optimiert werden. Auch für die Simulation der klassischen ebenen mechanischen Getriebe ist dieser Prozess nicht abgeschlossen. Insbesondere Bandgetriebe konnten bisher nur mit Einschränkungen bezüglich der Rollenanzahl, der maximalen Bandlänge oder dem topologischen Aufbau simulationstechnisch abgebildet werden. Im Zuge der angestrebten multifunktionalen Vernetzung wurden in dieser Arbeit Bibliothekselemente zur Abbildung ebener Koppel- und Bandgetriebe vorgestellt, welche eine große Anzahl von Getriebeanordnungen simulationstechnisch im Verbund mit weiteren physikalischen Domänen abbilden können.

Um einen Überblick über die Grundlagen der ebenen Getriebe zu geben, wurden im Kapitel 2 speziell die im Mittelpunkt stehenden Koppelgetriebe und Zugmittelgetriebe näher betrachtet. Es wurden die Eigenschaften von Gliedern und Gelenken sowie die Definitionen von Getriebefreiheitsgrad, Übersetzung und Drehschubstrecke eingehend erläutert. Im anschließenden Kapitel 3 wurde ein Überblick zum Stand der Technik gegeben. Darin wurden Simulationsprogramme und deren Modellierungskonzepte sowie Verfahren zur Analyse und Synthese von Band- und Koppelgetrieben erläutert und die theoretischen Grundlagen zum Ausgleich von Gewichtskräften durch Ausgleichsmassen, einfache Federmechanismen und Feder-Bandgetrieben beschrieben.

Mit dem Kapitel 4 folgte eine Beschreibung des Modellierungskonzeptes für ebene Mechanismen auf der Basis der Modellierungssprache Modelica. Die neu definierte Schnittstelle enthält mechanische Verbindungen (2D-Connection), welche die Potenzialgrößen der Bewegungen in x- und y-Richtung und um die z-Achse sowie die zugeordneten Flussgrößen zwischen den Elementen in Beziehung setzt. Neuartig ist ebenfalls das Schnittstellenkonzept zur seriellen Modellierung von Bandgetrieben. Dieses

ermöglichte beispielsweise, die zwischen Riemen und Bandrolle aktuell auf- oder abgerollte Bandlänge sowie den Neigungswinkel für einen tangential in eine Bandrollenkontur einlaufenden Bandabschnitt mit einer speziellen Band-Connection auszutauschen.

Im Unterkapitel 4.2 wurden neue Bibliothekselemente zur Analyse von ebenen Koppelgetrieben mit Dreh- und Schubgelenken vorgestellt. Diese Elemente wurden in Anlehnung an das modulare Konzept zur Modellierung von ebenen Koppelgetrieben mit Dreh- und Schubgelenken gemäß der VDI 2729 entworfen und in einer Koppelgetriebebibliothek zusammengefasst. Diese beinhaltet acht beschriebene Elemente für Antriebe und Zweischläge sowie eine Führung für einen Gliedpunkt zur Darstellung von Koppelpunkten, welche im Anhang beschrieben sind. Mit diesen Elementen können jetzt innerhalb kurzer Zeit ebene Getriebeanordnungen mit unterschiedlichem topologischen Aufbau, ohne die in der VDI-Richtlinie beschriebenen Einschränkungen der Zwangsläufigkeit, nicht nur kinematisch sondern auch dynamisch im Kontext einer Gesamtsystems simulation berechnet werden.

Vor allem auf dem Gebiet der Bandgetriebeanalyse sowie der Bandgetriebe-synthese wurden nachhaltige Fortschritte erreicht. Erstmals besteht die Möglichkeit, ebene Bandgetriebe in offener wie auch geschlossener Struktur sowie Anordnungen mit großen Zugmittellängen mit einem geringen Modellierungsaufwand innerhalb einer moderaten Simulationszeit zu berechnen. Die im Unterkapitel 4.3 vorgestellten modular einsetzbaren Elemente erlauben, zahlreiche Strukturkombinationen mit festen, drehbar gelagerten sowie losen Rollen mit kreisrunder wie auch konvex gekrümmter Rollenkontur aufzubauen und anwendergerecht zu analysieren. Damit wurde ein ansprechendes Werkzeug für den Kran- und Schiffsbau bereitgestellt. Weitere ergänzende Bibliothekselemente, wie das Element Elastisches Band mit Abzugsdüse oder das Band mit Zugfeder, weiten das Anwendungsspektrum auf den Textilmaschinenbau aus.

Für die Maßsynthese von Bandgetrieben mit konvex gekrümmter Bandkurvenscheibenkontur wurde in dieser Arbeit das Standard-Element Bandkurve entworfen. Es enthält die Berechnungsgleichungen für die Erzeugung der Evolvente und die Evolventen-Evoluten-Beziehung zur Generierung der gesuchten Bandkurve. Je nach gewünschter Bandgetriebe-struktur konnte dieses Element mit den Elementen der Koppelgetriebebibliothek oder mit den speziell entwickelten Elementen zur Maßsynthese der Bandgetriebe-strukturen DB~BD oder DB~SD kombiniert werden.

Das Kapitel 5 widmet sich dem Stabilitätsnachweis zur physikalischen Existenz von Bandkurven. Nicht jede Berechnung einer Bandkurvenkontur führt zu einer konstruktiv ausführbaren Lösung. In den Arbeiten von Lovasz und Bankwitz wurden Grenzfunktionen erarbeitet, welche eine konkrete Aussage über die physikalische Existenz einer berechneten Bandkurvenkontur geben sollen. Untersuchungen ergaben, dass die physikalische Existenz einer Bandkurve beide Grenzfunktionen erfüllen muss. Praktikabel erscheint hingegen der Verzicht auf die ohnehin geometrisch und physikalisch schwer deutbaren Grenzfunktionen. Die alleinige Auswertung der freien Bandlänge bzw. Änderung der freien Bandlänge ergibt ein ausreichend anschauliches Bild über die physikalische Existenz einer Bandkurve und deckt gleichermaßen die von Lovasz und Bankwitz geforderten Kriterien ab. Für eine erfolgreiche Bandgetriebeauslegung ist weiterhin die Betrachtung von Bauraum, maximaler Bandzugkraft und gegebenenfalls dem minimalen Krümmungsradius der Bandkurve empfehlenswert. Die Berechnung dieser Bewertungsgrößen konnte in das Element Bandkurve integriert werden.

Zur Maßsynthese von Feder-Bandgetrieben wurde im Kapitel 6 eine neue Berechnungsmethode dargelegt, mit der ein Leistungsausgleich unter Verwendung der neuen Elemente für Band- und Koppelgetriebe möglich ist. Im Gegensatz zum bekannten zeichnerischen Syntheseverfahren für Feder-Bandgetriebe wurde das Hauptaugenmerk auf die Bestimmung einer „passenden“ Übertragungsfunktion zwischen dem Weg der Kraft ausgleichenden Feder und der Winkelstellung der Bandkurvenscheibe gelegt. Die gesuchte Übertragungsfunktion ist das Ergebnis eines Optimierungsverfahrens für Parameter einer Ansatzfunktion.

Im Kapitel 8 wurden ausgewählte Beispiele zur Demonstration der Leistungsfähigkeit der neuen Elemente dargestellt. Mit diesen können besonders effektiv Flaschenzüge, Kranstrukturen oder Feder-Bandgetriebe berechnet werden.

Insgesamt konnte der Nachweis erbracht werden, dass die neuen Elemente eine effektivere und zugleich vielseitig anwendbare Lösung für die Gesamtsimulation von ebenen Band- und Koppelgetrieben bieten.

Für die Zukunft erscheint eine Erweiterung der Syntheseelemente DB~SD und DB~BD mit integrierter Berechnung des Momentanpols für eine allgemein bewegte Bandkurvenscheibenebene lohnenswert. Dadurch könnten auch sechs- und höhergliedrige Feder-Bandgetriebe mit einer Federanordnung im Zugmittel und einer Bandkurvenscheibenkontur auf der

Koppelebene unter Verwendung des vorgestellten Optimierungsverfahrens synthetisiert werden.

Weiterhin ist zu prüfen, ob die hier beschriebenen Analyseelemente für Bandgetriebe für eine vereinfachte Abbildung der Bandgetriebedynamik in kommerzielle Mehrkörpersystemprogramme überführt werden können. Gerade dreidimensionale Bewegungen von Kranstrukturen könnten somit in ihrer dynamischen Wechselwirkung effektiver analysiert werden.

Speziell bei Verwendung von Seilen aus Kunststoffen weicht das Spannungs-Dehnungs-Verhalten von einer linear elastischen Annahme meist stark ab. Hier sollte der konstante längenbezogene Steifigkeitskennwert aus Elastizitätsmodul und Querschnittsfläche für das Zugmittel gegen eine aus dem Zugversuch ermittelte Kennlinie der Dehnung in Abhängigkeit von der Zugkraft ersetzt werden.

Literaturverzeichnis

- [Ada14] MSC Software, Adams - The Multibody Dynamics Simulation Solution. Abgerufen am 28.03.2014 von <http://www.mscsoftware.com/product/adams>
- [Agr04] Agrawal, S.; Abbas, F.: Gravity-balancing of spatial robotic manipulators. In: Mechanism and Machine Theory. 2004
- [Agr04a] Agrawal, S. et al.: A Gravity Balancing Leg Orthosis for Robotic Rehabilitation. In: Proceedings of the 2004 IEEE, International Conference on Robotics & Automation. New Orleans, 2004, S. 2474-2479
- [Agr05] Agrawal, A.; Agrawal, S.: Design of gravity balancing leg orthosis using non-zero free length springs. In: Mechanism and Machine Theory. Volume 40, 2005, S. 693-709
- [Ban08] Bankwitz, H.: Entwurf, Auslegung und Simulation von Bandgetrieben. Technische Universität Chemnitz 2008, Diplomarbeit
- [Ban13] Bankwitz, H.; Sumpf, J.; Nendel, K.: Verbessertes Simulationsmodell für Zahnriemengetriebe. In: NAFEMS Online-Magazin. 26. Ausgabe Nr. 2/2013, S. 65-77
- [Bau00] Bauermann, E.: GENESYS - Erweiterung der Systemarchitektur und Entwicklung einer Optimierungskomponente in einer Gelenkgetriebe-Software. VDI-Verlag Düsseldorf, 2000
- [Ber05] Berger, M.; Matthes, J.: Toolbox zur effizienten Lösung antriebs- und getriebetechnischer Aufgabenstellungen mit MathCAD. In: 6. Kolloquium Getriebetechnik Aachen. Verlagshaus Mainz, Aachen 2005, S. 193-208, ISBN 3-86130-773-1
- [Ber06] Berger, M.; Matthes, J.: MATTOOL - Eine Sammlung modularer Algorithmen zur rechnerunterstützten Antriebs- und Getriebeauslegung. In: VDI Berichte 1966. o. O., 2006, S. 403-421, ISBN 3-18-091966-3

- [Ber10] Berger, M.; Matthes, J.: Implementierung und Anwendung klassischer Syntheseverfahren zur Entwicklung neuer Antriebssysteme im Umfeld von CAD und MKS. In: VDI-Berichte 2113. VDI Verlag Düsseldorf, 2010, ISBN 978-3-18-092116-7
- [Bra13] Braune, R.: Die Getriebetechnik-Software GENESYS. Braune, R. (Hrsg.). Abgerufen am 15.01.2013 von <http://www.ifg.uni-hannover.de/genesys.html>
- [Bra89] Braune, R.: KAMOS - ein interaktives Entwicklungswerkzeug zur Analyse komplexer Koppelgetriebe. In: Computer aided kinematics - neue Wege in der Getriebetechnik mit CAD. VDI Berichte 736, Wiesbaden 1989, S. 119-150
- [Bre95] Breitzfeld, C.: GENESYS - Architektur und Kernrealisierung eines Softwaresystems zur Entwicklung ungleichmäßig übersetzender Getriebe. In: Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 1 Nr. 257, VDI-Verlag Düsseldorf, 1995, ISBN 3-18-325701-7
- [Bru13] Bruckmann, T.; Sturm, C.; Reichert, C.: Regalbediengerät auf Basis eines Seilroboters - keine Schienen, kein Pendeln. In: Hebezeuge und Fördermittel. Heft 8/2013, S. 366-369
- [But93] Butscher, W.: Experimentelle und rechnerische Bestimmung des statischen und dynamischen Übergangsverhaltens reibschlüssiger Riemengetriebe. Dissertation, TU Berlin, Berlin 1993
- [CAM14] CAMCAT GmbH. Abgerufen am 16.02.2014 von <http://www.camcat-systems.com/systems/>
- [CAT14] CATIA Systems Engineering - Dymola. Abgerufen am 18.02.2014 von <http://www.3ds.com/products-services/catia/capabilities/systems-engineering/modelica-systems-simulation/dymola>
- [CAM14a] CAMCAT. Abgerufen am 16.02.2014 von <http://de.wikipedia.org/wiki/CAMCAT>
- [Cer13] Ceramtec: Abzugsdüsen. Abgerufen am 17.01.2013 von http://www.ceramtec.com/files/ma_07_abzugsduesen.pdf - Firmenschrift
- [Cha10] Chang, K.-H.: Mechanism Design With Creo Elements/Pro 5.0. Schroff Development Corp Oklahoma, 2010, ISBN 978-1585036509

- [Cho07] Choi, S.-W.; Hoppe, M.; Corves, B.: Einsatzmöglichkeiten neuer Medien in der Getriebetechnik-Lehre. In: 7. Getriebetechnik-Kolloquium. Gießen 2007, S. 270-286, ISBN 978-3-932604-30-0
- [Dre11] Dresig, H.; Holzweißig, F.: Maschinendynamik. 10. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 2011, ISBN 978-3642160097
- [Dud13] Duden Schülerlexikon, Goldene Regel der Mechanik. Abgerufen am 15.02.2013 von http://artikel.schuelerlexikon.de/Physik/Goldene_Regel_der_Mechanik.htm
- [Dun78] Dunn, J. C.; Harshbarger, S.: Conditional gradient algorithms with open loop step size rules. In: Journal of Mathematical Analysis and Applications. Volume 62, Issue 2, 1978, S. 432-444
- [Dym13] Dymola. Abgerufen am 28.01.2013 von www.dymola.com
- [Ebe09] Ebert, F. et al.: Development of a Library to Analysis Belt Drives in SimulationX. In: ITI GmbH (Hrsg.), 12. ITI Symposium. Dresden, 2009
- [Ebe10] Ebert, F. et al.: Simulation of planar Linkages in SimX with modular Library Elements. In: ITI GmbH (Hrsg.), 13. ITI Symposium. Dresden, 24.-25.11.2010, S. 5, Vortragspräsentation
- [Ebe11] Ebert, F.; Berger, M.; Heinrich, S.: Ganzheitliche Systemsimulation komplexer Antriebssysteme mit nichtlinearer Charakteristik. In: Berger, M. (Hrsg.), 9. Kolloquium Getriebetechnik. 2011, S. 395-418, ISBN 978-3-941003-40-8
- [Ebe11a] Ebert, F.; Berger, M.; Heinrich, S.: Analysis of Belt Drives with circular and variable Pulleys in SimulationX. In: ITI GmbH (Hrsg.), 14. ITI Symposium Dresden. 30.11.-01.12.2011, S. 117-121
- [Ebe11b] Ebert, F.; Berger, M.; Heinrich, S.: Analysis of Belt Drives with circular and variable Pulleys in SimulationX. In: ITI GmbH (Hrsg.), Vortrag zum 14. ITI Symposium Dresden. 30.11.-01.12.2011, Folie 15-20

- [Ebe12] Ebert, F.; Berger, M.: Band Mechanism with Nonlinear Gear Ratio for Gravity Force Balance. In: Beran, J. et al. (Hrsg.), *Advances in Mechanisms Design - Proceedings of TMM 2012*. Liberec, Springer, 04.-06.09.2012, S. 21-26, ISBN 978-94-007-5124-8
- [Ebe12a] Ebert, F.; Denninger, D.; Berger, M.: Simulation ebener Riemengetriebe mit linearer und nichtlinearer Übersetzung. In T. Nagel (Hrsg.), *16. Internationale Fachtagung Zahnriemengetriebe*. Dresden, 18.-19.09.2012, S. 28-38, ISBN 978-3-00-038085-3
- [Ebe12b] Ebert, F.; Berger, M.: Calculation of mass compensation for nonlinear transmission gears. In: ITI GmbH (Hrsg.), *15. ITI Symposium Dresden*. 14.-15.11.2012, S. 119-123
- [Ebe12c] Berger, M.; Ebert, F.: Effiziente Werkzeuge zur ganzheitlichen Systemsimulation komplexer nichtlinearer Antriebssysteme mit Koppel- und Bandgetrieben. In: Majschak, J.-P. (Hrsg.), *Verarbeitungsmaschinen und Verpackungstechnik VVD 2012*. Dresden, Selbstverlag der Technischen Universität Dresden, 22.-23.03.2012, S. 99-119, ISBN 978-3-86780-272-7
- [Ebe13] Ebert, F.; Berger, M.: Statischer Kraftausgleich mit Bandgetrieben und Federn. In: Zentner, L. (Hrsg.), *10. Kolloquium Getriebetechnik*. 2013, S. 231-248, ISBN 978-3-86360-065-5
- [EDE14] EDEM Multibody Dynamics Coupling Interface (DEM Solutions Ltd.). Abgerufen am 28.03.2014 von <http://www.dem-solutions.com/software/edem-multibody-dynamics-coupling-interface/>
- [Edw27] Edwards, H. J.: *Polybius: The Histories*. 1922-1927
- [Fis94] Fischer, K. F.; Günther, W.: *Technische Mechanik*. Verlag für Grundstoffindustrie Leipzig-Stuttgart, 1994, S. 146-147
- [Fre00] French, M. J.; Widden, M. B.: The spring-and-lever balancing mechanism George Carwardine and the Angelpoise lamp. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*. Vol. 214 Part C: *Journal of Mechanical Engineering Science*, 2000, S. 501-508, ISSN 2041-2983
- [Fre96] Frenken, E.: *Ungleichförmig übersetzende Zahnriemengetriebe*. VDI-Verlag Düsseldorf, 1996, ISBN 3-18-327201-6, Dissertation

- [Fri14] Fritzson, P.: Principles of Object-Oriented Modeling and Simulation with Modelica. Wiley-IEEE Press, 2014, ISBN 978-1118859124
- [Fun14] FunctionBay, RecurDyn/Particles. Abgerufen am 05.02.2014 von <http://www.functionbay.de/cae-software/interdisciplinary/recurdyn-particles.html>
- [FuT13] Fu, T.: Vergleich von Syntheseverfahren zur Auslegung nichtlinearer Bandgetriebe. Technische Universität Chemnitz, 2013, Bachelorarbeit
- [Geo14] GeoGebra - Homepage. Abgerufen am 18.02.2014 von <http://www.geogebra.org/cms/de/>
- [Göe11] Gödicke, C.: Analyse von Fitness-Sportgeräten mit nichtlinear übersetzenden Bandgetrieben. Technische Universität Chemnitz, 2011, Bachelorarbeit
- [Gie59] Giese, G.: Zur Verwendung gewöhnlicher komplexer Zahlen in der reellen Geometrie. In: Wissenschaftliche Zeitschrift TH Dresden Nr. 9. Dresden 1959, S. 597-603
- [Gro14] Grothmann, R.: Zirkel und Lineal - Homepage. Abgerufen am 28.03.2014 von http://zul.rene-grothmann.de/doc_de/index.html
- [Hai52a] Hein, K.: Der Federausgleich von Lasten. In: Grundlagen der Landtechnik. Heft 3, VDI-Verlag Düsseldorf 1952, S. 38-50
- [Hai53] Hain, K.: Gelenkarme Bandgetriebe für den Kraftausgleich durch Federn. In: Grundlagen der Landtechnik. Heft 4, 1953, S. 100-109
- [Hai53a] Hain, K.: Der Wagenaufzug einer Schreibmaschine als getriebe-technische Aufgabe. In: Feinwerktechnik. Sonderdruck Jg. 57, Heft 4, 1953, S. 1-6
- [Hai53b] Hain, K.: Drehmomente in Federgetrieben. In: VDI-Z. VDI-Verlag Düsseldorf, 1953, S. 944-945
- [Hai54a] Hain, K.: Federberechnung und Federeinbau. In: Feinwerktechnik. Jg. 58, Heft 3, o. O. 1954, S. 88-90
- [Hai55] Hain, K.: Federeinbau für gegebene praktische Bedienungen. In: Konstruktion. Sonderdruck 7. Jg., Heft 9, 1955, S. 343-348
- [Hai55b] Hain, K.: Feder-Getriebe und Band-Getriebe für den Kraftausgleich. In: VDI-Z. Bd. 97, Nr. 9, 1955, S. 278

- [Hai55c] Hain, K.: Entwurf von Feder-Bandgetrieben mit einfachen Getriebeelementen. In: Der Maschinenmarkt. Nr. 12, Coburg, 1955, S. 19-25
- [Hai55d] Hain, K.: Veränderung der Schraubenfeder-Kennlinie durch Wälzband und Wälzkurve. In: Industrieanzeiger. Nr. 1, Essen, 1955, S. 6-7
- [Hai56] Hain, K.: Einbau von Federn in ungleichförmig übersetzende Getriebe. In: VDI-Berichte. Bd. 12 Getriebetechnik, Düsseldorf, 1956, S. 185-191
- [Hai58] Hain, K.: Umwandlung von Federkräften durch Hebel und ungleichförmig übersetzende Getriebe - Teil 2. In: Industrie-Anzeiger Essen. Nr. 42, 1958, S. 619-622
- [Hai58a] Hain, K.: Umwandlung von Federkräften durch Hebel und ungleichförmig übersetzende Getriebe - Teil 1. In: Industrie-Anzeiger. Nr. 45, 1958, S. 654-655
- [Hai60] Hain, K.: Federgetriebe und Bandgetriebe. In: Lehrgangshandbuch Getriebetechnik - BW 76. VDI-Bildungswerk Düsseldorf, 1960, S. 1-10
- [Hai61] Hain, K.: Spring Mechanisms - force analysis. In: Product Engineering. 1961, S. 26-28
- [Hai61a] Hain, K.: Spring Mechanisms - point balancing. In: Product Engineering. 1961, S. 62-64
- [Han12] Hanke, U.; Neumann, R.; Modler, K.-H.: Der Einsatz eines Zahnriemens mit Unrundrädern zur Lösung einer Führungsaufgabe. In: T. Nagel (Hrsg.), 16. Internationale Fachtagung Zahnriemengetriebe. Dresden, 18.-19.09.2012, S. 106-110, ISBN 978-3-00-038085-3
- [Hei11a] Heinrich, S.: Abbildung der Dynamik von Seilkränen in SimulationX. Technische Universität Chemnitz, 2011, Studienarbeit
- [Her98] Herder, J. L.: Design of spring force compensation systems. In: Mechanism and Machine Theory. Vol. 33. No. 1/2 1998, S. 151-161
- [Her91] Herrmann, R.-J.: Ein anwendungsorientiertes Simulationsmodell für dynamisch beanspruchte Riemengetriebe. Dissertation TU Berlin, Berlin 1991

- [III07] Illies, E.; Fraulob, S.; Härting, G.: Neue Berechnungsmöglichkeiten für ungleichmäßig übersetzende Zahnriemengetriebe. In: 12. Tagung Zahnriemengetriebe Dresden. 2007, S. 14-15
- [ITI113] ITI GmbH - Homepage. Abgerufen am 15.12.2013, <http://www.iti.de>
- [ITI113a] ITI SimulationX 3.5; Anwenderhilfe.
- [Ker07] Kerle, H.; Pittschellis, R.; Corves, B.: Einführung in die Getriebelehre - Analyse und Synthese ungleichmäßig übersetzender Getriebe. B. G. Teubner Verlag, 3. Aufl., Wiesbaden, 2007, ISBN 978-383510070
- [Ker13] Kerle, H.: Mit GEOGEBRA Getriebelehre neu entdecken und besser verstehen. In: L. Zentner (Hrsg.), 10. Kolloquium Getriebetechnik. Universitätsverlag Ilmenau, 2013, S. 21-37, ISBN 978-9-86360-065-5
- [Kor14] Kortenkamp, U.: Cinderella. Abgerufen am 18.02.2014 von www.cinderella.de
- [Lov98] Lovasz, E. C.: Synthese der Übertragungsgetriebe mit Anwendungen in der Feinmechanik. Technische Universität Dresden, 1998, Dissertation, S. 15
- [Luc90] Luck, K.; Moder, K.-H.: Getriebetechnik: Analyse, Synthese, Optimierung. Springer-Verlag, Wien-New York, 1990, S. 400-419, ISBN 3-211-82147-3
- [Lun01] Lunze, J.: Regelungstechnik 1 - Systemtheoretische Grundlagen Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2001, S. 44-45
- [Map14] Maplesoft, MapleSim. Abgerufen am 05.01.2014 von <http://www.maplesoft.com/products/maplesim/index.aspx>
- [Mey56] Meyer zur Capellen, W. F.: Der einfache Zahnstangen-Kurbeltrieb und das entsprechende Bandgetriebe. In: Werkstatt und Betrieb - Sonderdruck. 89. Jg., Heft 2, Hanser, München, 1956, S. 67-74
- [MMF11] MM-Forsttechnik, Syncrofalke. Abgerufen am 02.05.2011 von www.mm-forsttechnik.at/syncrofalke/1001.php
- [Mod13] Modelica. Abgerufen am 15.02.2013 von <https://www.modelica.org/>

- [Mod13a] Modelica Association (Hrsg.), Modelica - A Unified Object-Oriented Language for Physical Systems Modeling - Language Specification Version 3.2 Revision 2. Abgerufen am 19.02.2014 von www.modelica.org/documents
- [Mod85] Modler, K.-H.; Luck, K.: Analyse und Synthese von Mechanismen mit Gliedern veränderlicher Länge. In: AI IV-Lea Simpozion International si Practica Mechanismelor. Vol. 1, Bucharest, 1985, S. 232-230
- [Mod87] Modler, K.-H.; Luck, K.: Erweiterung des Anwendungsspektrums viergliedriger Mechanismen. Bulgaria 1987, S. 31-40, DMG-LIB-Dokument. Abgerufen am 10.05.2014 von <http://www.dmg-lib.org/dmglib/handler?docum=3175009>
- [Mod92] Modler, K.-H.; Luck, K.: Burmester-theory for band-mechanisms. In: 46. Mechanical Design and Synthesis. Vol. 117, Issue 1, 1992, S. 55-59
- [Mod92a] Modler, K.-H.; Luck, K.: Realisierung von Ebenenlagen durch viergliedrige Bandgetriebe. In: Wissenschaftliche Zeitschrift der TU Dresden. Dresden, 1992, S. 22-25
- [Mod99] Modler, K.-H.; Strauchmann, H.: APPROX für Windows - ein Programmsystem zur Lösung getriebetechnischer Approximations- und nichtlinearer Optimierungsaufgaben. In: 3. Kolloquium Getriebetechnik. München, 1999, S. 11-18
- [Mod00] Modler, K.-H.; Lovasz, E.: Verstellmöglichkeiten in Bandgetrieben. In: The 8-th Symposium on Mechanisms and Mechanical Transmissions. Timisoara (Romania), 19.-22. October 2000, S. 179-184
- [Nag81] Nagel, T.: Zahnriemengetriebe - Eigenschaften, Normung, Berechnung. Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG, München Wien 2008, S. 91-117, ISBN 9783446413801
- [Nie04] Niemann, G.; Winter, H.: Maschinenelemente. Band 3, 2. Aufl., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2004, S. 147-186, ISBN 3-540-10317-1
- [Pat1] Hesselbarth, K.; Hettich, F.; Stange, D. (Hetal-Werke Franz Hettich GmbH & Co. KG): Schutzrecht Patent DE 10 2004 019 785 B4, Beschlagvorrichtung für eine Möbelklappe. 13.02.2006

- [Pat2] Julius Blum GmbH: Schutzrecht Patent DE 20 2005 018350 U1, Stellantrieb zum Bewegen einer Möbelklappe. 24.11.2005
- [Pat3] Hirtsiefer, A.; Reineking, C.; Schnell, J. (Huwil-Werke GmbH Möbelschloß- und Beschlagfabriken): Schutzrecht Patent DE 10223026 B3, Deckelsteller. 22.05.2002
- [Per09] Perneder, R.: Handbuch Zahnriementechnik - Grundlagen, Berechnung, Anwendungen. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2009, S. 39-51
- [Pol09] Pohl, M.: Modellbildung und Simulation komplexer Bandgetriebestrukturen. Technische Universität Chemnitz, 2009, Diplomarbeit
- [Pra13] Prause, I. et al.: Vergleich von dynamisch-interaktiver Geometriesoftware für die Maßsynthese von ebenen Getrieben. In: L. Zentner (Hrsg.), 10. Kolloquium Getriebetechnik. Universitätsverlag Ilmenau, 2013, S. 39-56, ISBN 978-9-86360-065-5
- [Rau13] Rauschert, Ceramic Thread Guides, Catalogue. Abgerufen am 13.11.2013 von http://www.rauschert.de/cms/upload/bilder/produkte/textilkeramik/Rapal_Katalog_2013.pdf, S. 26-36
- [Rec14] FunctionBay GmbH, RecurDyn. Abgerufen am 28.03.2014 von <http://www.functionbay.de/>
- [Reh00] Rehwald, W.; Luck, K.: KOSIM - Koppelgetriebesimulation. Fortschritt-Berichte Reihe 1 Nr. 332. VDI-Verlag Düsseldorf, 2000, ISBN 3-18-333201-9
- [Rit33] Ritter von Gerstner, F. J.: Handbuch der Mechanik - Mechanik fester Körper. Johann Spurny, Prag, 1833
- [SAM14] ARTAS - Engineering Software, SAM - Die ideale Hilfe beim Getriebeentwurf. Abgerufen am 28. 03 2014 von <http://www.artas.nl/de>
- [San12] Sangamesh, R.; Ananthasuresh, G. K.: Static balancing of a four-bar linkage and its cognates. In: Mechanism and Machine Theory. Vol. 48, 2012, S. 62-80
- [Sch10] Schreiber, U.: Simulationsgestützte Entwicklung energieeffizienter Antriebe. In: Konstruktion. 6/2010, S. 50-63

- [Sch12] Schreiber, U.; Rodionow, P.: Analysis of Crane Drives - Dynamic Behavior with Respect to Rope Properties in SimulationX. In: Uhlig, A. (Hrsg.), 15. ITI Symposium. Dresden, 2012, S. 124-133, Firmenschrift
- [Sim14] SimDesigner - CAD-Embedded Multidicipline Simulation. Abgerufen am 18.02.2014 von <http://www.mscsoftware.com/product/simdesigner>
- [SIMP14] SIMPACK AG, SIMPACK - Multi-Body Simulation Software - Homepage. Abgerufen am 28.03.2014 von <http://www.simpack.com/>
- [Str89] Streit, D. A.; Gilmore, B. J.: Perfect spring equilibrators for rotatable bodies. In: Proceedings of the ASME 20th Biennial Mechanisms Conference. Vol. 15, Issure 2, 1989, S. 478-496
- [Til01] Tiller, M. M.: Introduction to Physical Modeling with Modelica. Kluwer Academic Publishers Group, 2001, ISBN 0-7923-7367-7
- [VDI2149] Getriebedynamik Starrkörper-Mechanismen. In: VDI-Richtlinie 2149. 2008
- [VDI2729] Modulare kinematische Analyse ebener Gelenkgetriebe mit Dreh- und Schubgelenken. In: VDI-Richtlinie 2729 - VDI Handbuch Getriebetechnik I. 1995
- [VDI2758] Riemengetriebe. In: VDI-Richtlinie 2758 - VDI-Handbuch II. 1993
- [Vol68] Volmer, J. et al.: Getriebetechnik Lehrbuch. VEB Verlag Technik Berlin, 1968, S. 176-181
- [Vol92] Volmer, J. et al.: Getriebetechnik Grundlagen. Verlag Technik, Berlin - München, 1992, S. 87-90, ISBN 3-341-00934-5
- [Wad97] Wadewitz, C.: Ein Beitrag zur Analyse und Synthese von ebenen viergliedrigen Bandgetrieben. Dresden, 1997, Dissertation
- [Wal91] Walsch, G. J.; Sreit, D. A.; Gilmore, B. J.: Spatial spring equilibrator theory. In: Mechanisms Machine Theory. 1991, S. 155-170
- [Wau08] Wauer, J.: Kontinuumsschwingungen - Vom einfachen Strukturmodell zum komplexen Mehrfeldsystem. Vieweg-Teuber, Karlsruhe, 2008, S. 247-254, ISBN 978-3-8351-0220-0

- [wik13] Arkustangens und Arkuskotangens. Abgerufen am 11.01.2013 von http://de.wikipedia.org/wiki/Arkustangens_und_Arkuskotangens
- [wik13a] Modelica. Abgerufen am 28.01.2013 von <http://de.wikipedia.org/wiki/Modelica>
- [wik13b] Vier Flaschenzüge. Abgerufen am 03.10.2013 von http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Four_pulleys_FH.svg
- [wik13c] Potentialflaschenzug. Abgerufen am 03.10.2013 von http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Power_pulley.svg
- [wik13d] Differenzialflaschenzug. Abgerufen am 03.10.2013 von http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Differential_pulley.svg
- [WIS13] WIS Forst AG - Holzproduktion Koller K507. Abgerufen am 12.11.2013 von www.wisforst.ch/kategorie1/seite2/index.html
- [Woe09] Woernle, C.: Flachheitsbasierte Bahnfolgeregelung eines seilgeführten Handhabungssystems mit kinematisch unbestimmter Lastpositionierung. In: Corves, B. (Hrsg.), 8. Kolloquium Getriebetechnik. Verlagshaus Mainz GmbH, Aachen, 2009, S. 101-112, ISBN 3-86130-984-X
- [Woe11] Woernle, C.: Mehrkörpersysteme - Eine Einführung in die Kinematik und Dynamik von Systemen starrer Körper. Springer, Berlin - Heidelberg, 2011, ISBN 9783642159817
- [Wol14] Wolfram SystemModeler. Abgerufen am 26.01.2014 von <http://www.wolfram.com/system-modeler/>
- [Wyr01] Wyrwa, K.: Auslegung von Unrund-Zahnriemenpaaren, Unrund-Zahnriemengetrieben und Kurven-Rollenstern-Getrieben. VDI Verlag, Hannover, 2001, S. 45-74, ISBN 3-18-334701-6
- [Zie11] Zieger, S.: Entwurf und Konstruktion von Bandgetriebemodulen mit nichtlinearer Übertragungsfunktion. Technische Universität Chemnitz, 2011, Studienarbeit
- [Zim12] Zimmermann, T.: Analyse, Simulation und Berechnung von Unrund-Zahnriemengetrieben. Technische Universität Chemnitz, 2012, Bachelorarbeit

Anlagen

A Spezielle Transformationen und Funktionen

A.1 Koordinaten- und Kraftvektoren-Transformationen

Zur Festlegung der Koordinaten eines Anschlusspunkts P_n gegenüber dem Connection-Koordinatensystem (CKS) sind in allen Analyseelementen der Koppel- und Bandgetriebe Koordinatentransformationen vorgesehen.

Mit ihnen wird die Anfangslage am n -ten Anschlusspunkt P_n wahlweise gegenüber dem globalen Koordinatensystem (GKS) oder gegenüber dem CKS beschrieben (siehe Bild A.1). Ist der betreffende Anschluss nicht belegt, so fällt das CKS zwangsläufig mit dem GKS zusammen. Der Anschlusspunkt P_n definiert den Ursprung des kartesischen Punktkoordinatensystems (PKS).

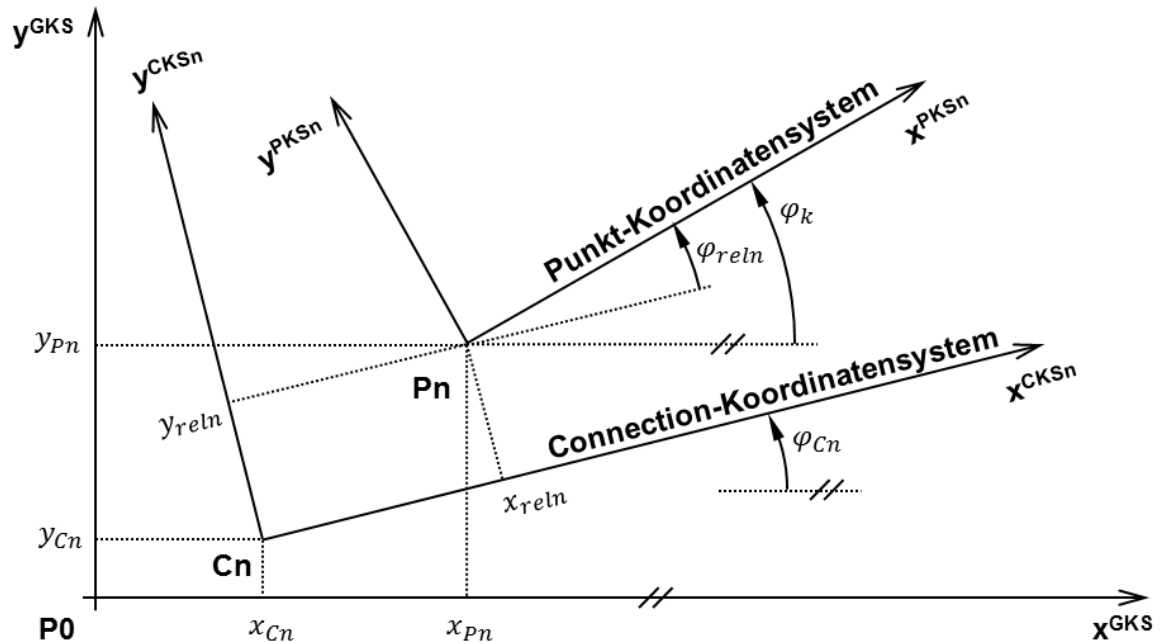


Bild A.1: Koordinatentransformationen zur Festlegung der Anfangslage des Punktkoordinatensystems

Die Eingabeparameter für die Koordinaten- und Krafvektoren-Transformationen sind die Auswahl des Bezugssystems und die Lageparameter des Anschlusspunktkoordinatensystems gegenüber dem gewählten Bezugssystem GKS oder CKS (siehe Tabelle A.1).

Tabelle A.1: Parameter für Anfangslagen zur Transformation zwischen dem Anschlusspunkt k und den Bezugssystemen GKS oder CKS

Kategorie	Kommentar	Parameter	Bemerkung/Standardwert
Lage: Anfangslage des PCS1 an ctr2D	Bezugssystem für PKSn	<i>frameRef</i>	„Globales Koordinatensystem“ oder „Connection-Koordinatensystem an ctr2D “
	x-Lage PKS n im Bezugssystem	x_{nrel}	Lage des PKSn entweder bezüglich CKSn oder bezüglich GKS Anfangswerte = 0
	y-Lage PKS n im Bezugssystem	y_{nrel}	
	Winkel PKS n zum Bezugssystem	φ_{nrel}	

Anfangsberechnungen der relativen Koordinaten

Ist als Bezugssystem das CKS für die Anfangslage am n-ten Punkt Pn ausgewählt, werden die Lageparameter x_{nrel} und y_{n0} sowie die Ausrichtung φ_{nrel} in den Gleichungen

$$x_{reln} = x_{nrel}, \quad (A.1)$$

$$y_{reln} = y_{nrel}, \quad (A.2)$$

$$\varphi_{reln} = \varphi_{nrel} \quad (A.3)$$

als über die Simulationslaufzeit konstante Werte auf die relativen Koordinaten x_{reln} , y_{reln} und φ_{reln} geschrieben.

Für den Fall, dass die Lagekoordinaten für das n-te Punktkoordinatensystem (PKSn) gegenüber dem GKS definiert sind, wird eine Umrechnung

der globalen Vorgaben auf konstante relative Koordinaten zwischen dem CKSn und dem PKSn benötigt. Die relativen Koordinaten x_{reln} , y_{reln} und φ_{reln} werden aus den Drehtransmutationsbeziehungen der Gleichungen (A.4) bis (A.6) berechnet. Der Index C impliziert hierbei die Bewegungsgrößen an der Connection.

$$x_{reln} = (x_{nrel} - x_{Cn}) \cos \varphi_{Cn} + (y_{nrel} - y_{Cn}) \sin \varphi_{Cn} \quad (A.4)$$

$$y_{reln} = (x_{nrel} - x_{Cn})(-\sin \varphi_{Cn}) + (y_{nrel} - y_{Cn}) \cos \varphi_{Cn} \quad (A.5)$$

$$\varphi_{reln} = \varphi_{nrel} - \varphi_{Cn} \quad (A.6)$$

Koordinatentransformationen während der Simulationslaufzeit

Während der Simulationszeit verbleiben das CKSn und das PKSn relativ im gleichen Abstand und in gleicher Ausrichtung. Das heißt: Das CKSn und das PKSn bewegen sich mit konstanter Relation auf einer gemeinsamen Ebene. Mit den Gleichungen (A.7) und (A.8) werden die Positionen des PKSn ausgehend von der Lage des zugehörigen CKSn mit den relativen konstanten Abständen x_{reln} , y_{reln} und der Ausrichtung des CKSn φ_{Cn} berechnet. Die Ausrichtung des PKSn wird durch die relative konstante Verdrehung in Bezug auf das CKSn in der Gleichung (A.9) ermittelt.

$$x_{Pn} = x_{Cn} + x_{reln} \cos \varphi_{Cn} - y_{reln} \sin \varphi_{Cn} \quad (A.7)$$

$$y_{Pn} = y_{Cn} + x_{reln} \sin \varphi_{Cn} + y_{reln} \cos \varphi_{Cn} \quad (A.8)$$

$$\varphi_{Pn} = \varphi_{Cn} + \varphi_{reln} \quad (A.9)$$

Alle weiteren Zeitableitungen folgen aus den analytischen Ableitungen der Gleichungen (A.7) bis (A.9). Für die Geschwindigkeitskomponenten des Anschlusspunktkoordinatensystems PKSn sind das die Lösungen der Gleichungen (A.10) bis (A.12) und für die Beschleunigungskomponenten die Gleichungen (A.13) bis (A.15).

$$\dot{x}_{Pn} = \dot{x}_{Cn} - x_{reln} \sin \varphi_{Cn} \dot{\varphi}_{Cn} - y_{reln} \cos \varphi_{Cn} \dot{\varphi}_{Cn} \quad (A.10)$$

$$\dot{y}_{Pn} = \dot{y}_{Cn} + x_{reln} \cos \varphi_{Cn} \dot{\varphi}_{Cn} - y_{reln} \sin \varphi_{Cn} \dot{\varphi}_{Cn} \quad (A.11)$$

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{Pn} = \ddot{x}_{Cn} - x_{reln} \cos \varphi_{Cn} \dot{\varphi}_{Cn}^2 - x_{reln} \sin \varphi_{Cn} \ddot{\varphi}_{Cn} \\ + y_{reln} \sin \varphi_{Cn} \dot{\varphi}_{Cn}^2 - y_{reln} \cos \varphi_{Cn} \ddot{\varphi}_{Cn}\end{aligned}\quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_{Pn} = \ddot{y}_{Cn} - x_{reln} \sin \varphi_{Cn} \dot{\varphi}_{Cn}^2 + x_{reln} \cos \varphi_{Cn} \ddot{\varphi}_{Cn} \\ - y_{reln} \cos \varphi_{Cn} \dot{\varphi}_{Cn}^2 - y_{reln} \sin \varphi_{Cn} \ddot{\varphi}_{Cn}\end{aligned}\quad (\text{A.14})$$

$$\ddot{\varphi}_{Pn} = \ddot{\varphi}_{Cn} \quad (\text{A.15})$$

$$\dot{\varphi}_{Pn} = \dot{\varphi}_{Cn} \quad (\text{A.12})$$

Transformation der Kräfte zwischen dem CKSn und dem PKSn

Die im Bild A.2 dargestellte Transformation der Kräfte vom PKSn auf das CKSn führen mit den Kräften Fx_{Pn} und Fy_{Pn} und den relativen Abständen x_{reln} und y_{reln} zu Drehmomenten um den Koordinatenursprung des CKSn.

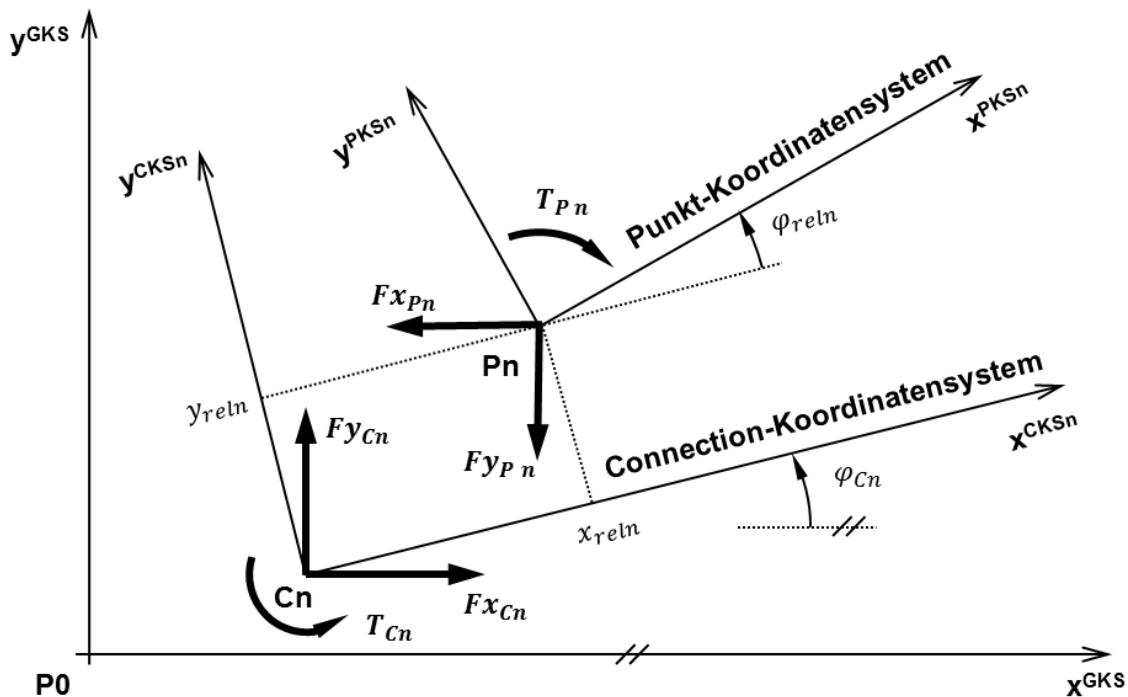


Bild A.2: Transformation der Kräfte zwischen PKSn und CKSn

Das Momentengleichgewicht um den Drehpunkt C_n liefert das Drehmoment T_{Cn} am CKSn entsprechend der Gleichung (A.18). Die translatorischen Kraftkomponenten treten lediglich als gleich große Reaktionskräfte zwischen dem Anschlusspunkt PKSn und PCSn auf (Gln. (A.16), (A.17)).

$$Fx_{Cn} = Fx_{Pn} \quad (A.16)$$

$$Fy_{Cn} = Fy_{Pn} \quad (A.17)$$

$$T_{Cn} = T_{Pk} - Fx_{Pn}(x_{reln} \sin \varphi_{Cn} + y_{reln} \cos \varphi_{Cn}) \\ + Fy_{Pn}(x_{reln} \cos \varphi_{Cn} - y_{reln} \sin \varphi_{Cn}) \quad (A.18)$$

A.2 Transformationen zur Beschreibung der Körperschwerpunktlagen

In den Elementen werden die Körperschwerpunktlagen mit den konstanten Parametern x_{Skrel} und y_{Skrel} gegenüber dem Körperkoordinatensystem KKS definiert. Die Transformation von lokalen Schwerpunktkoordinaten in globale Koordinaten wird im Bild A.3 erläutert.

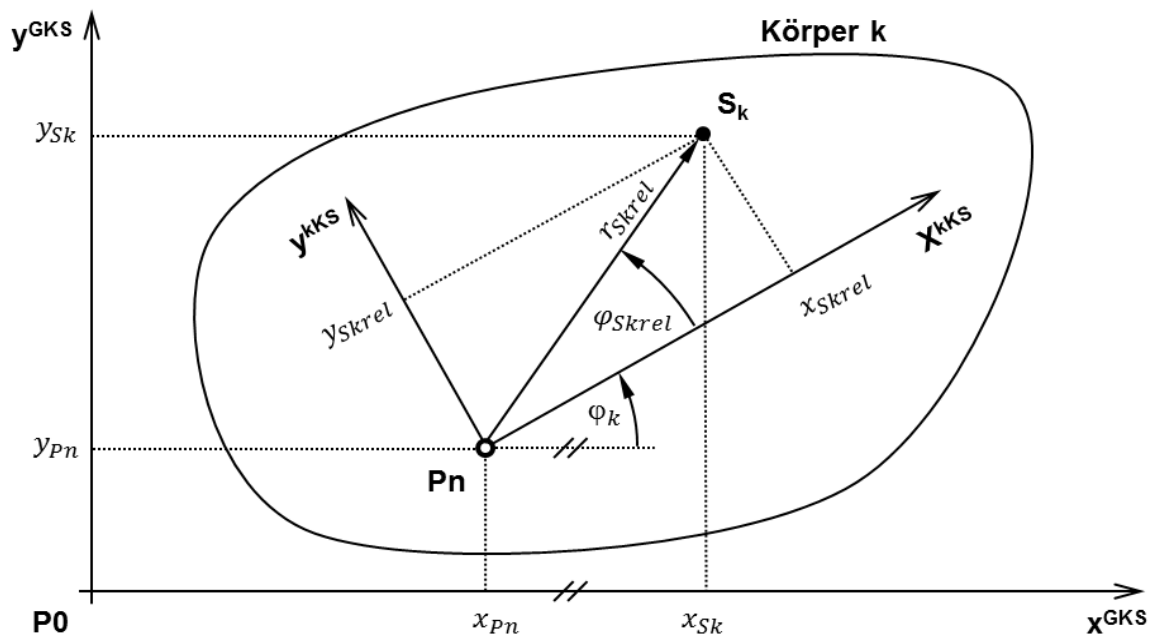


Bild A.3: Transformation zur Beschreibung der Schwerpunktlage im globalen Koordinatensystem

Im ersten Schritt erfolgt mit den Gleichungen

$$r_{Skrel} = \sqrt{x_{Skrel}^2 + y_{Skrel}^2}, \quad (A.19)$$

$$\varphi_{Skrel} = \text{atan2}(y_{Skrel}, x_{Skrel}) \quad (A.20)$$

eine Überführung der gegebenen kartesischen Schwerpunktkoordinaten in Polarkoordinaten. Diese Berechnung wird ausschließlich zu Beginn der Simulation ausgeführt. Die Polarkoordinaten beschreiben weiterhin die Lage im Körperkoordinatensystem und bleiben somit konstant.

Demgegenüber ist die Schwerpunktlage im globalen Koordinatensystem abhängig von der Bewegung des betrachteten Körpers k . Durch eine in den Gleichungen

$$x_{Sk} = x_{Pn} + r_{Skrel} \cos(\varphi_k + \varphi_{Skrel}), \quad (A.21)$$

$$y_{Sk} = y_{Pn} + r_{Skrel} \sin(\varphi_k + \varphi_{Skrel}) \quad (A.22)$$

vorgenommene Koordinatentransformation werden im zweiten Schritt die lokalen polaren Schwerpunktkoordinaten in das globale Koordinatensystem überführt.

Die im globalen Koordinatensystem gemessene Schwerpunktschwindigkeit

$$\dot{x}_{Sk} = \dot{x}_{Pn} - \dot{\varphi}_k r_{Skrel} \sin(\varphi_k + \varphi_{Skrel}), \quad (A.23)$$

$$\dot{y}_{Sk} = \dot{y}_{Pn} + \dot{\varphi}_k r_{Skrel} \cos(\varphi_k + \varphi_{Skrel}) \quad (A.24)$$

folgt aus den Zeitableitungen der Lagegleichungen (A.21) und (A.22).

Die zweite Ableitung der Schwerpunktkoordinaten nach der Zeit liefert die Schwerpunktbeschleunigung im globalen Koordinatensystem entsprechend den Gleichungen

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{Sk} = & \ddot{x}_{Pn} - \ddot{\varphi}_k^2 r_{Skrel} \cos(\varphi_k + \varphi_{Skrel}) \\ & - \ddot{\varphi}_k r_{Skrel} \sin(\varphi_k + \varphi_{Skrel}), \end{aligned} \quad (A.25)$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_{Sk} &= \ddot{y}_{Pn} - \dot{\phi}_k^2 r_{Skrel} \sin(\varphi_k + \varphi_{Skrel}) \\ &\quad + \ddot{\phi}_n r_{Skrel} \cos(\varphi_k + \varphi_{Skrel}).\end{aligned}\tag{A.26}$$

A.3 Trägheitskräfte und Änderung der kinetischen Energie

Die Trägheitskräfte werden in den Elementen einheitlich aus den Massenparametern des Schwerpunkts und der Schwerpunktbeschleunigung mit den Gleichungen

$$Fax_k = m_k \ddot{x}_{Sk},\tag{A.27}$$

$$Fay_k = m_k \ddot{y}_{Sk},\tag{A.28}$$

$$Ta_k = J_k \ddot{\phi}_k.\tag{A.29}$$

berechnet. Sie dienen in der Simulation zur Kontrolle der Energiebilanz im betrachteten Teilsystem (z. B. ein Koppelgetriebe). Die Indizierung k impliziert den k -ten Körper, und das Massenträgheitsmoment J ist auf den Bauteilschwerpunkt bezogen. Die Änderung der kinetischen Energie wird in den Elementen für die translatorische und die rotatorische Bewegung getrennt ausgewertet. Die translatorische kinetische Energie P_{Tk} ist die Summe aus den Produkten der Komponenten von Beschleunigungskraft und der zugehörigen Geschwindigkeit im Schwerpunkt

$$P_{Tk} = Fax_k \dot{x}_{Sk} + Fay_k \dot{y}_{Sk}.\tag{A.30}$$

Die Berechnung der Änderung der rotatorischen Energie P_{Rk} erfolgt mit

$$P_{Rk} = Ta_k \dot{\phi}_k\tag{A.31}$$

analog zur translatorischen Energie aus dem Trägheitsmoment Ta_k multipliziert mit der Drehgeschwindigkeit $\dot{\phi}_k$ am betrachteten ebenen Körper.

A.4 Der Arcustangens mit zwei Argumenten (atan2-Funktion)

Die Arcustangens2-Funktion mit zwei Argumenten dient zur Ermittlung eines Anstiegswinkels aus den in kartesischen Koordinaten gegebenen Achsenabschnitten. Diese Funktion wird zur Transformation von kartesischen Koordinaten in Polarkoordinaten verwendet. Die Definition der atan2-Funktion ist der nachfolgenden Gleichung zu entnehmen.

$$\text{atan2}(x, y) = \begin{cases} \arctan \frac{y}{x} & \text{für } x > 0 \\ \arctan \frac{y}{x} + \pi & \text{für } x < 0, \quad y \geq 0 \\ \arctan \frac{y}{x} - \pi & \text{für } x < 0, \quad y < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & \text{für } x = 0, \quad y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } x = 0, \quad y < 0 \\ 0 & \text{für } x = 0, \quad y = 0 \end{cases} \quad (\text{A.32})$$

Die Gleichung (A.32) gibt Werte im Bereich von $-\pi < \text{atan2}(x, y) \leq +\pi$ zurück. Weiterführende Informationen zur atan2-Funktion sind in [wik13] aufgeführt.

B Bibliothekselemente zur Analyse ebener Koppelgetriebe

Die nachfolgend beschriebenen Elemente stellen eine Erweiterung der in der VDI-Richtlinie 2729 dargelegten Berechnungsmodule von einer ausschließlich kinematischen auf eine dynamische Betrachtung dar. Die in den Elementen modellierten Trägheitskräfte, die Kinematik der Schwerpunkte sowie die Koordinaten- und Kräftetransformationen zwischen den 2D-Anschlüssen sind in verallgemeinerter Form im Anlagenteil A zusammengefasst. Die Bauteile aus den Elementen der Antriebe, der Zweischläge und der Führung eines Gliedpunktes sind mit Masseneigenschaften ausgeführt und werden in Link, Schieber und Führung eingeteilt. Alle Lagergehäuse und Führungen, welche mit einem Drehgelenk oder Schubgelenk an ein Nachbarelement anschließen, sind hingegen masselos modelliert. Die in den Elementen enthaltenen Dreh- und Schubgelenke werden weiterhin als ideal reibungsfrei betrachtet. Sie können jedoch über Dämpferelemente aus der mechanischen 1D-Bibliothek vom Anwender mit Reibungseffekten beaufschlagt werden.

B.1 Drehantrieb (DAN)

Das Bibliothekselement DAN beschreibt einen Drehantrieb, dessen Link (Kurbel) im Punkt P1 drehbar gelagert ist. Der Punkt P wird mit dem konstanten Abstand der Linklänge l_L auf einer Kreisbahn um den Punkt P1 geführt.

In der Tabelle B.1, S. 194 sind das Symbol mit Kennzeichnung der kinematischen Punkte und der mechanischen Anschlüsse dargestellt. Die Anschlüsse ctrR1 und ctrR2 bilden Schnittstellen zur Bibliothek der rotatorischen Mechanik. Sie dienen beispielsweise zum Einprägen von Antriebsmomenten auf die Kurbel.

Des Weiteren erfolgt in der Tabelle B.2, 194 eine Zusammenfassung der Lage- und Massenparameter für das Element DAN.

Tabelle B.1: Symbol und Anschlussbelegung für das Element DAN

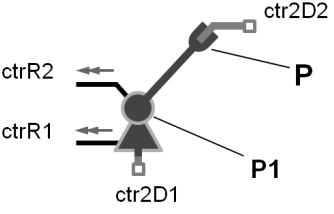
Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss am Gehäuse im Punkt P1
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss an der Kurbel im Punkt P
	ctrR1	Mechanischer rotatorischer Anschluss zur Aufprägung eines Abstützmoments am Gehäuse
	ctrR2	Mechanischer rotatorischer Anschluss zur Aufprägung eines Moments auf das Bauteil Link

Tabelle B.2: Parameter für das Element DAN

Kategorie	Kommentar	Parameter	Bemerkung/Standardwert
Lageparameter: Anfangslage Link (LKS bezüglich GKS)	Linklänge	l_L	
	Winkel Link	φ_{L0}	
	Drehgeschwindigkeit Link	ω_{L0}	
Lage des Schwerpunkts Link im LKS	x-Lage im LKS	x_{SLrel}	$= l_L/2$, im körperfesten LKS
	y-Lage im LKS	y_{SLrel}	$= 0$, im körperfesten LKS
Massenparameter: Masse und Trägheit des Link	Masse des Link	m_L	$= 1 \text{ kg}$
	Drehträgheit des Link	J	$= 0,1 \text{ kgm}^2$
Gravitation	Gravitationsbeschleunigung in x-Richtung	g_x	$= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
	Gravitationsbeschleunigung in y-Richtung	g_y	$= -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Koordinatensysteme für das Element DAN

Die Berechnung der Bewegungsgrößen am Bauteil Link erfolgt mit Hilfe der im Bild B.1 dargestellten kinematischen Zusammenhänge.

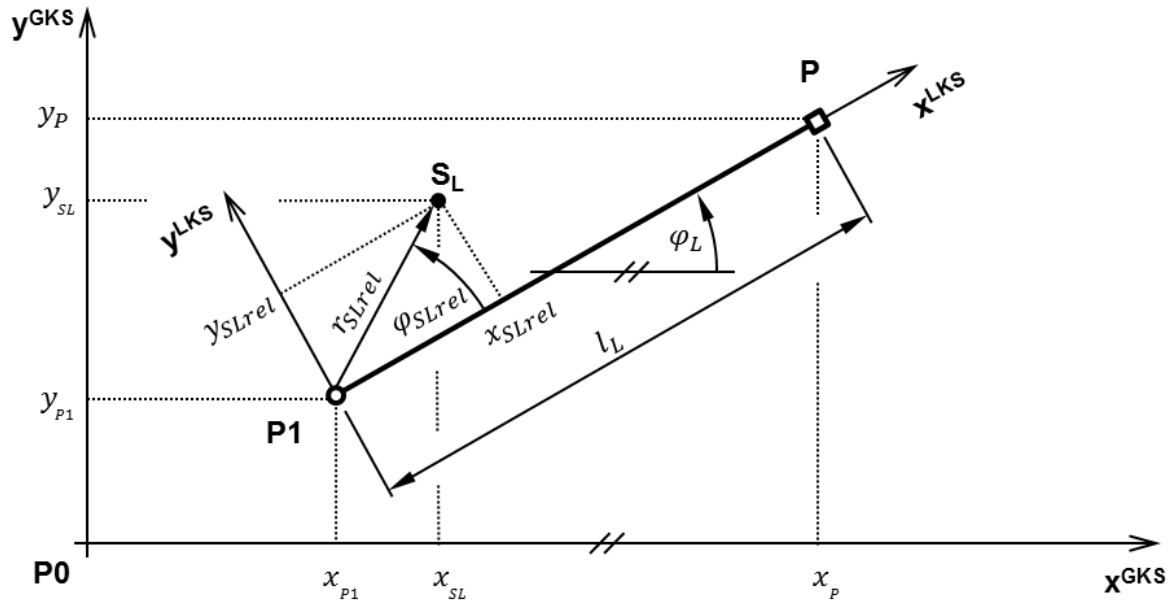


Bild B.1: Kinematik für das Element DAN am Bauteil Link (Kurbel)

Das globale Koordinatensystem (GKS) ist das Bezugssystem zur Beschreibung aller Punktlagen. Das Link-Koordinatensystem (LKS) mit dem Ursprung im Punkt P1 beschreibt gegenüber dem GKS die Ausrichtung des Link mit dem Lagewinkel φ_L . Weiterhin wird im LKS die Schwerpunktlage mit den relativen Parametern x_{Srel} und y_{Srel} auf dem Bauteil Link definiert.

Berechnung der Bewegungsgrößen für das Bauteil Link (Kurbel)

Die Winkellage φ_L , die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_L$ und die Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}_L$ des Link werden bei Belegung des rotatorischen Anschlusses ctrR2 von dessen Anschlusselement vorgegeben. Die Koordinaten für den auf dem Link befindlichen Punkt P sind durch die Position des Lagerpunkts P1, der Linklänge l_L und dessen Ausrichtung φ_L festgelegt (Gleichungen (B.1) und (B.2)).

$$x_P = x_{P1} + l_L \cos \varphi_L \quad (\text{B.1})$$

$$y_P = y_{P1} + l_L \sin \varphi_L \quad (\text{B.2})$$

Die immanenten Zeitableitungen zur Berechnung der Geschwindigkeit und der Beschleunigung folgen aus den Gleichungen (B.3) bis (B.6).

$$\dot{x}_P = \dot{x}_{P1} - \dot{\varphi}_L l_L \sin \varphi_L \quad (\text{B.3})$$

$$\dot{y}_P = \dot{y}_{P1} + \dot{\varphi}_L l_L \cos \varphi_L \quad (\text{B.4})$$

$$\ddot{x}_P = \ddot{x}_{P1} - \dot{\varphi}_L^2 l_L \cos \varphi_L - \ddot{\varphi}_L l_L \sin \varphi_L \quad (\text{B.5})$$

$$\ddot{y}_P = \ddot{y}_{P1} - \dot{\varphi}_L^2 l_L \sin \varphi_L + \ddot{\varphi}_L l_L \cos \varphi_L \quad (\text{B.6})$$

Berechnung der Kräfte für das Bauteil Link (Kurbel)

Im Bild B.2 sind die am Bauteil Link wirkenden Kraftgrößen dargestellt. Am Punkt P1 wirken die Lagerkräfte $F_{x_{P1}}$ und $F_{y_{P1}}$ sowie das über den rotatorischen Anschluss ctrR2 eingeleitete Moment T_{R2} , und am Punkt P wirken die Anschlusskräfte F_{x_P} und F_{y_P} sowie das Moment T_P . Die Massenträgheitskräfte des Link sind im Schwerpunkt S_L zu finden und bestehen aus den Komponenten $F_{ax_L} - m_L g_x$, $F_{ay_L} - m_L g_y$ und T_{a_L} (vgl. Anhang A.3).

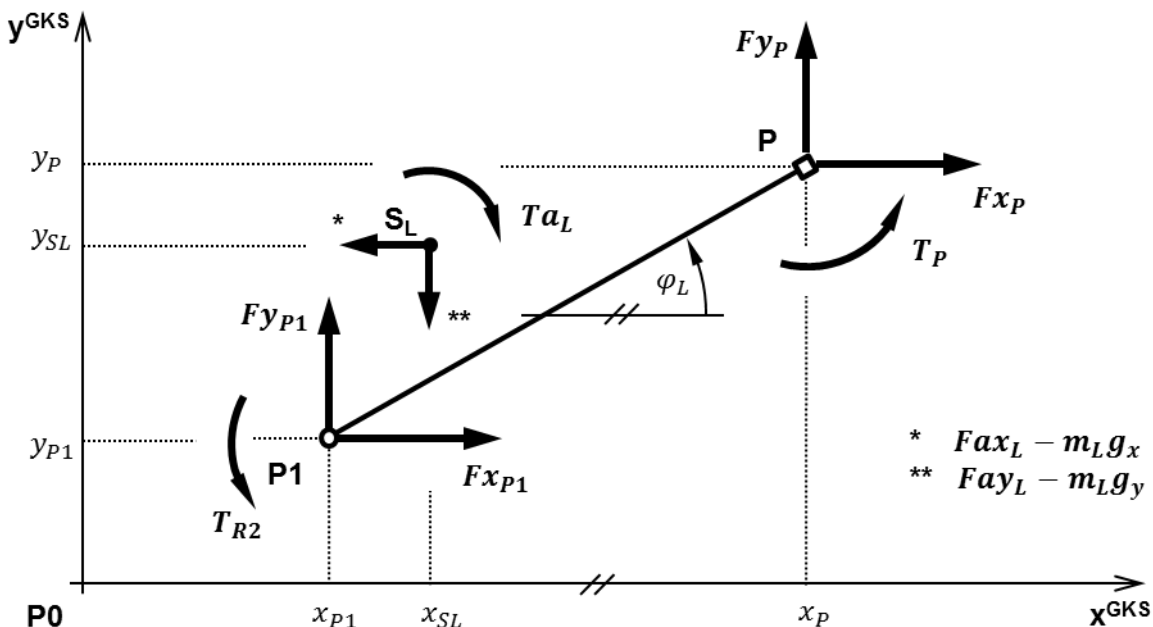


Bild B.2: Kräfte für das Element DAN am Bauteil Link (Kurbel)

Durch das Kräftegleichgewicht in x- und y-Richtung wird der Zusammenhang zwischen den Lagerkräften im Punkt P1 und im Punkt P und den translatorischen Komponenten der Trägheitskraft im Schwerpunkt des Link hergestellt (Gleichungen (B.7) und (B.8)).

Ferner werden durch das Momentengleichgewicht um den Punkt P1 die Kräfte in x- und y-Richtung mit dem Massenträgheitsmoment und den in den Lagerpunkten wirkenden äußeren Momenten T_{R2} und T_P in der Gleichung (B.9) verknüpft.

$$0 = Fx_{P1} + Fx_P - (Fax_L - m_L g_x) \quad (B.7)$$

$$0 = Fy_{P1} + Fy_P - (Fay_L - m_L g_y) \quad (B.8)$$

$$\begin{aligned} 0 = & Ta_L + (Fax_L - m_L g_x)(y_{SL} - y_{P1}) \\ & - (Fay_L - m_L g_y)(x_{SL} - x_{P1}) \\ & - Fx_P(y_P - y_{P1}) + Fy_P(x_P - x_{P1}) + T_{R2} + T_P \end{aligned} \quad (B.9)$$

Übergaben der inneren Variablen auf die Anschlüsse

Abschließend sind in der Tabelle B.3 für das Element DAN die Übergaben der inneren Variablen an die Anschlussvariablen zusammengefasst. Bei Nichtbelegung des Anschlusses ctr2D2 werden die Übergaben der Kinematik an den Anschluss ctr2D2 ausgesetzt.

Tabelle B.3: Übergabe zwischen Anschluss und innerer Variable für das Element DAN

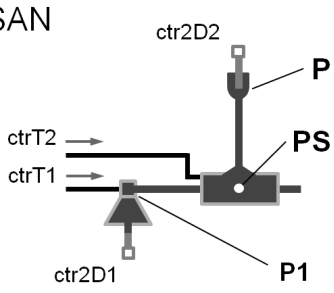
Anschluss	Weg/Winkel	Geschwindigkeit	Beschleunigung	Kraft/Moment
ctr2D1	.x = x_{P1} .y = y_{P1} .phi = φ_{P1}	.vx = $\dot{x}_{P1}$.vy = $\dot{y}_{P1}$.om = $\dot{\varphi}_{P1}$	.ax = $\ddot{x}_{P1}$.ay = $\ddot{y}_{P1}$.alp = $\ddot{\varphi}_{P1}$	.Fx = Fx_{P1} .Fy = Fy_{P1} .T = T_{P1}
ctr2D2	.x = x_P .y = y_P .phi = φ_L	.vx = $\dot{x}_P$.vy = $\dot{y}_P$.om = $\dot{\varphi}_L$	.ax = $\ddot{x}_P$.ay = $\ddot{y}_P$.alp = $\ddot{\varphi}_L$	.Fx = Fx_P .Fy = Fy_P .T = T_P
ctrR1	.phi = ctr2D2.phi	.om = ctr2D2.om	.alp = ctr2D2.alp	.T = ctr2D2.T
ctrR2	.phi = φ_L	.om = $\dot{\varphi}_L$	.alp = $\ddot{\varphi}_L$	.T = T_{R2}

B.2 Schubantrieb (SAN)

Das Element SAN bildet einen Linearantrieb in der Ebene ab. Er besteht aus einem massebehafteten Schieber (Slider), der auf einer masselosen Geradföhrung (Guide) geföhrt wird. Der Punkt P wird mit dem konstanten Abstand v parallel zur Föhungsgeraden geföhrt. Der Schnittpunkt zwischen der durch den Punkt P verlaufenden Senkrechten auf die Föhungsgerade wird als Lotfußpunkt PS bezeichnet. Der Schieberweg x_G wird vom Punkt P1 bis zum Punkt PS in Richtung der x-Achse des Föhungskoordinatensystems gemessen.

In der Tabelle B.4 ist das Symbol mit den kinematisch relevanten Punkten und den zugeordneten Anschlüssen für den Schubantrieb abgebildet.

Tabelle B.4: Symbol und Anschlussbelegung SAN

Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss an der Föhungsbahn im Punkt P1
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss am Schieber im Punkt P
	ctrT1	Mechanischer translatorischer Anschluss zur Kraftabstützung an der Föhung
	ctrT2	Mechanischer translatorischer Anschluss zur Kraft-/Bewegungsvorgabe am Schieber

Weiterhin sind in der Tabelle B.5, 199 sind die Lage- und Massenparameter für das Element SAN zusammengefasst.

Koordinatensysteme für das Element SAN

Die für das Element SAN verwendeten Koordinatensysteme sind im Bild B.3, S. 200 dargestellt. Das globale Koordinatensystem (GKS) ist das Bezugssystem zur Lagebeschreibung aller weiteren Koordinatensysteme und Punkte.

Das Führungskoordinatensystem (UKS) mit dem Ursprung im Punkt P1 befindet sich auf der masselosen Führung. Seine Ausrichtung ist durch den Winkel φ_U gekennzeichnet.

Tabelle B.5: Parameter für das Element SAN

Kategorie	Kommentar	Parameter	Bemerkung/Standardwert
Lageparameter:	Offset	v	$= 0$
Anfangslage Schieber (SKS bezüglich GKS)	Weg Schieber	x_{S0}	
	Geschwindigkeit Schieber	$\dot{x}_{S0}$	
Lage des Schwerpunkts Schieber im SKS	x-Lage im SKS	x_{Srel}	$= 0$, im körperfesten SKS
	y-Lage im SKS	y_{Srel}	$= 0$, im körperfesten SKS
Massenparameter: Masse und Trägheit des Schiebers	Masse	m_S	
	Drehträgheit des Schiebers bezüglich des Schwerpunkts	J_S	
Gravitation	Gravitationsbeschleunigung in x-Richtung	g_x	$= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
	Gravitationsbeschleunigung in y-Richtung	g_y	$= -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Das Schieberkoordinatensystem (SKS) mit dem Ursprung im Lotfußpunkt PS befindet sich auf dem massebehafteten Schieber. Das SKS besitzt durch die Schubgelenkverbindung die gleiche Ausrichtung wie das UKS ($\varphi_S = \varphi_U$). Gegenüber dem SKS werden die Masseparameter des Schiebers beschrieben.

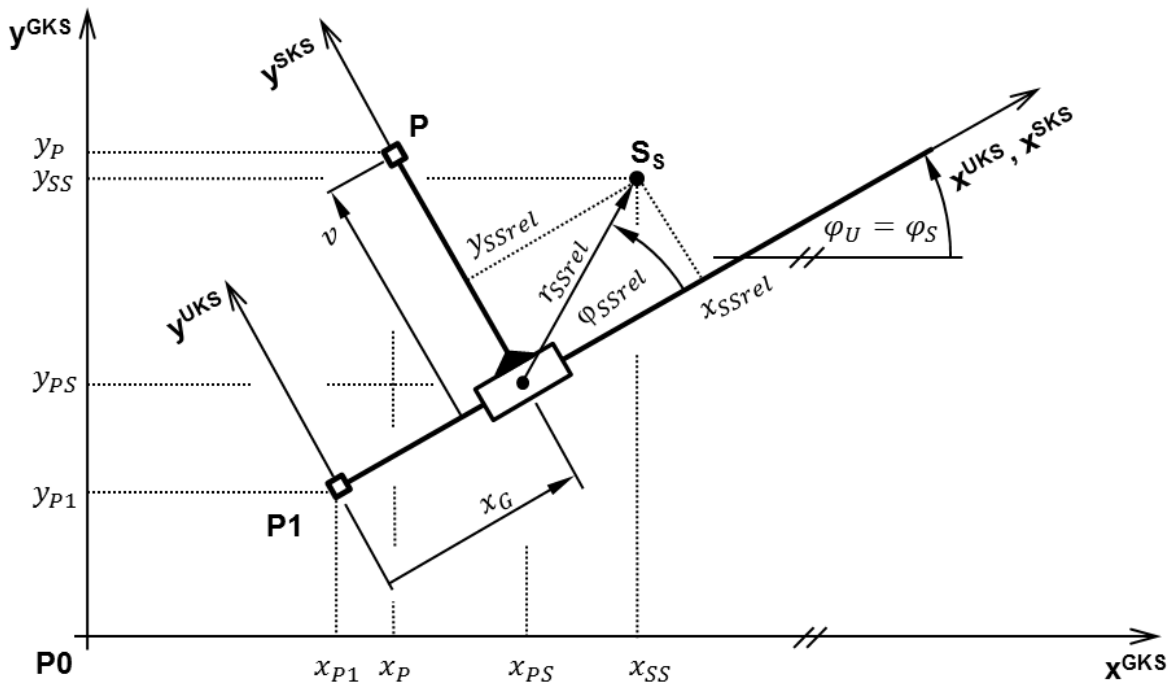


Bild B.3: Kinematik für das Element SAN

Berechnung der Bewegungsgrößen für den Schieber

Die Berechnungsgleichungen der Bewegungsgrößen für den Schieber werden mit Hilfe von Bild B.3 aufgestellt. Der Lotfußpunkt PS ist der Schnittpunkt mit einer durch den Punkt P gedachten Senkrechten auf die Schubgerade. Der Abstand zwischen dem Punkt P1 und PS ist der Schieberweg x_G . Sein Wert ist positiv, wenn der Punkt PS auf dem positiven Abschnitt der UKS-x-Achse liegt. Mit den Gleichungen (B.10) und (B.11) wird der Punkt PS ausgehend vom Punkt P1 im Abstand von x_G auf der Schubgeraden berechnet. Die zugeordneten Geschwindigkeiten und Beschleunigungen folgen aus den Zeitableitungen der Positionskoordinaten entsprechend den Gleichungen (B.12) bis (B.15).

$$x_{PS} = x_{P1} - x_G \cos \varphi_U \quad (\text{B.10})$$

$$y_{PS} = y_{P1} + x_G \sin \varphi_U \quad (\text{B.11})$$

$$\dot{x}_{PS} = \dot{x}_{P1} - \dot{x}_G \cos \varphi_U - x_G \dot{\varphi}_U \sin \varphi_U \quad (\text{B.12})$$

$$\dot{y}_{PS} = \dot{y}_{P1} + \dot{x}_G \sin \varphi_U + x_G \dot{\varphi}_U \cos \varphi_U \quad (\text{B.13})$$

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{PS} = \ddot{x}_{P1} - 2\dot{\varphi}_U \dot{x}_G \sin \varphi_U - \dot{\varphi}_U^2 x_G \cos \varphi_U + \ddot{x}_G \cos \varphi_U \\ - \ddot{\varphi}_U x_G \sin \varphi_U\end{aligned}\quad (\text{B.14})$$

$$\begin{aligned}a y_{PS} = a y_{P1} + 2\dot{\varphi}_U \dot{x}_G \cos \varphi_U - \dot{\varphi}_U^2 x_G \sin \varphi_U + \ddot{x}_G \sin \varphi_U \\ + \ddot{\varphi}_U x_G \cos \varphi_U\end{aligned}\quad (\text{B.15})$$

Anschließend werden die Koordinaten von Punkt P durch den konstanten Abstand v senkrecht zur Führung durch den Lotfußpunkt PS mit den Gleichungen (B.16) und (B.17) ermittelt. Die entsprechenden Zeitableitungen sind den Gleichungen (B.18) bis (B.21) zu entnehmen.

$$x_P = x_{PS} - v \sin \varphi_S \quad (\text{B.16})$$

$$y_P = y_{PS} + v \cos \varphi_S \quad (\text{B.17})$$

$$\dot{x}_P = \dot{x}_{PS} - v \dot{\varphi}_S \cos \varphi_S \quad (\text{B.18})$$

$$\dot{y}_P = \dot{y}_{PS} - v \dot{\varphi}_S \sin \varphi_S \quad (\text{B.19})$$

$$\ddot{x}_P = \ddot{x}_{PS} + \dot{\varphi}_S^2 v \sin \varphi_S - \ddot{\varphi}_S v \cos \varphi_S \quad (\text{B.20})$$

$$\ddot{y}_P = \ddot{y}_{PS} - \dot{\varphi}_S^2 v \cos \varphi_S - \ddot{\varphi}_S v \sin \varphi_S \quad (\text{B.21})$$

Durch die Zwangskopplung im Schubgelenk folgen die Schieberausrichtung, die Winkelgeschwindigkeit und die Winkelbeschleunigung der Führungsbewegung (Gleichungen (B.22) bis (B.24)).

$$\varphi_S = \varphi_U \quad (\text{B.22})$$

$$\dot{\varphi}_S = \dot{\varphi}_U \quad (\text{B.23})$$

$$\ddot{\varphi}_S = \ddot{\varphi}_U \quad (\text{B.24})$$

Berechnung der Kräfte für das Bauteil Führung

Zunächst werden die Kräfte am Bauteil Schieber aufgestellt (vgl. Bild B.4). Am Punkt P1 wirken die Lagerkräfte $F_{x_{P1}}$ und $F_{y_{P1}}$ sowie die Kraftkomponenten $Ft_U \cos \varphi_U$ und $Ft_U \sin \varphi_U$, die sich über den Anschluss ctrT1 der eingeleiteten translatorischen Kraft Ft_U an der Führung abstützen. Im Lotfußpunkt PS des Schubgelenks wirken die Kraftkomponenten $-Fn \sin \varphi_U$ und $-Fn \cos \varphi_U$ der Normalkraft Fn .

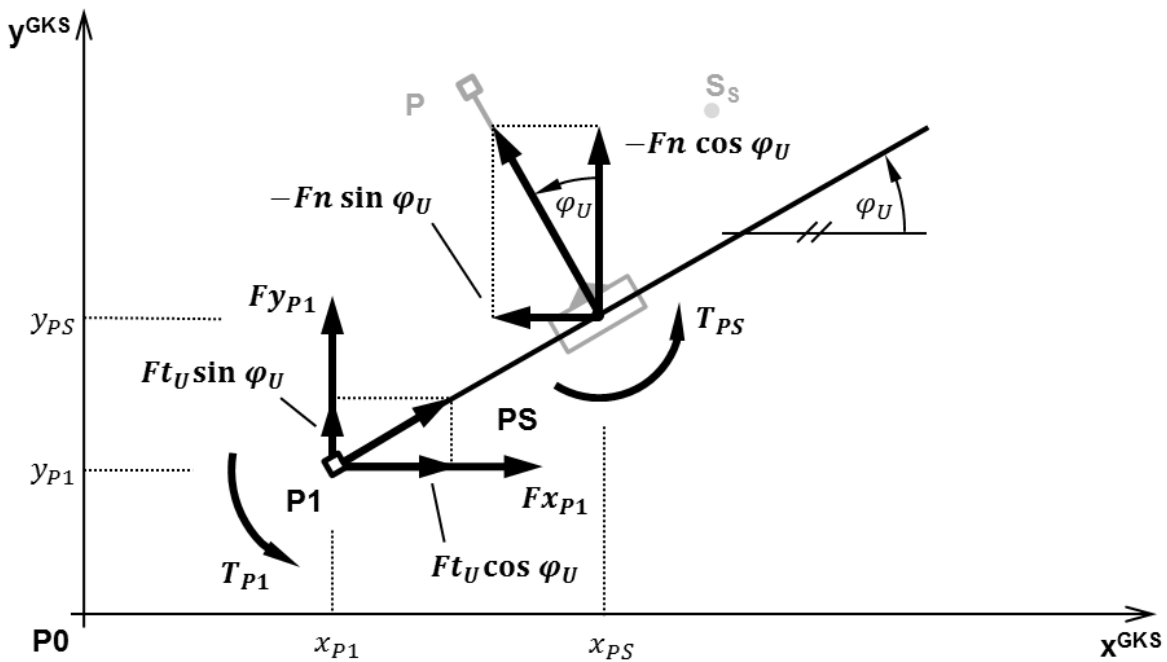


Bild B.4: Kräfte am Bauteil der masselosen Führung für das Element SAN

Die Gleichung (B.25) bilanziert das Kräftegleichgewicht in x-Richtung und die Gleichung (B.26) in y-Richtung. Das Drehmomentgleichgewicht um den Punkt P1 vervollständigt die Kräftebilanz am Bauteil der Führung. Hierbei wirken zusätzlich das Lagermoment T_{P1} im Punkt P1 und das über den Schieber übertragene Drehmoment T_{PS} .

$$0 = F_{x_{P1}} - (-Fn) \sin \varphi_U + Ft_U \cos \varphi_U \quad (\text{B.25})$$

$$0 = F_{y_{P1}} + (-Fn) \cos \varphi_U + Ft_U \sin \varphi_U \quad (\text{B.26})$$

$$0 = +(-Fn) \sin \varphi_U (y_{PS} - y_{P1}) + (-Fn) \cos \varphi_U (x_{PS} - x_{P1}) + T_{P1} + (-T_{PS}) \quad (\text{B.27})$$

Im Weiteren werden die Kräfteverhältnisse am Bauteil Schieber näher betrachtet (siehe Bild B.5). Am Anschlusspunkt P sind die Lagerkräfte F_{x_P} und F_{y_P} sowie im Lotfußpunkt PS die Schubgelenkkräfte $F_{x_{PS}}$ und $F_{y_{PS}}$ zu finden. Zudem sind im Schwerpunkt die Massenträgheitskräfte $Fax_S - mg_x$ und $Fay_S - mg_y$ wirksam. Die Kräftebilanz in globaler x- und y-Richtung ist durch die Gleichungen (B.28) und (B.29) aufgestellt. Das Drehmomentgleichgewicht um den Punkt PS stellt zusammen mit den Lagermomenten T_P und T_{PS} sowie dem Trägheitsmoment Ta_S einen Zusammenhang zwischen den Lagerkräften im Punkt P und PS her (Gleichung (B.30)).

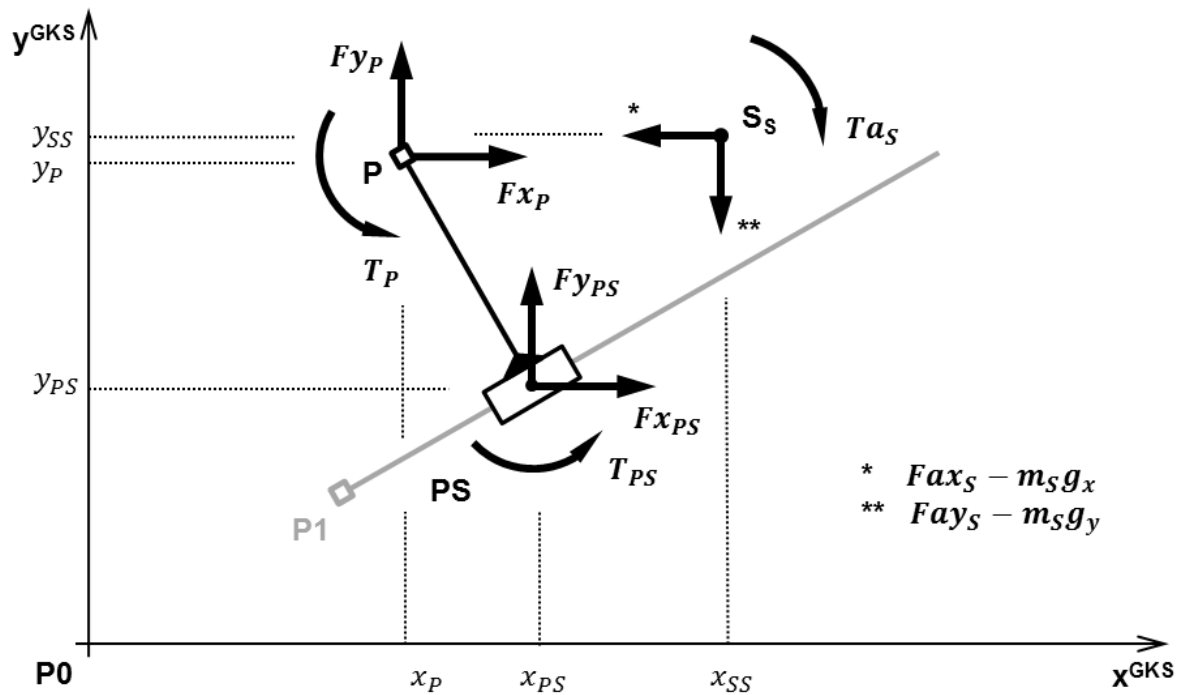


Bild B.5: Kräfte am Bauteil Schieber für das Element SAN

$$0 = F_{x_P} + F_{x_{PS}} - (Fax_S - m_S g_x) \quad (\text{B.28})$$

$$0 = F_{y_P} + F_{y_{PS}} - (Fay_S - m_S g_y) \quad (\text{B.29})$$

$$\begin{aligned} 0 = & +(Fax_S - m_S g_x)(y_{SS} - y_{PS}) \\ & -(Fax_S - m_S g_y)(x_{SS} - x_{PS}) - Ta \\ & + F_{x_P}(y_P - y_{PS}) + F_{y_P}(x_{PS} - x_P) + T_P + T_{PS} \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

Im Bild B.6 ist die Kräftezerlegung als Kopplung zwischen der Führung und dem Schieber dargestellt. Die zwischen dem Schieber und der Führung übertragenen Kräfte werden in Normal- und Tangentialanteil aufgeteilt, wobei der Tangentialkraftanteil durch die über den Anschluss ctrT2 übertragene translatorische Kraft Ft_s bestimmt wird. Die Kräftezerlegungen in Abhängigkeit von der Führungsneigung sind den Gleichungen (B.31) und (B.32) zu entnehmen.

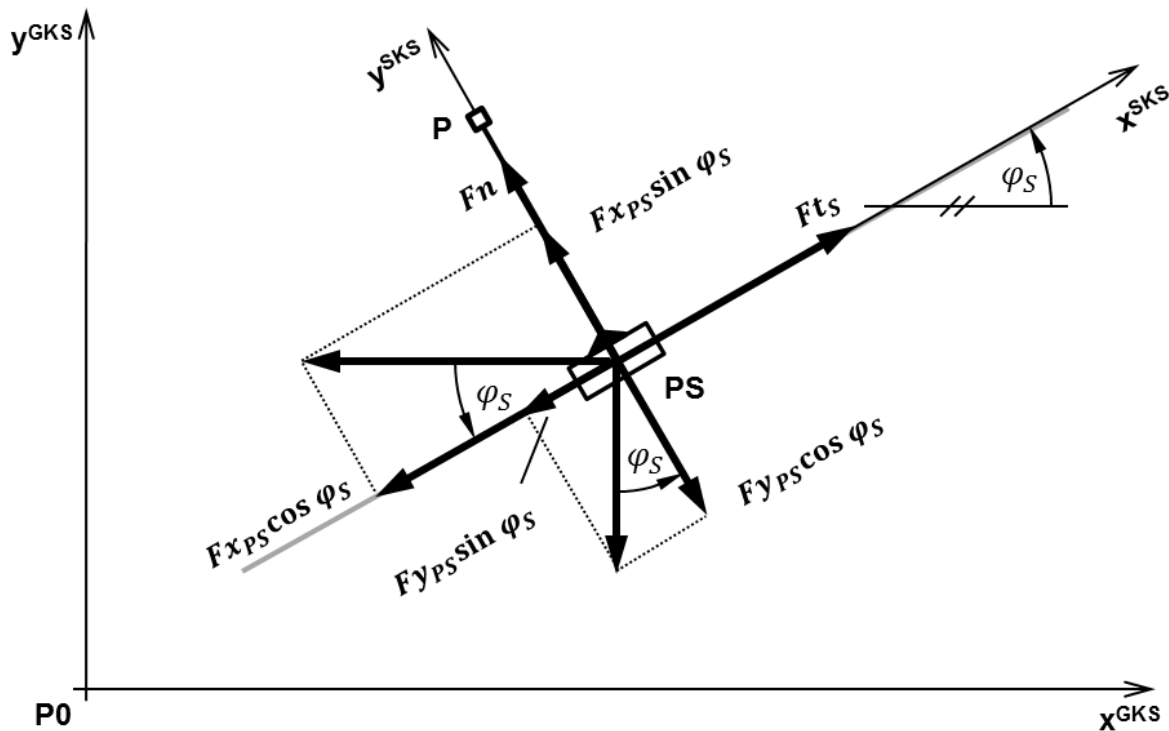


Bild B.6: Kräftezerlegung am Bauteil Schieber für das Element SAN

$$Fn = -Fx_{PS} \sin \varphi_U + Fy_{PS} \cos \varphi_U \quad (B.31)$$

$$Ft_s = +Fx_{PS} \cos \varphi_U + Fy_{PS} \sin \varphi_U \quad (B.32)$$

Übergaben der inneren Variablen auf die Anschlüsse

In der Tabelle B.6, S. 205 sind für das Element SAN die Übergaben der inneren Variablen an die Anschlussvariablen zusammengefasst. Bei einer Nichtbelegung des Anschlusses ctr2D2 werden die Übergaben der Kinematik am selbigen Anschluss nicht ausgeführt.

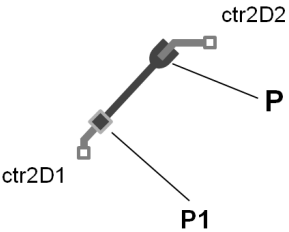
Tabelle B.6: Übergabe zwischen Anschluss und innerer Variable für das Element SAN

Anschluss	Weg/Winkel	Geschwindigkeit	Beschleunigung	Kraft/Moment
ctr2D1	$.x = x_{P1}$ $.y = y_{P1}$ $.phi = \varphi_U$	$.vx = \dot{x}_{P1}$ $.vy = \dot{y}_{P1}$ $.om = \dot{\varphi}_U$	$.ax = \ddot{x}_{P1}$ $.ay = \ddot{y}_{P1}$ $.alp = \ddot{\varphi}_U$	$.Fx = F_{x_{P1}}$ $.Fy = F_{y_{P1}}$ $.T = T_{P1}$
ctr2D2	$.x = x_P$ $.y = y_P$ $.phi = \varphi_S$	$.vx = \dot{x}_P$ $.vy = \dot{y}_P$ $.om = \dot{\varphi}_S$	$.ax = \ddot{x}_P$ $.ay = \ddot{y}_P$ $.alp = \ddot{\varphi}_S$	$.Fx = F_{x_P}$ $.Fy = F_{y_P}$ $.T = T_P$
ctrT1	$.x = 0$	$.vx = 0$	$.ax = 0$	$.F = Ft_U$
ctrT2	$.x = x_S$	$.vx = \dot{x}_G$	$.ax = \ddot{x}_G$	$.F = Ft_S$

B.3 Führung eines Gliedpunktes (FGP)

Das Element Führung eines Gliedpunktes (FGP) bildet einen starren massenbehafteten Link zur Führung eines Punkts auf einer Ebene ab. Das Bibliothekselement FGP erhält seine Bewegungskordinaten vom Vorgängerelement und berechnet aus der Linklänge und der Ausrichtung die Koordinaten im Punkt P. In der Tabelle B.7 ist das Symbol mit der Kennzeichnung der kinematischen Punkte P1 und P und der mechanischen Anschlüsse ctr2D1 und ctr2D2 dargestellt.

Tabelle B.7: Symbol und Anschlussbelegung für das Element FGP

Symbol	Anschluss	Bemerkungen
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss als Verbindungspunkt zum Vorgängerelement
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss am geführten Punkt (i.A. Koppelpunkt)

Aus der Tabelle B.8, S. 206 sind die Parameter für das Element FGP zu entnehmen. Sie sind in die Gruppen Lage- und Massenparameter eingeteilt.

Tabelle B.8: Parameter für das Element FGP

Kategorie	Kommentar	Parameter	Bemerkung/Standardwert
Lageparameter:	Linklänge	l_L	
Anfangslage Link (LKS bezüglich GKS)	Winkel Link	φ_{L0}	
	Drehgeschwindigkeit Link	$\dot{\varphi}_{L0}$	
Lage des Schwerpunkts Link im LKS	x-Lage im LKS	x_{SLrel}	$= l_L/2$, im körperfesten LKS
	y-Lage im LKS	y_{SLrel}	$= 0$, im körperfesten LKS
Massen- parameter: Masse und Trägheit des Link	Masse	m_L	$= 1 \text{ kg}$
	Drehträgheit des Link bezüglich Schwerpunkt	J_L	$= 0,1 \text{ kgm}^2$
Gravitation	Gravitationsbeschleunigung in x-Richtung	g_x	$= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
	Gravitationsbeschleunigung in y-Richtung	g_y	$= -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Koordinatensysteme für das Element FGP

Im Bild B.7, S. 207 sind die kinematischen Größen für das Berechnungsmodul FGP dargestellt. Neben dem globalen Koordinatensystem (GKS) existiert ein Link-Koordinatensystem (LKS), dessen Ursprung im Punkt P1 liegt. Die zugehörige x-Achse ist in Richtung des Punkts P ausgerichtet. Das LKS, gekennzeichnet durch den Lagewinkel φ_L , dient zur Definition der Bauteilausrichtung. Weiterhin sind die Lageparameter x_{SLrel} und y_{SLrel} zur Vorgabe der Schwerpunktlage S_L im LKS definiert. Die Transformationen der lokalen Schwerpunktkoordinaten in die globalen Schwerpunktkoordinaten sind im Anhang A.2 bis zur zweiten Ableitung beschrieben.

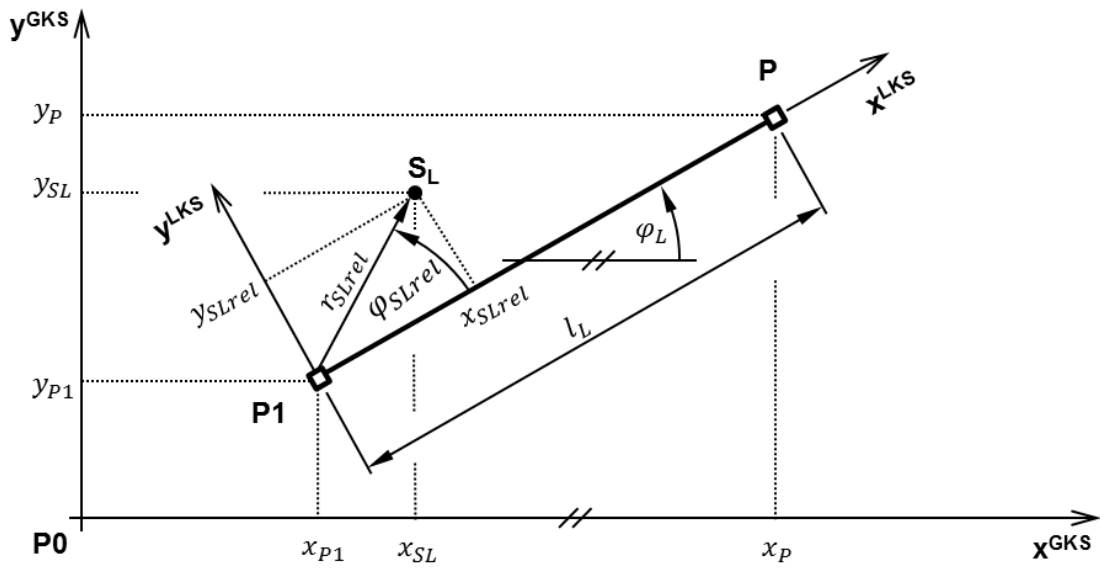


Bild B.7: Kinematik für das Element FGP

Der auf dem Link befindliche Punkt P wird durch den Abstand l_L des Punktes P1 und dem Lagewinkel φ_L bestimmt (Gleichungen (B.33) und (B.34)).

$$x_P = x_{P1} + l_L \cos \varphi_L \quad (B.33)$$

$$y_P = y_{P1} + l_L \sin \varphi_L \quad (B.34)$$

Die Geschwindigkeit und Beschleunigung von Punkt P resultiert aus den Zeitableitungen gemäß den Gleichungen (B.35) bis (B.38).

$$\dot{x}_P = \dot{x}_{P1} - \dot{\varphi}_L l_L \sin \varphi_L \quad (B.35)$$

$$\dot{y}_P = \dot{y}_{P1} + \dot{\varphi}_L l_L \cos \varphi_L \quad (B.36)$$

$$\ddot{x}_P = \ddot{x}_{P1} - \dot{\varphi}_L^2 l_L \cos \varphi_L - \ddot{\varphi}_L l_L \sin \varphi_L \quad (B.37)$$

$$\ddot{y}_P = \ddot{y}_{P1} - \dot{\varphi}_L^2 l_L \sin \varphi_L + \ddot{\varphi}_L l_L \cos \varphi_L \quad (B.38)$$

Berechnung der Kräfte für das Bauteil Link

Im Bild B.8 sind alle am Bauteil Link wirkenden Kraftgrößen dargestellt. Am Punkt P1 wirken die Lagerkräfte $F_{x_{P1}}$ und $F_{y_{P1}}$ sowie das Moment T_{P1} und am Punkt P die Anschlusskräfte F_{x_P} und F_{y_P} sowie das Moment T_P . Die Massenträgheitskräfte am Link sind im Schwerpunkt S_L zu finden und bestehen aus den Komponenten $Fax_L - m_L g_x$, $Fay_L - m_L g_y$ und Ta_L (vgl. Anhang A.3).

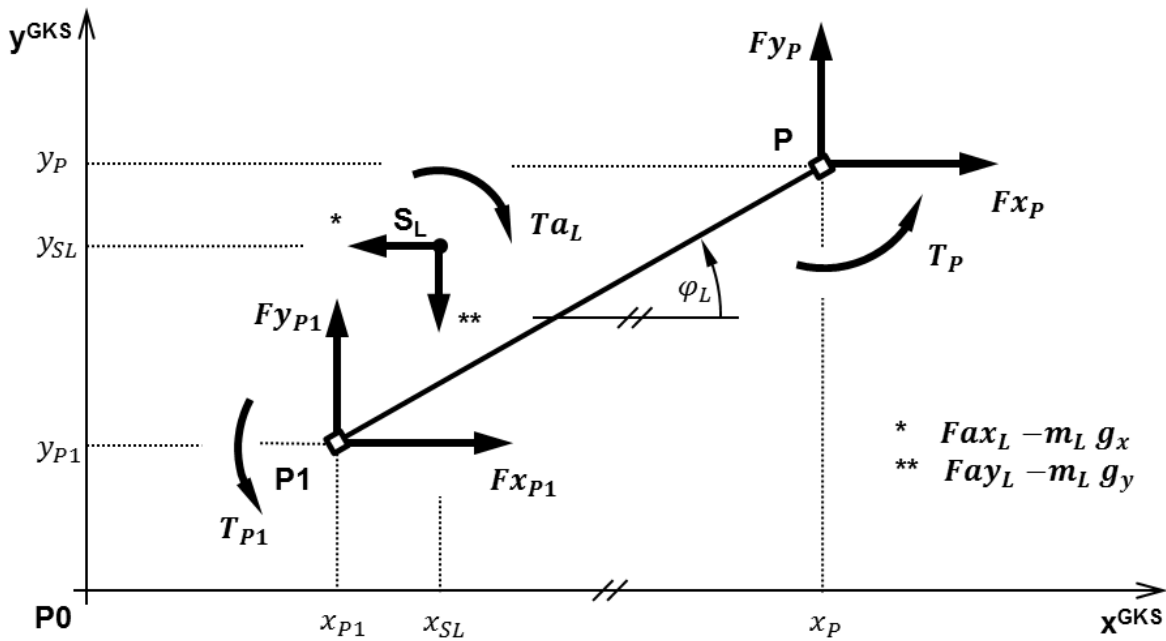


Bild B.8: Kräfte für das Element FGP am Bauteil Link

Das Kräftegleichgewicht wird in Gleichung (B.39) in x-Richtung und in Gleichung (B.40) in y-Richtung bilanziert. Das Momentengleichgewicht um den Punkt P1 folgt in Gleichung (B.41).

$$0 = F_{x_{P1}} + F_{x_P} - (Fax_L - m_L g_x) \quad (B.39)$$

$$0 = F_{y_{P1}} + F_{y_P} - (Fay_L - m_L g_y) \quad (B.40)$$

$$\begin{aligned}
 0 = & +(Fax_L - m_L g_x)(y_{SL} - y_{P1}) \\
 & - (Fay_L - m_L g_y)(x_{SL} - x_{P1}) - Ta_L \\
 & - F_{x_P}(y_P - y_{P1}) + F_{y_P}(x_P - x_{P1}) + T_{P1} + T_P
 \end{aligned} \quad (B.41)$$

Übergaben der inneren Variablen auf die Anschlüsse

In der Tabelle B.9 sind die Übergaben für das Element FGP der inneren Variablen auf die Anschlussvariablen zusammengefasst. Bei Nichtbelegung des Anschlusses ctr2D2 werden die Übergaben der Bewegungsgrößen am selbigen Anschluss nicht ausgeführt.

Tabelle B.9: Übergabe zwischen Anschluss und innerer Variable für das Element FGP

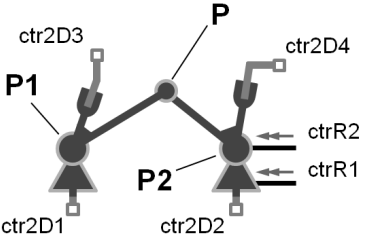
Anschluss	Weg/Winkel	Geschwindigkeit	Beschleunigung	Kraft/Moment
ctr2D1	$.x = x_{P1}$	$.vx = \dot{x}_{P1}$	$.ax = \ddot{x}_{P1}$	$.Fx = Fx_{P1}$
	$.y = y_{P1}$	$.vy = \dot{y}_{P1}$	$.ay = \ddot{y}_{P1}$	$.Fy = Fy_{P1}$
	$.phi = \varphi_L$	$.om = \dot{\varphi}_L$	$.alp = \ddot{\varphi}_L$	$.T = T_{P1}$
ctr2D2	$.x = x_P$	$.vx = \dot{x}_P$	$.ax = \ddot{x}_P$	$.Fx = Fx_P$
	$.y = y_P$	$.vy = \dot{y}_P$	$.ay = \ddot{y}_P$	$.Fy = Fy_P$
	$.phi = \varphi_L$	$.om = \dot{\varphi}_L$	$.alp = \ddot{\varphi}_L$	$.T = T_P$

B.4 Zweischlag mit drei Drehgelenken (DDD)

Das Element DDD beschreibt einen Zweischlag mit drei Drehgelenken. Die mit Masseneigenschaften belegten Bauteile Link 1 und Link 2 sind in den Anschlusspunkten P1 und P2 drehbar gelagert und durch ein Drehgelenk im Punkt P miteinander verbunden. Mit dem Element wird die Lage von Punkt P aus den konstanten Gliedlängen l_{L1} und l_{L2} sowie der Lagen der Anschlusspunkte P1 und P2 berechnet. Für die Lage des Punktes P existieren zwei an der Verbindungsgeraden von P1 zu P2 paarweise gespiegelte Lösungsorte. Die gewünschte Lösung für die Anfangslage wird vom Anwender durch den Lageparameter K ausgewählt. Das Vorzeichen des Lageparameters bestimmt die Lage von Punkt P ausgehend von einer gedachten Verbindungsgeraden von Punkt P1 in Richtung Punkt P2. Soll zum Berechnungsstart die Lage von Punkt P auf der linken Seite dieser Verbindungsgeraden liegen, so ist der Lageparameter auf $K = +1$ zu setzen und für eine rechtsseitige Lage ist $K = -1$ vorzugeben.

In der Tabelle B.10 sind das Symbol mit den kinematischen Punkten P1, P2 und P sowie die Anschlussbezeichnungen für das Element DDD dargestellt.

Tabelle B.10: Symbol und Anschlussbelegung für das Element DDD

Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss am Gehäuse im Punkt P1
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss am Gehäuse im Punkt P2
	ctr2D3	Mechanischer 2D-Anschluss am Link 1 im Punkt P1
	ctr2D4	Mechanischer 2D-Anschluss am Link 2 im Punkt P2
	ctrR1	Mechanischer rotatorischer Anschluss zur Aufprägung eines Abstützmoments am Gehäuse im Punkt P2
	ctrR2	Mechanischer rotatorischer Anschluss zur Aufprägung eines Moments am Link 2

Für das Element DDD sind in der Tabelle B.11 die Lage- und Massenparameter zusammengefasst.

Tabelle B.11: Parameter für das Element DDD

Kategorie	Kommentar	Parameter	Bemerkung/Standardwert
Lageparameter: Glieder- abmessungen	Länge Link 1	l_{L1}	= 1 m
	Länge Link 2	l_{L1}	= 1 m
Montagelage	Lageparameter für Punkt P (Startwert)	K	zur Auswahl: $K = +1, K = -1$
Lage des Schwerpunkts Link 1 im LKS1	x-Lage im LKS1	x_{SL1rel}	= $l_{L1}/2$, im körperfesten LKS1
	y-Lage im LKS1	y_{SL1rel}	= 0, im körperfesten LKS1
Lage des Schwerpunkts Link 2 im LKS2	x-Lage im LKS2	x_{SL2rel}	= $l_{L2}/2$, im körperfesten LKS2
	y-Lage im LKS2	y_{SL2rel}	= 0, im körperfesten LKS2
Massenparameter: Masse und Trägheit des Link 1	Masse des Link 1	m_{L1}	= 1 kg
	Drehträgheit des Link 1	J_{L1}	= 0,1 kgm ²
Masse und Trägheit des Link 2	Masse des Link 2	m_{L2}	= 1 kg
	Drehträgheit des Link 2	J_{L2}	= 0,1 kgm ²
Gravitation	Gravitationsbeschleunigung in x-Richtung	g_x	= 0 $\frac{m}{s^2}$
	Gravitationsbeschleunigung in y-Richtung	g_y	= -9,81 $\frac{m}{s^2}$

Koordinatensysteme für das Element DDD

Im Bild B.9 sind die Bewegungsgrößen für das Element DDD dargestellt. Es existieren das globale Koordinatensystem (GKS) und zwei Link-Koordinatensysteme, das LKS1 und das LKS2. Sie beschreiben die Ausrichtung der Bauteile Link 1 und Link 2 mit ihren Ursprüngen in den Anschlusspunkten P1 und P2 gegenüber dem GKS. Ferner sind im LKS1 und im LKS2 die Schwerpunktlagen S_{L1} und S_{L2} für den Link 1 und den Link 2 mit den festen Parametern x_{SL1rel} und y_{SL1rel} bzw. x_{SL2rel} und y_{SL2rel} definiert.

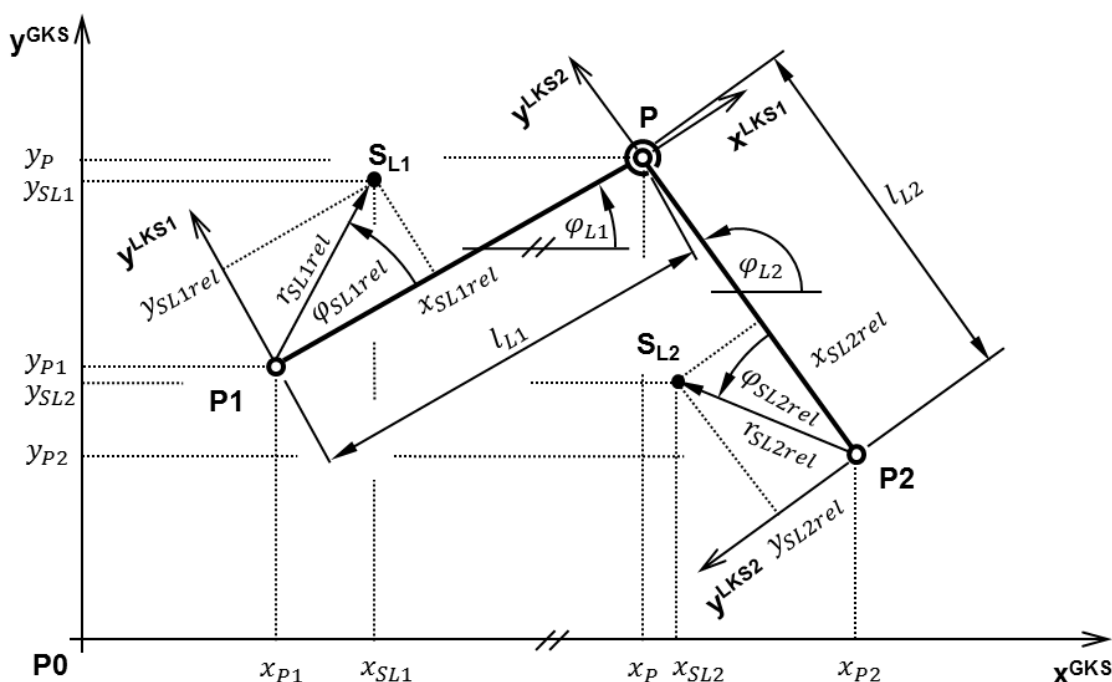


Bild B.9: Kinematik für das Element DDD

Berechnung der Anfangslage für den Punkt P

Wie einleitend beschrieben, existieren zwei mögliche Startlösungen für die Lage von Punkt P gegenüber der Verbindungsgeraden von Punkt P1 nach Punkt P2. Zur Festlegung der vom Anwender gewünschten Anfangslage für den Punkt P wird der Startwert für die Ausrichtungen der Links φ_{L1} und φ_{L2} aus den Anfangslagen der Punkte P1 und P2 sowie den Linklängen l_{L1} und l_{L2} und dem Lageparameter K einmalig ermittelt. Die geometrische Aufgabe besteht darin, den Schnittpunkt zweier Kreise mit den Radien der jeweiligen Linklängen um die Punkte P1 und P2 zu berechnen. Die nachfolgenden Gleichungen (B.42) bis (B.50) sind der VDI 2729 entnommen und wurden zur Ermittlung der Linkausrichtungen um die Gleichungen (B.51) und (B.52)

ergänzt. Die Gleichungen (B.49) und (B.50) wurden hier zur Vollständigkeit und zum klareren Verständnis der geometrischen Zusammenhänge ergänzend aufgeführt. Sie haben für die Berechnung der Winkel φ_{L1} und φ_{L2} keine Bedeutung.

$$H_1 = x_{P2} - x_{P1} \quad (\text{B.42})$$

$$H_2 = y_{P2} - y_{P1} \quad (\text{B.43})$$

$$H_3 = H_1^2 + H_2^2 \quad (\text{B.44})$$

$$H_4 = l_1^2 - l_2^2 + H_3 \quad (\text{B.45})$$

$$H_5 = K \sqrt{4H_3 l_1^2 - H_4^2} \quad (\text{B.46})$$

$$H_6 = \frac{H_1 H_4 - H_2 H_5}{2H_3} \quad (\text{B.47})$$

$$H_7 = \frac{H_2 H_4 + H_1 H_5}{2H_3} \quad (\text{B.48})$$

$$x_P = x_{P1} + H_6 \quad (\text{B.49})$$

$$y_P = y_{P1} + H_7 \quad (\text{B.50})$$

$$\varphi_{L1} = \text{atan2}(H_7, H_6) \quad (\text{B.51})$$

$$\varphi_{L2} = \text{atan2}(H_7 - H_2, H_6 - H_1) \quad (\text{B.52})$$

Berechnung der Bewegungsgrößen für das Bauteil Link 1

Die Lage von Punkt P ergibt sich am Bauteil Link 1 aus der Lage von Punkt P1, der Linklänge l_{L1} und der Ausrichtung des Links φ_L nach den

Gleichungen (B.53) und (B.54). Die zugehörige Geschwindigkeit und deren Beschleunigung sind den Gleichungen (B.55) bis (B.58) zu entnehmen.

$$x_P = x_{P1} + l_{L1} \cos \varphi_{L1} \quad (\text{B.53})$$

$$y_P = y_{P1} + l_{L1} \sin \varphi_{L1} \quad (\text{B.54})$$

$$\dot{x}_P = \dot{x}_{P1} - \dot{\varphi}_{L1} l_{L1} \sin \varphi_{L1} \quad (\text{B.55})$$

$$\dot{y}_P = \dot{y}_{P1} + \dot{\varphi}_{L1} l_{L1} \cos \varphi_{L1} \quad (\text{B.56})$$

$$\ddot{x}_P = \ddot{x}_{P1} - \dot{\varphi}_{L1}^2 l_{L1} \cos \varphi_{L1} - \ddot{\varphi}_{L1} l_{L1} \sin \varphi_{L1} \quad (\text{B.57})$$

$$\ddot{y}_P = \ddot{y}_{P1} - \dot{\varphi}_{L1}^2 l_{L1} \sin \varphi_{L1} + \ddot{\varphi}_{L1} l_{L1} \cos \varphi_{L1} \quad (\text{B.58})$$

Berechnung der Bewegungsgrößen für das Bauteil Link 2

Zur Berechnung der Kinematik von Link 1 gelten analog für den Link 2 die Berechnungsgleichungen (B.59) bis (B.64).

$$x_P = x_{P2} + l_{L2} \cos \varphi_{L2} \quad (\text{B.59})$$

$$y_P = y_{P2} + l_{L2} \sin \varphi_{L2} \quad (\text{B.60})$$

$$\dot{x}_P = \dot{x}_{P2} - \dot{\varphi}_{L2} l_{L2} \sin \varphi_{L2} \quad (\text{B.61})$$

$$\dot{y}_P = \dot{y}_{P2} + \dot{\varphi}_{L2} l_{L2} \cos \varphi_{L2} \quad (\text{B.62})$$

$$\ddot{x}_P = \ddot{x}_{P2} - \dot{\varphi}_{L2}^2 l_{L2} \cos \varphi_{L2} - \ddot{\varphi}_{L2} l_{L2} \sin \varphi_{L2} \quad (\text{B.63})$$

$$\ddot{y}_P = \ddot{y}_{P2} - \dot{\varphi}_{L2}^2 l_{L2} \sin \varphi_{L2} + \ddot{\varphi}_{L2} l_{L2} \cos \varphi_{L2} \quad (\text{B.64})$$

Berechnung der Kräfte für das Bauteil Link 1

Im Bild B.10 sind die Kräfteverhältnisse für das massebehaftete Bauteil Link 1 dargestellt. An den Drehgelenken der Punkte P1 und P2 sind die Gelenkkräfte $F_{x_{P1}}$ und $F_{y_{P1}}$ sowie F_{x_P} und F_{y_P} zu finden. Zusätzlich ist im Punkt P1 ein Anschluss zur Kopplung an die Ebene des Link 1 vorhanden. Die zugeordneten Kräftekomponenten sind $F_{x_{2D3}}$ und $F_{y_{2D3}}$ sowie das Moment T_{2D3} . Des Weiteren wirken im Massenschwerpunkt die Trägheitskräfte $F_{ax_{L1}} + m_{L1}g_x$ und $F_{ay_{L1}} + m_{L1}g_y$ sowie das Moment der Massenträgheit $T_{a_{L1}}$. Die Berechnungen der Trägheitskräfte sind im Anhang A.3 näher beschrieben.

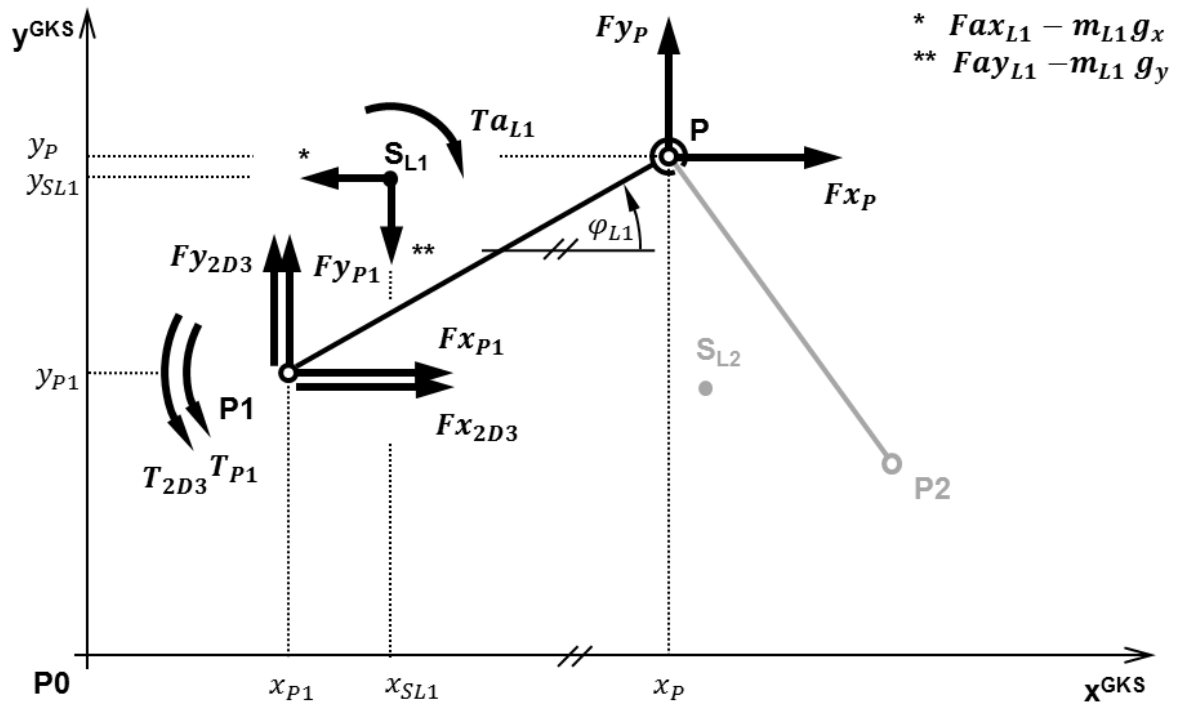


Bild B.10: Kräfte am Bauteil Link 1 für das Element DDD

Die Gleichungen (B.65) und (B.66) bilanzieren die zuvor benannten Kräfte in x- und y-Richtung, und in Gleichung (B.67) erfolgt die Aufstellung des Momentengleichgewichts um den Punkt P1.

$$0 = F_{x_P} + F_{x_{2D3}} - (F_{ax_{L1}} - m_{L1}g_x) \quad (\text{B.65})$$

$$0 = F_{y_P} + F_{y_{2D3}} - (F_{ay_{L1}} - m_{L1}g_y) \quad (\text{B.66})$$

$$\begin{aligned}
0 &= +(Fax_{L1} - m_{L1}g_x)(y_{SL1} - y_{P1}) \\
&\quad - (Fay_{L1} - m_{L1}g_y)(x_{SL1} - x_{P1}) + Ta_{L1} \\
&\quad - Fx_P(y_P - y_{P1}) - Fy_P(x_P - x_{P1}) + T_{2D3}
\end{aligned} \tag{B.67}$$

Berechnung der Kräfte für das Bauteil Link 2

Wie für den Link 1 werden im Bild B.11 die Kräfte für den Link 2 in gleicher Weise dargestellt.

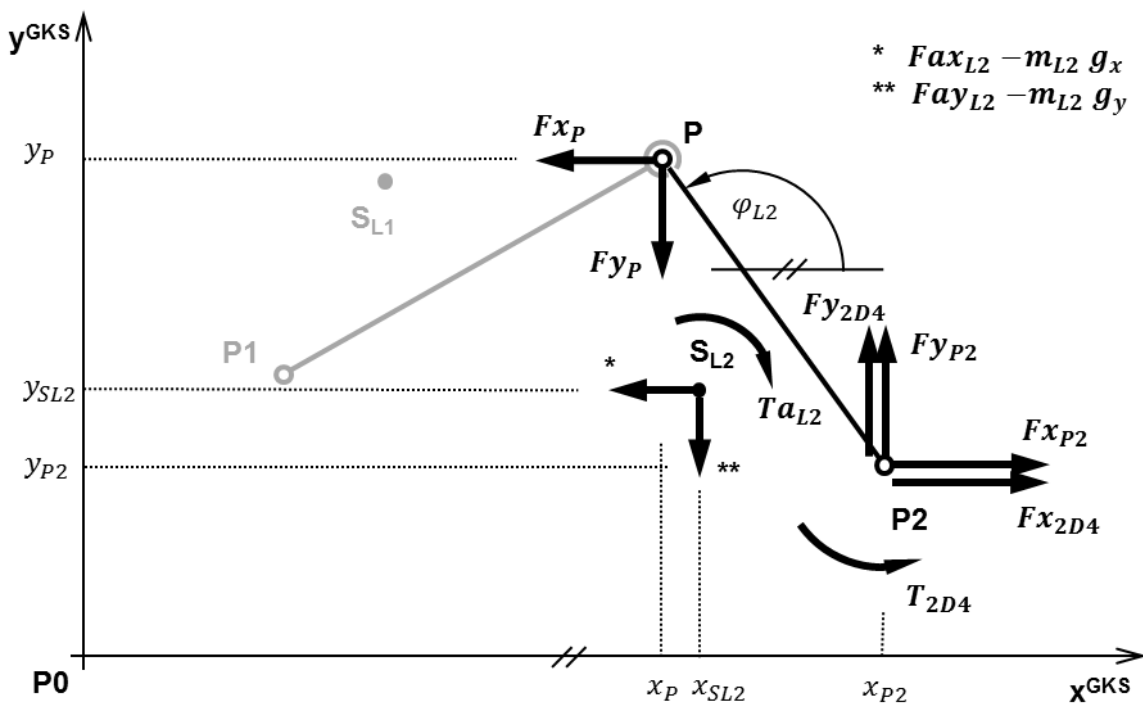


Bild B.11: Kräfte am Bauteil Link 2 für das Element DDD

Mit den Gleichungen (B.68) und (B.69) werden die Kräfte in x- und y-Richtung aufgestellt, und in der Gleichung (B.69) wird das Momentengleichgewicht um den Gelenkpunkt P2 gebildet. Der Unterschied zum Link 1 besteht in einem zusätzlichen rotatorischen Anschluss ctrR2 im Punkt P2.

$$0 = (-Fx_P) + Fx_{P2} - (Fax_{L2} - m_{L2} g_x) + Fx_{2D4} \tag{B.68}$$

$$0 = (-Fy_P) + Fy_{P2} - (Fay_{L2} - m_{L2} g_y) + Fy_{2D4} \tag{B.69}$$

$$\begin{aligned}
0 = & +(Fax_{L2} - m_{L2}g_x)(y_{SL2} - y_{P1}) \\
& -(Fay_{L1} - m_{L2}g_y)(x_{SL2} - x_{P2}) + Ta_{L2} \\
& -(-Fx_P)(y_P - y_{P2}) + (-Fy_P)(x_P - x_{P2}) + T_{2D4} + T_{R2}
\end{aligned} \tag{B.70}$$

Übergaben der inneren Variablen auf die Anschlüsse

In der Tabelle B.12 sind die Übergabevariablen zwischen den Anschlüssen und den inneren Variablen zusammengefasst. Bei Nichtbelegung der Anschlüsse ctr2D3 und ctr2D4 werden deren Kräfte zu null gesetzt.

Tabelle B.12: Übergaben zwischen Anschluss und innerer Variable für das Element DDD

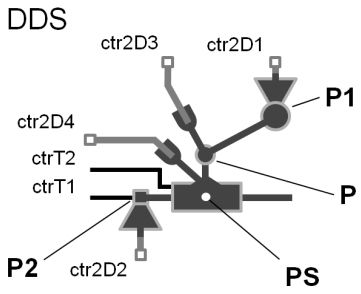
Anschluss	Weg/Winkel	Geschwindigkeit	Beschleunigung	Kraft/Moment
ctr2D1	.x = x_{P1} .y = y_{P1}	.vx = $\dot{x}_{P1}$.vy = $\dot{y}_{P1}$	.ax = $\ddot{x}_{P1}$.ay = $\ddot{y}_{P1}$	.Fx = Fx_{P1} .Fy = Fy_{P1} .T = 0
ctr2D2	.x = x_{P2} .y = y_{P2} .phi = φ_{P2}	.vx = $\dot{x}_{P2}$.vy = $\dot{y}_{P2}$.om = $\dot{\varphi}_{P2}$	.ax = $\ddot{x}_{P2}$.ay = $\ddot{y}_{P2}$.alp = $\ddot{\varphi}_{P2}$	.Fx = Fx_{P2} .Fy = Fy_{P2} .T = T_{P2}
ctr2D3	.x = x_{P1} .y = y_{P1} .phi = φ_{L1}	.vx = $\dot{x}_{P1}$.vy = $\dot{y}_{P1}$.om = $\dot{\varphi}_{L1}$	.ax = $\ddot{x}_{P1}$.ay = $\ddot{y}_{P1}$.alp = $\ddot{\varphi}_{L1}$	.Fx = Fx_{2D3} .Fy = Fy_{2D3} .T = T_{2D3}
ctr2D4	.x = x_{P2} .y = y_{P2} .phi = φ_{L2}	.vx = $\dot{x}_{P2}$.vy = $\dot{y}_{P2}$.om = $\dot{\varphi}_{L2}$	.ax = $\ddot{x}_{P2}$.ay = $\ddot{y}_{P2}$.alp = $\ddot{\varphi}_{L2}$	.Fx = Fx_{2D4} .Fy = Fy_{2D4} .T = T_{2D4}
ctrR1	.phi = φ_L	.om = $\dot{\varphi}_L$	.alp = $\ddot{\varphi}_L$	.T = T_{R1}
ctrR2	.phi = φ_{L2}	.om = $\dot{\varphi}_{L2}$	.alp = $\ddot{\varphi}_{L2}$	.T = T_{R2}

B.5 Zweischlag mit Schubgelenk als Anschluss (DDS)

Das Element DDS verkörpert einen Zweischlag mit zwei Drehgelenken und einem Schubgelenk als Anschluss. Die massebehafteten Bauteile Link und Schieber sind durch ein Drehgelenk miteinander verbunden. Der Schieber wird durch ein Schubgelenk auf einer massefreien Führung geführt. Berechnet wird der Kopplungspunkt P, welcher durch den konstanten Abstand l_L von Punkt P1 und den konstanten Versatz v , bezogen auf die Schubachse, bestimmt ist. Das Vorzeichen von v ergibt sich durch die Ausrichtung der y-Achse des Führungs-Koordinatensystems. Eine der zwei möglichen Lösungen für die Zusammenbauage des Zweischlags auf der Führungsachse wird durch den Lageparameter K ausgewählt. Es ist $K = +1$ zu wählen, wenn der Punkt P bezüglich des Lotes von P1 auf die Schubachse auf der Seite liegt, nach der die positive x-Achse des Führungs-Koordinatensystems zeigt.

In der Tabelle B.13 sind das Symbol mit den kinematischen Punkten P1, P2, P und PS sowie die zugehörigen Anschlussbezeichnungen für das Element DDS dargestellt.

Tabelle B.13: Symbol und Anschlussbelegung für das Element DDS

Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss am Gehäuse im Punkt P1
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss an der Führung im Punkt P1
	ctr2D3	Mechanischer 2D-Anschluss am Link im Punkt P1
	ctr2D4	Mechanischer 2D-Anschluss am Schieber im Punkt PS
	ctrT1	Mechanischer translatorischer Anschluss zur Aufprägung einer tangentialen Abstützkraft an der Führung
	ctrT2	Mechanischer translatorischer Anschluss zur Aufprägung einer tangentialen Kraft am Schieber

In der Tabelle B.14 sind die Lage- und Massenparameter für das Element DDS zusammengefasst.

Tabelle B.14: Parameter für das Element DDS

Kategorie	Kommentar	Parameter	Bemerkung/Standardwert
Lage-parameter:	Länge Link	l_L	= 1 m
	Schieberversatz	v	= 0,1 m
Montagelage	Lageparameter für Punkt P (Startwert)	K	zur Auswahl: $K = +1, K = -1$
Lage des Schwerpunkts Link im LKS	x-Lage im LKS	x_{SLrel}	= $l_L/2$, im körperfesten LKS
	y-Lage im LKS	y_{SLrel}	= 0, im körperfesten LKS
Lage des Schwerpunkts Schieber im SKS	x-Lage im SKS	x_{SSrel}	= 0, im körperfesten SKS
	y-Lage im SKS	y_{SSrel}	= 0, im körperfesten SKS
Massen-parameter: Masse und Trägheit des Link	Masse des Link	m_L	= 1 kg
	Drehträgheit des Link	J_L	= 0,1 kgm ²
Masse und Trägheit des Schiebers	Masse des Schiebers	m_S	= 1 kg
	Drehträgheit des Schiebers	J_S	= 0,1 kgm ²
Gravitation	Gravitationsbeschleunigung in x-Richtung	g_x	= 0 $\frac{m}{s^2}$
	Gravitationsbeschleunigung in y-Richtung	g_y	= -9,81 $\frac{m}{s^2}$

Koordinatensysteme für das Element DDS

Im Bild B.12, S. 220 sind die verwendeten Bewegungsgrößen und die Koordinatensysteme zur Beschreibung des Elements DDS abgebildet. Das

globale Koordinatensystem (GKS) ist das Bezugssystem für alle Punkte und der nachfolgend beschriebenen Koordinatensysteme. Das Führungs-Koordinatensystem (UKS) liegt mit seinem Ursprung im Punkt P1 und erhält seine Ausrichtung vom Vorgängerelement über den mechanischen 2D-Anschluss ctr2D2. Im UKS wird der Schieberweg x_G entlang der positiven x-Achsenrichtung gemessen. Der auf der Führung bewegliche Schieber ist durch das Schieber-Koordinatensystem (SKS) mit dem Ursprung im Lotfußpunkt PS gekennzeichnet. Seine Ausrichtung folgt dem UKS. Das SKS definiert weiterhin die Schieberschwerpunktlage S_S mit den konstanten Parametern x_{SSrel} und y_{SSrel} sowie dem konstanten Versatz v_S zwischen dem Lotfußpunkt PS und dem Punkt P. Das vierte Koordinatensystem ist das Link-Koordinatensystem (LKS) mit dem Ursprung im Punkt P und der x-Achsenausrichtung in Richtung des Anschlusspunkts P1. Die Ausrichtung des Bauteils Link wird gegenüber dem GKS mit dem Winkel φ_L bezeichnet. Im LKS ist die Schwerpunktlage S_L für den Link mit den konstanten Parametern x_{SLrel} und y_{SLrel} angegeben.

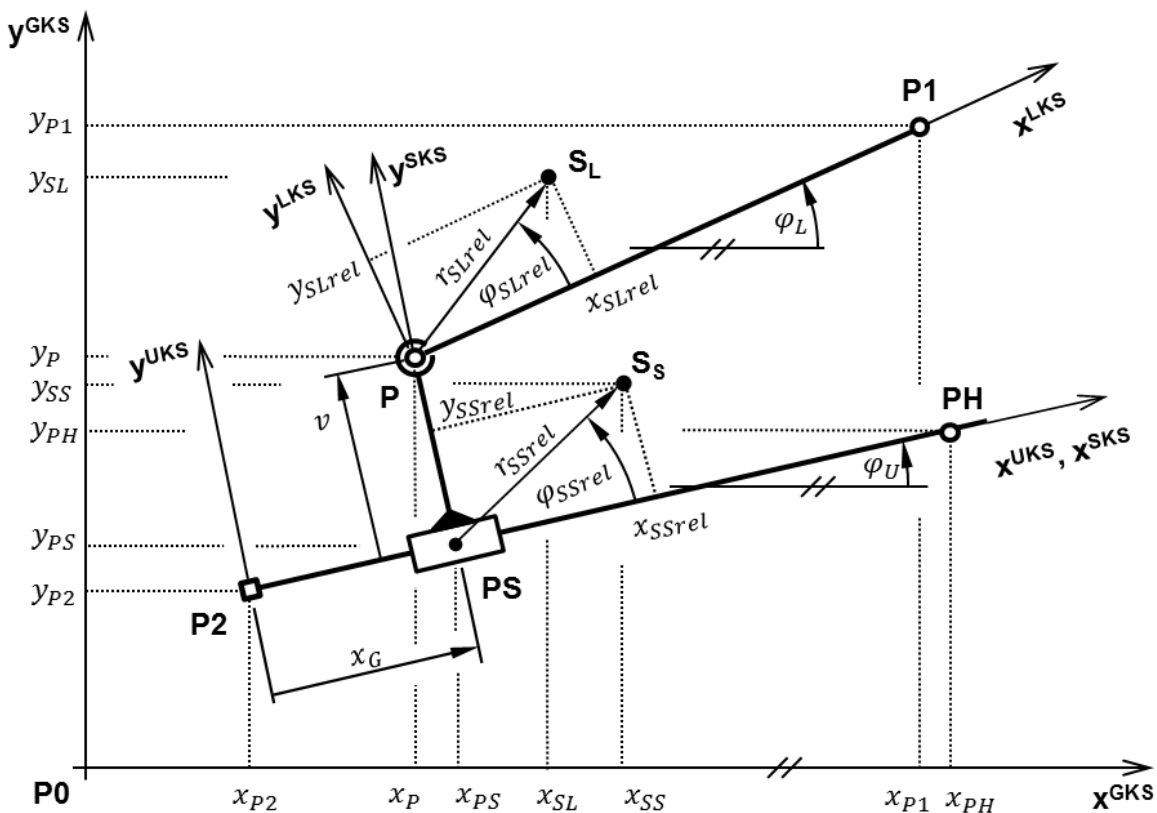


Bild B.12: Kinematik für das Element DDS

Berechnung der Anfangslage von Punkt P

Zur Berechnung der Anfangslage für den Ort von Punkt P werden nachfolgend die Gleichungssätze der VDI 2729 verwendet. Um diese berechnen zu können, wird zuvor ein Hilfspunkt PH mit einem Abstand von 1 m auf der x-Achse des UKS ausgehend vom Punkt P2 eingeführt.

$$x_{PH} = x_{P2} + \cos \varphi_U \quad (\text{B.71})$$

$$y_{PH} = y_{P2} + \sin \varphi_U \quad (\text{B.72})$$

Der Gleichungssatz (B.73) bis (B.85) berechnet aus der Lage der Punkte P1, P2 und P3 sowie der Linklänge l_L , dem Versatz v und dem Lageparameter K die Lage des Punktes P0, der als Zwischenergebnis für die Bestimmung von φ_{l0} gilt und ortsgleich mit dem Punkt P ist.

$$H_1 = x_{PH} - x_{P2} \quad (\text{B.73})$$

$$H_2 = y_{PH} - y_{P2} \quad (\text{B.74})$$

$$H_3 = H_1^2 + H_2^2 \quad (\text{B.75})$$

$$H_4 = \frac{H_1}{\sqrt{H_3}} \quad (\text{B.76})$$

$$H_5 = \frac{H_2}{\sqrt{H_3}} \quad (\text{B.77})$$

$$H_6 = x_{P2} - x_{P1} \quad (\text{B.78})$$

$$H_7 = y_{P2} - y_{P1} \quad (\text{B.79})$$

$$H_8 = H_4 H_7 - H_5 H_6 + v \quad (\text{B.80})$$

$$H_9 = H_6^2 + H_7^2 + v^2 - l_L^2 + 2v(H_8 - v) \quad (\text{B.81})$$

$$H_{10} = H_4 H_6 + H_5 H_7 \quad (\text{B.82})$$

$$H_{11} = K \sqrt{H_{10}^2 - H_9 - H_{10}} \quad (\text{B.83})$$

$$x_{P0} = x_{P2} + H_4 H_{11} - H_5 v \quad (\text{B.84})$$

$$y_{P0} = y_{P2} + H_5 H_{11} + H_4 v \quad (\text{B.85})$$

Im Anschluss wird die Anfangsausrichtung φ_{L0} für den Link aus dem Anstieg von P0 in Richtung P1 gegenüber dem GKS mit der Gleichung (B.86) ermittelt. Das Ergebnis der Anfangsausrichtung wird zum Simulationsbeginn auf den Lagewinkel φ_L angewandt.

$$\varphi_{L0} = \text{atan2}(y_{P1} - y_{P0}, x_{P1} - x_{P0}) \quad (\text{B.86})$$

Berechnung der Bewegungsgrößen von Punkt P auf dem Link

Der Punkt P wird vom Anschlusspunkt P1 im Abstand der Linklänge l_L und der Ausrichtung von φ_L mit den Gleichungen (B.87) und (B.88) berechnet. Seine zugehörige Geschwindigkeit und Beschleunigung folgt aus den Gleichungen (B.89) bis (B.92).

$$x_P = x_{P1} - l_L \cos \varphi_L \quad (\text{B.87})$$

$$y_P = y_{P1} - l_L \sin \varphi_L \quad (\text{B.88})$$

$$\dot{x}_P = \dot{x}_{P1} + l_L \dot{\varphi}_L \sin \varphi_L \quad (\text{B.89})$$

$$\dot{y}_P = \dot{y}_{P1} - l_L \dot{\varphi}_L \cos \varphi_L \quad (\text{B.90})$$

$$\ddot{x}_P = \ddot{x}_{P1} + \dot{\omega}_L^2 l_L \cos \varphi_L + \ddot{\varphi}_L l_L \sin \varphi_L \quad (\text{B.91})$$

$$\ddot{y}_P = \ddot{y}_{P1} - \dot{\varphi}_L^2 l_L \sin \varphi_L - \ddot{\varphi}_L l_L \cos \varphi_L \quad (\text{B.92})$$

Lage von Punkt P auf dem Schieber

Der Punkt P auf dem Schieber liegt auf einer Senkrechten zur Schubgeraden, die durch den Lotfußpunkt PS verläuft und einen Versatz von v besitzt (Gleichungen (B.93) und (B.94)). Die Geschwindigkeit und Beschleunigung folgt aus den analytischen Zeitableitungen nach den Gleichungen (B.95) bis (B.98).

$$x_P = x_{PS} - v \sin \varphi_S \quad (\text{B.93})$$

$$y_P = y_{PS} + v \cos \varphi_S \quad (\text{B.94})$$

$$\dot{x}_P = \dot{x}_{PS} - v \dot{\varphi}_S \cos \varphi_S \quad (\text{B.95})$$

$$\dot{y}_P = \dot{y}_{PS} - v \dot{\varphi}_S \sin \varphi_S \quad (\text{B.96})$$

$$\ddot{x}_P = \ddot{x}_{PS} + \dot{\varphi}_S^2 v \sin \varphi_S - \ddot{\varphi}_S v \cos \varphi_S \quad (\text{B.97})$$

$$\ddot{y}_P = \ddot{y}_{PS} - \dot{\varphi}_S^2 v \cos \varphi_S - \ddot{\varphi}_S v \sin \varphi_S \quad (\text{B.98})$$

Lage des Lotfußpunkts PS auf dem Schieber

Der Lotfußpunkt seinerseits wird ausgehend vom Anschlusspunkt P2 mit dem Schubweg x_G und der Ausrichtung der Führung φ_U durch die Gleichungen (B.99) und (B.100) ermittelt. Die Gleichungen (B.101) bis (B.104) berechnen die zugehörige Geschwindigkeit und Beschleunigung.

$$x_{PS} = x_{P2} - x_G \cos \varphi_U \quad (\text{B.99})$$

$$y_{PS} = y_{P2} + x_G \sin \varphi_U \quad (\text{B.100})$$

$$\dot{x}_{PS} = \dot{x}_{P2} - \dot{x}_G \cos \varphi_U - x_G \dot{\varphi}_U \sin \varphi_U \quad (\text{B.101})$$

$$\dot{y}_{PS} = \dot{y}_{P2} + \dot{x}_G \sin \varphi_U + x_G \dot{\varphi}_U \cos \varphi_U \quad (\text{B.102})$$

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{PS} = \ddot{x}_{P2} - 2\dot{\varphi}_U \dot{x}_G \sin \varphi_U - \dot{\varphi}_U^2 x_G \cos \varphi_U + \ddot{x}_G \cos \varphi_U \\ - \ddot{\varphi}_U x_G \sin \varphi_U\end{aligned}\quad (\text{B.103})$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_{PS} = \ddot{y}_{P2} + 2\dot{\varphi}_U \dot{x}_G \cos \varphi_U - \dot{\varphi}_U^2 x_G \sin \varphi_U + \ddot{x}_G \sin \varphi_U \\ + \ddot{\varphi}_U x_G \cos \varphi_U\end{aligned}\quad (\text{B.104})$$

Die Führung und der Schieber sind durch ein Schubgelenk gekoppelt. Die Ausrichtung des Schiebers folgt direkt der Ausrichtung der Schubgeraden auf der Führung (Gleichung (B.105)). Gleiches gilt zwangsläufig für die zugehörigen Zeitableitungen in den Gleichungen (B.106) und (B.107).

$$\varphi_S = \varphi_U \quad (\text{B.105})$$

$$\dot{\varphi}_S = \dot{\varphi}_U \quad (\text{B.106})$$

$$\ddot{\varphi}_S = \ddot{\varphi}_U \quad (\text{B.107})$$

Kräfte am Bauteil Link

Im Bild B.13, S. 225 sind die Kräfte am Bauteil Link dargestellt. In den Drehgelenken der Lagerpunkte P und P1 wirken die Lagerkräfte Fx_P und Fy_P sowie die Lagerkräfte Fx_{P1} und Fy_{P1} . Des Weiteren greifen im Schwerpunkt die Trägheitskräfte $Fax_L - m_L g_x$ und $Fay_L - m_L g_y$ sowie das Massenträgheitsmoment Ta_L an. Die Ebene des Link besitzt ferner einen Anschluss ctr2D3 mit den Kräften Fx_{2D3} und Fy_{2D3} und dem Moment T_{2D3} , der die Bewegung fest mit einem Anschlusselement verbindet.

In den Gleichungen (B.108) und (B.109) sind die Gleichgewichtsbedingungen in x- und y-Richtung aufgestellt. Das zugehörige Momentengleichgewicht um den Punkt P ist der Gleichung (B.110) zu entnehmen.

$$0 = Fx_P + Fx_{P1} - (Fax_L - m_L g_x) + Fx_{2D3} \quad (\text{B.108})$$

$$0 = Fy_P + Fy_{P1} - (Fay_L - m_L g_y) + Fy_{2D3} \quad (\text{B.109})$$

$$\begin{aligned}
0 = & -Fx_{P1}(y_{P1} - y_P) + Fy_{P1}(x_{P1} - x_P) \\
& + (Fax_L - m_L g_x)(y_{SL} - y_P) - (Fay_L - m_L g_y)(x_{SL} - x_P) \\
& - Ta_L + T_{2D3}
\end{aligned} \quad (B.110)$$

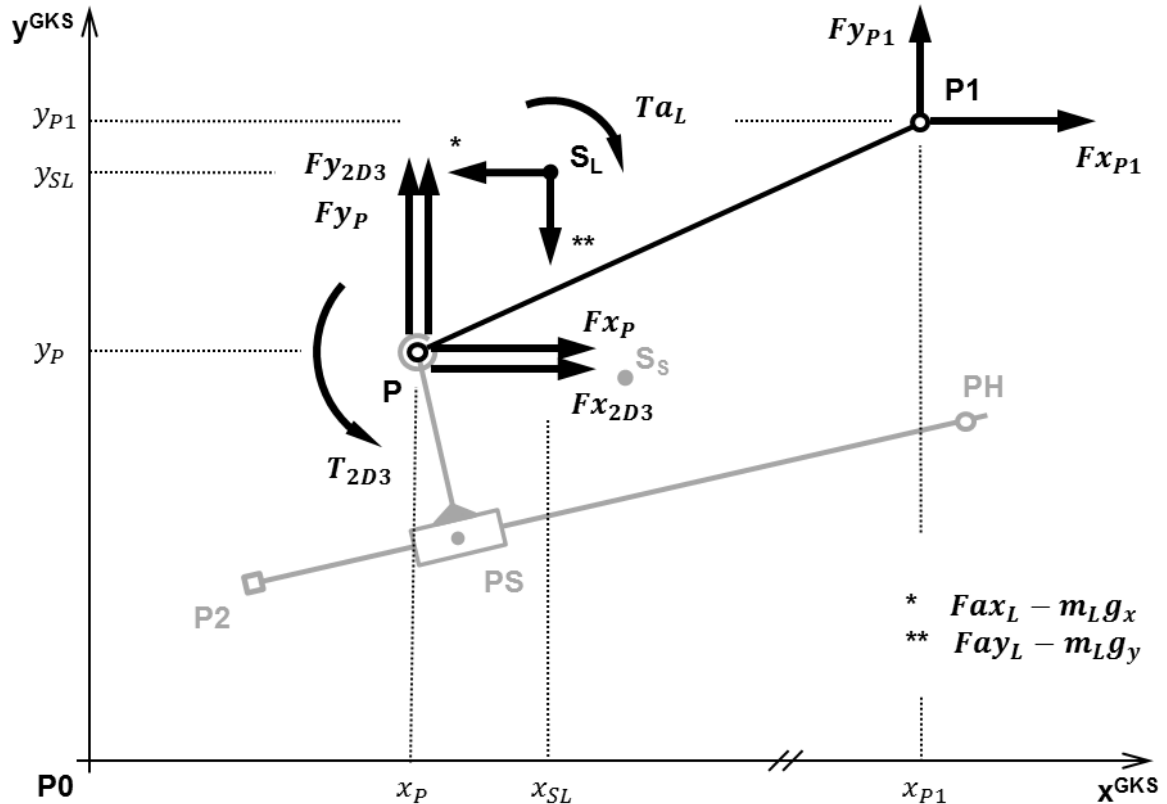


Bild B.13: Kräfte am Bauteil Link für das Element DDS

Für das Bauteil Schieber sind die einwirkenden Kräfte im Bild B.14, S. 226 dargestellt. Im Lagerpunkt P des Drehgelenks sind die Kräfte Fx_P , Fy_P und im Lotfußpunkt PS die Kräfte Fx_{PS} , Fy_{PS} sowie das Moment T_{PS} zu finden. Weiterhin ist im Lotfußpunkt PS eine starre Verbindung mit einem Nachbarelement an die Schieberebene über den Anschluss ctr2D4 mit den Kräftekomponenten Fx_{2D4} und Fy_{2D4} sowie dem Moment T_{PS} möglich. Die Trägheitskräfte $Fax_S - m_S g_x$ und $Fay_S - m_S g_y$ sowie das Trägheitsmoment Ta_S wirken im Schieberschwerpunkt S_S .

Abschließend erfolgt die Betrachtung der Kräftekopplung zwischen dem Schieber und der Führung anhand von Bild B.16, S. 228. Die dargestellten Kräftevektoren wirken in ihrem Richtungssinn auf den Schieber.

Die Normalkraft- und die Tangentialkraftanteile F_n und F_{t_S} folgen aus den Lagerkraftkomponenten $F_{x_{PS}}$ und $F_{y_{PS}}$ an der mit dem Winkel φ_U geneigten Schubgeraden. Die Tangentialkraft kann über den translatorischen Anschluss ctrT2 auf den Schieber aufgeprägt werden.

Die dargestellten Kräftekopplungen entsprechen einer Drehtransformation vom GKS in das SKS. Sie sind in den Gleichungen (B.117) und (B.118) aufgestellt.

$$F_n = -F_{x_{PS}} \sin \varphi_U + F_{y_{PS}} \cos \varphi_U \quad (\text{B.117})$$

$$F_{t_S} = F_{x_{PS}} \cos \varphi_U + F_{y_{PS}} \sin \varphi_U \quad (\text{B.118})$$

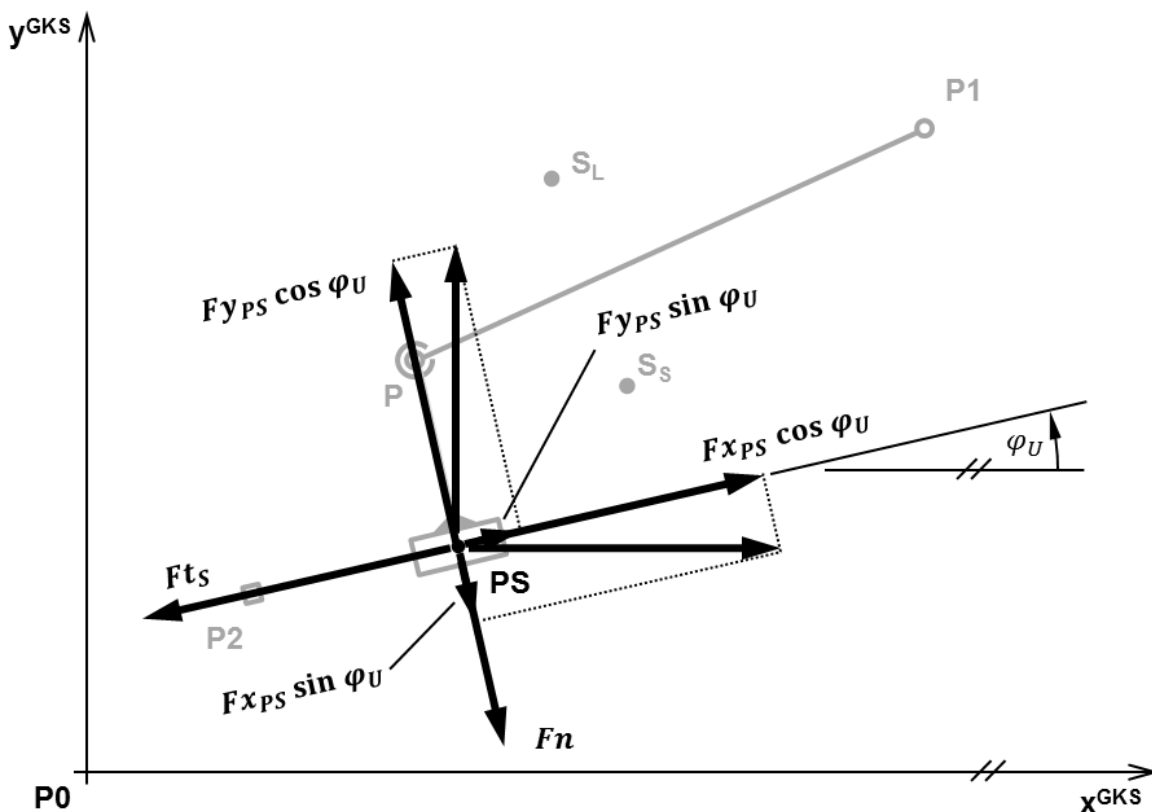


Bild B.16: Kräftezerlegungen am Schubgelenk für das Element DDS

Übergaben der inneren Variablen auf die Anschlüsse

In der Tabelle B.15 sind die Übergaben der inneren Variablen an die Variablen der Anschlüsse zusammengefasst. Ist der Anschluss ctrT2 nicht belegt, so werden für diesen Anschluss die Übergaben der Kinematik nicht ausgeführt und die zugehörigen Kräfte bzw. Momente zu null gesetzt.

Tabelle B.15: Übergaben zwischen Anschluss und innerer Variable für das Element DDS

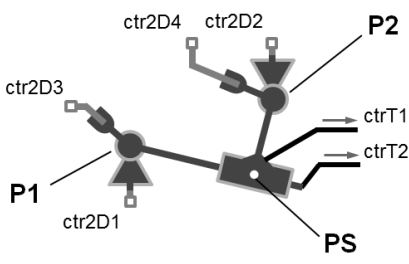
Anschluss	Weg/Winkel	Geschwindigkeit	Beschleunigung	Kraft/Moment
ctr2D1	$.x = x_{P1}$ $.y = y_{P1}$	$.vx = \dot{x}_{P1}$ $.vy = \dot{y}_{P1}$	$.ax = \ddot{x}_{P1}$ $.ay = \ddot{y}_{P1}$	$.Fx = Fx_{P1}$ $.Fy = Fy_{P1}$ $.T = 0$
ctr2D2	$.x = x_{P2}$ $.y = y_{P2}$ $.phi = \varphi_U$	$.vx = \dot{x}_{P2}$ $.vy = \dot{y}_{P2}$ $.om = \dot{\varphi}_U$	$.ax = \ddot{x}_{P2}$ $.ay = \ddot{y}_{P2}$ $.alp = \ddot{\varphi}_U$	$.Fx = Fx_{P2}$ $.Fy = Fy_{P2}$ $.T = T_{P2}$
ctrT1	$.x = 0$	$.v = 0$	$.a = 0$	$.F = Ft_U$
ctrT2	$.x = x_S$	$.v = \dot{x}_G$	$.a = \ddot{x}_G$	$.F = Ft_S$

B.6 Zweischlag mit Schubgelenk als Kopplung (DSD)

Das Element DSD verkörpert einen Zweischlag mit einem Schubgelenk als Kopplung und zwei Drehgelenken als Anschluss. Die massebehafteten Bauteile Führung und Schieber sind durch ein Schubgelenk verbunden und jeweils mit einem Drehgelenk in den Anschlusspunkten P1 und P2 verbunden. Berechnet wird der Lotfußpunkt PS auf dem Schieber, welcher durch die konstante Versetzung v des Punktes P2 senkrecht zur Schubgeraden bestimmt ist. Für die Lage der Anschlusspunkte P1 und P2 gilt, dass deren Abstand größer sein muss als der Betrag der Versetzung v .

In der Tabelle B.16 sind für das Element DSD das Symbol mit den kinematischen Punkten P1, P2 und PS sowie die zugeordneten Anschlussbezeichnungen aufgestellt.

Tabelle B.16: Symbol und Anschlussbelegung für das Element DSD

Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss am Lagergehäuse im Punkt P1
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss am Lagergehäuse im Punkt P2
	ctr2D3	Mechanischer 2D-Anschluss an der Führung im Punkt P1
	ctr2D4	Mechanischer 2D-Anschluss am Link im Punkt P2
	ctrT1	Mechanischer translatorischer Anschluss zur Aufprägung einer tangentialen Kraft am Schieber
	ctrT2	Mechanischer translatorischer Anschluss zur Aufprägung einer tangentialen Kraft an der Führung

Die Lage- und Massenparameter für das Element DSD sind in der Tabelle B.17, S. 231 übersichtlich zusammengefasst.

Tabelle B.17: Parameter für das Element DSD

Kategorie	Kommentar	Parameter	Bemerkung/Standardwert
Lageparameter: Glieder- abmessungen	Versatz (Offset)	v	= 0,1 m
Lage des Schwerpunkts Führung im UKS	x-Lage im UKS	x_{SUrel}	= 0, im körperfesten UKS
	y-Lage im UKS	y_{SUrel}	= 0, im körperfesten UKS
Lage des Schwerpunkts Schieber im SKS	x-Lage im SKS	x_{SSrel}	= 0, im körperfesten SKS
	y-Lage im SKS	y_{SSrel}	= 0, im körperfesten SKS
Massen- parameter: Masse und Trägheit der Führung	Masse der Führung	m_U	= 1 kg
	Drehträgheit der Führung	J_U	= 0,1 kgm ²
Masse und Trägheit des Schiebers	Masse des Schiebers	m_S	= 1 kg
	Drehträgheit des Schiebers	J_S	= 0,1 kgm ²
Gravitation	Gravitationsbeschleunigung in x-Richtung	g_x	= 0 $\frac{m}{s^2}$
	Gravitationsbeschleunigung in y-Richtung	g_y	= -9,81 $\frac{m}{s^2}$

Koordinatensysteme für das Element DSD

Im Element DSD werden zur Beschreibung der Bewegungsgrößen drei Koordinatensysteme verwendet. Im Bild B.17, S. 232 sind das globale Koordinatensystem (GKS), das Führungs-Koordinatensystem (UKS) mit dem Ursprung im Punkt P1 und das Schieber-Koordinatensystem (SKS) mit dem Ursprung im Lotfußpunkt PS dargestellt. Das GKS ist das Bezugssystem für den Ursprung und für die Ausrichtung der Koordinatensysteme UKS und SKS. Gegenüber dem UKS ist die Schwerpunktlage S_U der Führung mit den konstanten Koordinaten x_{SUrel}

und y_{SUrel} sowie der zugeordneten Massenparameter definiert. Gleiches gilt für die Schwerpunktlage S_S und die Massenparameter des Schiebers. Die Schwerpunktlage S_S ist mit den Parametern x_{SSrel} und y_{SSrel} im SKS und mit der Ausrichtung der y-Achse zum Punkt P definiert.

Anfangslage für den Punkt P

Die Anfangslage vom Punkt P auf dem Bauteil der Führung wird nach VDI 2729 durch Gleichungssätze mit Hilfsgrößen entsprechend den Gleichungen (B.119) bis (B.124) berechnet. In den Gleichungen (B.123) und (B.124) ist gegenüber der VDI-Richtlinie der Abstand des Punktes P vom Bezugspunkt P1 auf konstant 1 m gesetzt. Der Punkt P dient als Zwischenergebnis für die Anfangslagenberechnung der Führungsausrichtung φ_U und der damit schubgelenkig angekoppelten Schieberausrichtung (Gleichung (B.125)).

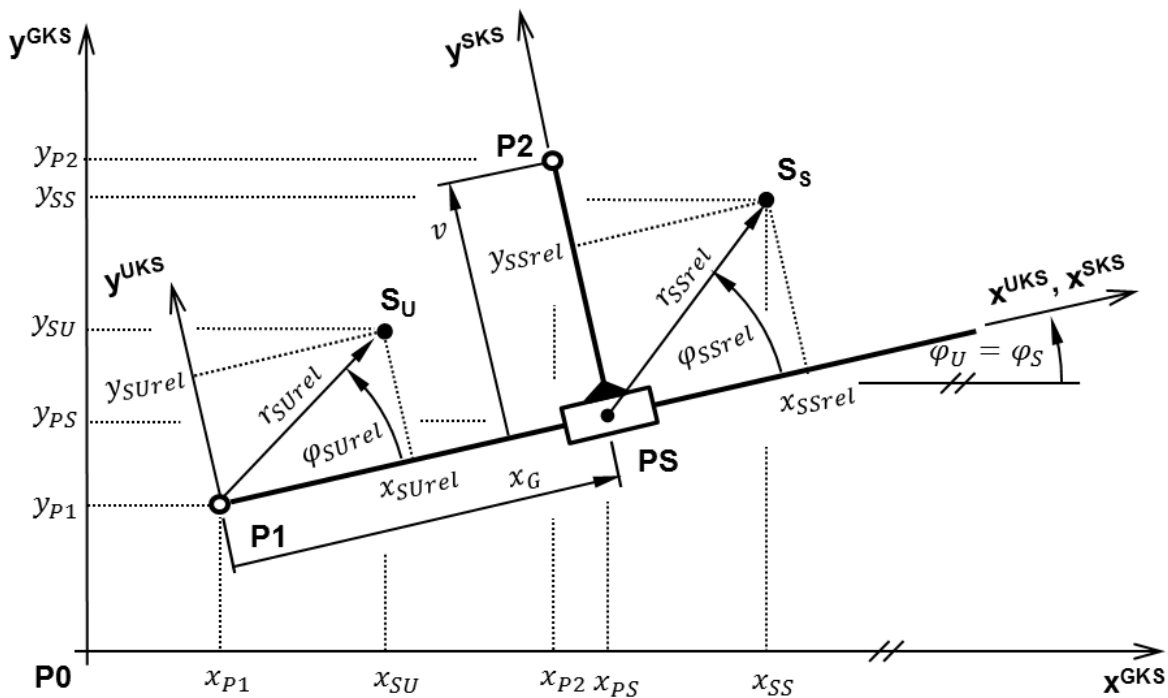


Bild B.17: Kinematik für das Element DSD

$$H_1 = x_{P2} - x_{P1} \quad (B.119)$$

$$H_2 = y_{P2} - y_{P1} \quad (B.120)$$

$$H_3 = H_1^2 + H_2^2 \quad (\text{B.121})$$

$$H_4 = \sqrt{H_3 - v^2} \quad (\text{B.122})$$

$$H_5 = \frac{(H_1 H_4 + v H_2)}{H_3} \quad (\text{B.123})$$

$$H_6 = \frac{(H_2 H_4 + v H_1)}{H_3} \quad (\text{B.124})$$

$$\varphi_U = \text{atan2}(H_6, H_5) \quad (\text{B.125})$$

Die Berechnung der Bewegungsgrößen für den Lotfußpunkt PS erfolgt ausgehend vom Punkt P1 in Richtung der Führungsgeraden mit dem Abstand des Schieberweges x_G (Gleichungen (B.126) und (B.127)). Die zugehörigen Zeitableitungen sind den Gleichungen (B.128) bis (B.131) zu entnehmen.

$$x_{PS} = x_{P1} + x_G \cos \varphi_U \quad (\text{B.126})$$

$$y_{PS} = y_{P1} + x_G \sin \varphi_U \quad (\text{B.127})$$

$$\dot{x}_{PS} = \dot{x}_{P1} + \dot{x}_G \cos \varphi_U - x_G \dot{\varphi}_U \sin \varphi_U \quad (\text{B.128})$$

$$\dot{y}_{PS} = \dot{y}_{P1} + \dot{x}_G \sin \varphi_U + x_G \dot{\varphi}_U \cos \varphi_U \quad (\text{B.129})$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{PS} = \ddot{x}_{P1} - \dot{\varphi}_U^2 x_G \cos \varphi_U - 2\dot{\varphi}_U \dot{x}_G \sin \varphi_U - \ddot{x}_G \cos \varphi_U \\ - \ddot{\varphi}_U x_G \sin \varphi_U \end{aligned} \quad (\text{B.130})$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{PS} = \ddot{y}_{P1} - \dot{\varphi}_U^2 x_G \sin \varphi_U + 2\dot{\varphi}_U \dot{x}_G \cos \varphi_U - \ddot{x}_G \sin \varphi_U \\ + \ddot{\varphi}_U x_G \cos \varphi_U \end{aligned} \quad (\text{B.131})$$

Berechnung der Bewegungsgrößen am Schieber

Die Bewegungsgrößen für den Punkt P2 auf dem Schieber werden vom Lotfußpunkt PS mit dem konstanten Versatz v (Offset) senkrecht auf der Führung beschrieben (Gleichungen (B.132) und (B.133)). Die Bestimmung der Geschwindigkeit und Beschleunigung für Punkt P2 ist den Gleichungen (B.134) bis (B.137) zu entnehmen.

$$x_{P2} = x_{PS} - v \sin \varphi_S \quad (\text{B.132})$$

$$y_{P2} = y_{PS} + v \cos \varphi_S \quad (\text{B.133})$$

$$\dot{x}_{P2} = \dot{x}_{PS} - v \dot{\varphi}_S \cos \varphi_S \quad (\text{B.134})$$

$$\dot{y}_{P2} = \dot{y}_{PS} - v \dot{\varphi}_S \sin \varphi_S \quad (\text{B.135})$$

$$\ddot{x}_{P2} = \ddot{x}_{PS} + \dot{\varphi}_S^2 v \sin \varphi_S - \ddot{\varphi}_S v \cos \varphi_S \quad (\text{B.136})$$

$$\ddot{y}_{P2} = \ddot{y}_{PS} - \dot{\varphi}_S^2 v \cos \varphi_S - \ddot{\varphi}_S v \sin \varphi_S \quad (\text{B.137})$$

Die Bewegungsgrößen um die z-Achse des Schiebers sind durch das Schubgelenk zwischen Führung und Schieber bezüglich der Ausrichtung zwangsläufig gekoppelt (Gleichungen (B.138) bis (B.140)).

$$\varphi_S = \varphi_U \quad (\text{B.138})$$

$$\dot{\varphi}_S = \dot{\varphi}_U \quad (\text{B.139})$$

$$\ddot{\varphi}_S = \ddot{\varphi}_U \quad (\text{B.140})$$

Berechnung der Kräfte

Im Bild B.18, S. 235 sind am Bauteil der Führung die Kräfte und Momente für das Element DSD dargestellt. Am Anschlusspunkt P1 sind die Lagerkräfte $F_{x_{P1}}$ und $F_{y_{P1}}$, die Anschlusskräfte der Führung $F_{x_{2D3}}$ und $F_{y_{2D3}}$ mit dem Moment T_{2D3} und die Tangentialkraft F_{t_U} wirksam. An der Führung im Punkt PS wirken die Normalkraft F_n und das Moment T_{PS} und

im Schwerpunkt S_U die Trägheitskräfte $Fax_U - m_U g_x$ und $Fay_U - m_U g_y$ mit dem Moment der Trägheit Ta_U .

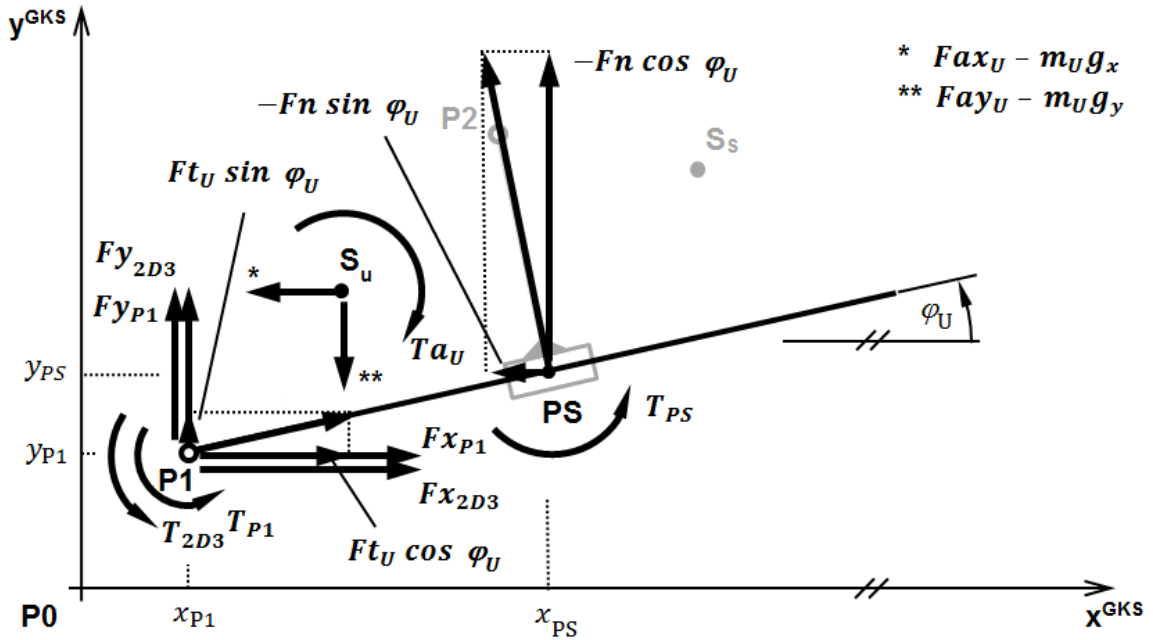


Bild B.18: Kräfte an der Führung für das Element DSD

In den Gleichungen (B.141) und (B.142) sind die Kräfteverhältnisse in x- und y-Richtung am Bauteil Führung und in der Gleichung (B.143) ist das Momentengleichgewicht um den Punkt P1 bilanziert.

$$0 = Fx_{P1} - (-Fn) \sin \varphi_U - (Fax_U - m_U g_x) + Ft_2 \cos \varphi_U + Fx_{2D3} \quad (B.141)$$

$$0 = Fy_{P1} - (-Fn) \cos \varphi_U - (Fay_U - m_U g_y) + Ft_2 \sin \varphi_U + Fy_{2D3} \quad (B.142)$$

$$\begin{aligned} 0 = & (-Fn) \sin \varphi_U (y_{PS} - y_{P1}) + (-Fn) \cos \varphi_U (x_{PS} - x_{P1}) \\ & + (Fax_U - m_U g_x)(y_{SU} - y_{P1}) \\ & - (Fay_U - m_U g_y)(x_{SU} - x_{P1}) \\ & - Ta_U + (-T_{PS}) + T_{2D3} \end{aligned} \quad (B.143)$$

Kräfte am Bauteil Schieber

Für das im Bild B.19 hervorgehobene Bauteil Schieber agieren im Punkt PS die Kräfte $F_{x_{PS}}$ und $F_{y_{PS}}$ sowie das Moment T_{PS} . Im Anschlusspunkt P2 sind die Lagerkräfte $F_{x_{P2}}$ und $F_{y_{P2}}$ sowie die über den Anschluss ctr2D2 auf die Schieberebene wirkenden Kräfte $F_{x_{2D4}}$ und $F_{y_{2D4}}$ mit dem Moment T_{2D4} wirksam. Ferner sind im Schwerpunkt S_S die Trägheitskräfte $Fax_S - m_S g_x$ und $Fay_S - m_S g_y$ sowie das Moment der Trägheit Ta_S angetragen.

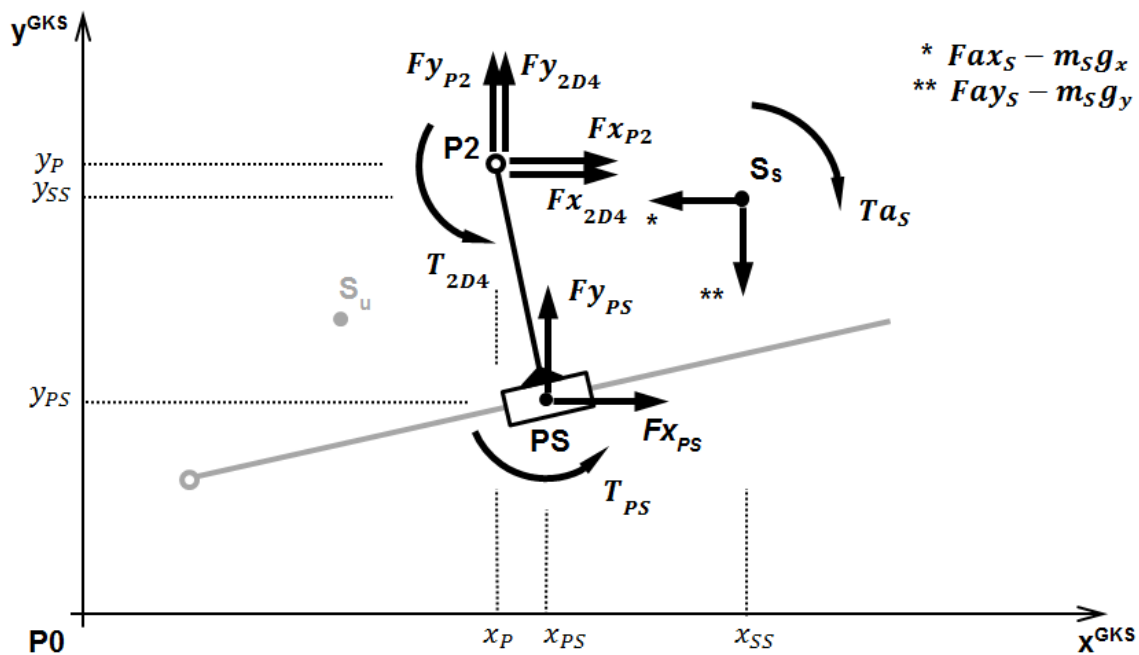


Bild B.19: Kräfte am Schieber für das Element DSD

Die Gleichgewichtsbedingungen am Schieber sind in x- und y-Richtung in den Gleichungen (B.144) bzw. (B.145) aufgestellt. Das Momentengleichgewicht um den Punkt PS1 ist der Gleichung (B.146) zu entnehmen.

$$0 = F_{x_{P2}} - F_{x_{PS}} - (Fax_S - m_S g_x) + F_{x_{2D4}} \quad (B.144)$$

$$0 = F_{y_{P2}} - F_{y_{PS}} - (Fay_S - m_S g_y) + F_{y_{2D4}} \quad (B.145)$$

$$\begin{aligned}
0 = & -Fx_{P2}(y_{P2} - y_{PS}) - Fy_{P2}(x_{PS} - x_{P2}) \\
& + (Fax_S - m_S g_x)(y_{SS} - y_{PS}) \\
& - (Fay_S - m_S g_y)(x_{SS} - x_{PS}) \\
& - Fx_{2D4}(y_{P2} - y_{PS}) - Fy_{2D4}(x_{PS} - x_{P2}) - Ta_S + T_{PS} + T_{2D4}
\end{aligned} \tag{B.146}$$

Kräftetransformationen am Schieber

Abschließend sind die Kräftetransformationen zwischen der im SKS aufgestellten Normal- und Tangentialkraft und den im Punkt PS wirkenden Kraftkomponenten von Fx_{PS} und Fy_{PS} in Abhängigkeit von der Schubgeradenausrichtung φ_S im Bild B.20 dargestellt.

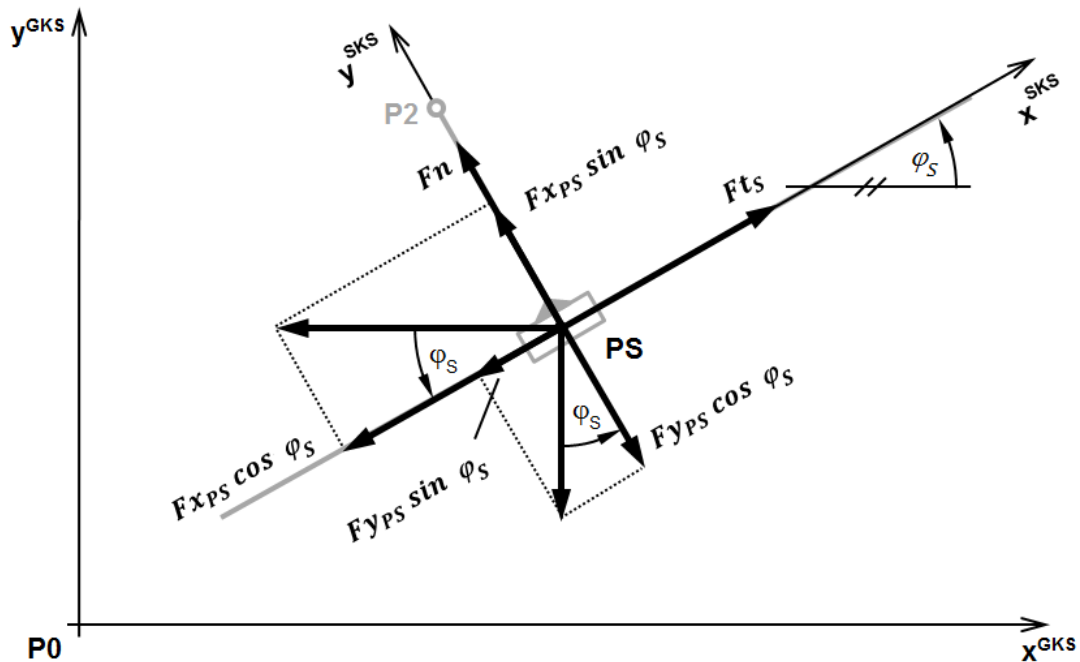


Bild B.20: Kräftezerlegung am Schieber für das Element DSD

Die Transformationsgleichungen zur schubgelenkigen Kopplung zwischen dem Schieber und der Führung sind in den Gleichungen (B.147) und (B.148) bilanziert. Die in der Gleichung (B.148) enthaltene Tangentialkraft Ft_S entspricht der über den Anschluss ctrT2 eingeleitete Kraft von einem Nachbarelement.

$$Fn = Fx_{PS} \sin \varphi_U + Fy_{PS} \cos \varphi_U \quad (\text{B.147})$$

$$Ft_S = Fx_{PS} \cos \varphi_U - Fy_{PS} \sin \varphi_U \quad (\text{B.148})$$

Übergaben der inneren Variablen an die Anschlüsse

In der Tabelle B.18 sind die Übergaben der Bewegungsgrößen und Kräfte an die Komponenten der Anschlüsse zusammengefasst. Bei Nichtbelegung der Anschlüsse ctr2D3 und ctr2D4 sowie ctrT1 und ctrT2 werden die Übergaben der kinematischen Größen ausgesetzt und die zugehörigen inneren Kräfte gleich null gesetzt.

Tabelle B.18: Übergaben zwischen Anschluss und inneren Variablen für das Element DSD

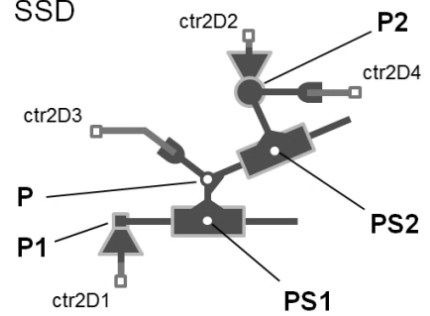
Anschluss	Weg/Winkel	Geschwindigkeit	Beschleunigung	Kraft/Moment
ctr2D1	.x = x_{P1} .y = y_{P1}	.vx = $\dot{x}_{P1}$.vy = $\dot{y}_{P1}$	.ax = $\ddot{x}_{P1}$.ay = $\ddot{y}_{P1}$	.Fx = Fx_{P1} .Fy = Fy_{P1} .T = 0
ctr2D2	.x = x_{P2} .y = y_{P2}	.vx = $\dot{x}_{P2}$.vy = $\dot{y}_{P2}$	.ax = $\ddot{x}_{P2}$.ay = $\ddot{y}_{P2}$	.Fx = Fx_{P2} .Fy = Fy_{P2} .T = 0
ctr2D3	.x = x_{P1} .y = y_{P1} .phi = φ_U	.vx = $\dot{x}_{P1}$.vy = $\dot{y}_{P1}$.om = $\dot{\varphi}_U$	.ax = $\ddot{x}_{P1}$.ay = $\ddot{y}_{P1}$.alp = $\ddot{\varphi}_U$	.Fx = Fx_{2D3} .Fy = Fy_{2D3} .T = T_{2D3}
ctr2D4	.x = x_{P2} .y = y_{P2} .phi = φ_S	.vx = $\dot{x}_{P2}$.vy = $\dot{y}_{P2}$.om = $\dot{\varphi}_S$	.ax = $\ddot{x}_{P2}$.ay = $\ddot{y}_{P2}$.alp = $\ddot{\varphi}_S$	.Fx = Fx_{2D4} .Fy = Fy_{2D4} .T = T_{2D4}
ctrT1	.x = x_G	.v = $\dot{x}_G$	.a = $\ddot{x}_G$	.F = Ft_U
ctrT2	.x = 0	.v = 0	.a = 0	.F = Ft_S

B.7 Zweischlag mit Schubgelenken als Anschluss und Kopplung (SSD)

Das Element SSD ist ein Zweischlag mit einem Schubgelenk und einem Drehgelenk als Anschluss sowie einem Schubgelenk als Kopplung. Der Schieber 1 wird durch ein Schubgelenk auf der im Anschlusspunkt P1 gelagerten Schubgerade geführt. Auf dem Schieber 1 ist durch einen gliedfesten Punkt P, dem Versatz v_1 und einem Winkelversatz φ_v gegenüber der Führung 1 eine zweite Schubgerade definiert. Der Schieber 2 gleitet auf dieser Schubgeraden mit dem Versatz v_2 zum Drehgelenk im Anschlusspunkt P2. Das Vorzeichen von v_1 bzw. v_2 ergibt sich durch die Ausrichtung der y-Achse des zugehörigen Schieber-Koordinatensystems.

Das Symbol mit Kennzeichnung der kinematischen Punkte und den zugeordneten Anschlüssen ist in der Tabelle B.19 dargestellt.

Tabelle B.19: Symbol und Anschlussbelegung für das Element SSD

Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss an der Führung im Punkt P1
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss am Gehäuse im Punkt P2
	ctr2D3	Mechanischer 2D-Anschluss am Schieber 1 im Punkt P
	ctr2D4	Mechanischer 2D-Anschluss am Schieber 2 im Punkt P2

Die Lage- und Massenparameter für das Element SSD sind in der Tabelle B.20, S. 240 zu entnehmen.

Im Bild B.21, S. 241 sind die Bewegungsgrößen und die Koordinatensysteme für das Element SSD dargestellt. Das globale Koordinatensystem (GKS) ist das Bezugssystem für alle Punkte und Koordinatensysteme im Element SSD. Das Führungs-Koordinatensystem (UKS) besitzt seinen Ursprung im Punkt P1. Es beschreibt mit seiner x-Achse die Ausrichtungswinkel φ_{U1} der Schubgeraden und den Schieberweg x_{G1} . Der auf der Führung befindliche Schieber ist mit dem Schieber-Koordinaten-

system 1 (SKS1) gekennzeichnet. Es definiert den Schieberschwerpunkt S_{S1} mit den konstanten Parametern x_{SS1rel} und y_{SS1rel} und legt die Ausrichtung φ_{U2} der auf dem Schieber 1 befindlichen zweiten Schubgeraden mit den konstanten Parametern v_1 und φ_v fest.

Tabelle B.20: Parameter für das Element SSD

Kategorie	Kommentar	Parameter	Bemerkung/Standardwert
Lage-parameter: Gliederabmessungen	Offset 1 (Versatz 1)	v_1	= 0,1 m
	Offset 2 (Versatz 2)	v_2	= 0,1 m
	Offsetwinkel (Versatzwinkel)	φ_v	= 15°
Lage des Schwerpunkts Schieber 1 im SKS1	x-Lage im SKS1	x_{SS1rel}	= 0, im körperfesten SKS1
	y-Lage im SKS1	y_{SS1rel}	= 0, im körperfesten SKS1
Lage des Schwerpunkts Schieber 2 im SKS2	x-Lage im SKS2	x_{SS2rel}	= 0, im körperfesten SKS2
	y-Lage im SKS2	y_{SS2rel}	= 0, im körperfesten SKS2
Massen-parameter:	Masse des Schiebers 1	m_{S1}	= 1 kg
Masse und Trägheit des Schiebers 1	Drehträgheit des Schiebers 1	J_{S1}	= 0,1 kgm ²
Masse und Trägheit des Schiebers 2	Masse des Schiebers 2	m_{S2}	= 1 kg
	Drehträgheit des Schiebers 2	J_{S2}	= 0,1 kgm ²
Gravitation	Gravitationsbeschleunigung in x-Richtung	g_x	= 0 $\frac{m}{s^2}$
	Gravitationsbeschleunigung in y-Richtung	g_y	= -9,81 $\frac{m}{s^2}$

Koordinatensysteme für das Element SSD

Der Schieber 2 ist mit dem Schieber-Koordinatensystem (SKS2) gekennzeichnet und definiert die Schwerpunktlage S_{S2} und den Versatz v_2 von Punkt P2 entlang der y-Achse von SKS2. Für den Schieber 2 wird der Schieberweg x_{G2} ausgehend von Punkt P bis zum Lotfußpunkt PS2 gemessen.

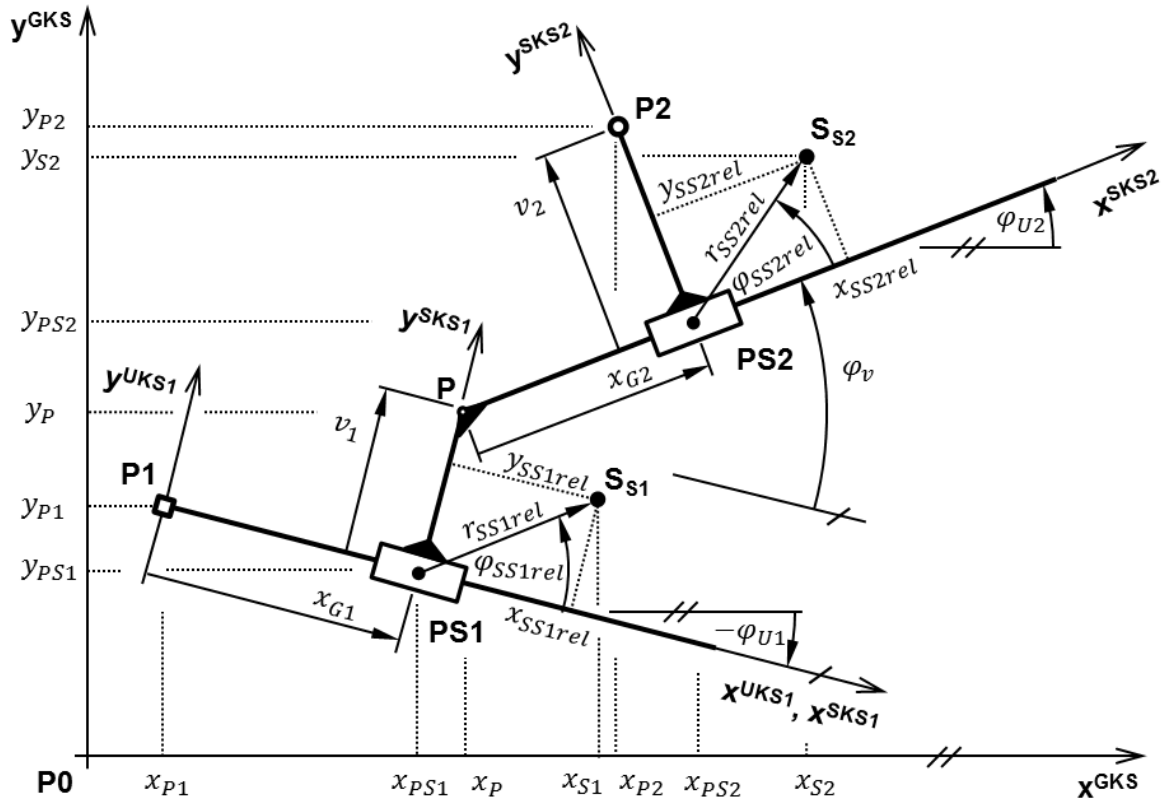


Bild B.21: Kinematik für das Element SSD

Ausrichtungen der Schieber

Durch die Zwangsbedingung am Schubgelenk im Punkt PS1 folgt die Ausrichtung vom Schieber 1 der Ausrichtung der Führung 1 (Gleichung (B.149)). Gleiches gilt für die Winkelgeschwindigkeit und die Winkelbeschleunigung (Gleichungen (B.150) und (B.151)).

$$\varphi_{S1} = \varphi_{U1} \quad (\text{B.149})$$

$$\dot{\varphi}_{S1} = \dot{\varphi}_{U1} \quad (\text{B.150})$$

$$\ddot{\varphi}_{S1} = \ddot{\varphi}_{U1} \quad (\text{B.151})$$

Die Ausrichtung φ_{U2} der Führung 2 ist um den konstanten Winkel φ_v gegenüber der Ausrichtung des Schiebers 1 versetzt (Gleichung (B.152)). Die zugehörige Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung der Führung 2 folgt dem Bauteil Schieber 1 (Gleichungen (B.153) und (B.154)).

$$\varphi_{U2} = \varphi_{S1} + \varphi_v \quad (\text{B.152})$$

$$\dot{\varphi}_{U2} = \dot{\varphi}_{S1} \quad (\text{B.153})$$

$$\ddot{\varphi}_{U1} = \ddot{\varphi}_{S1} \quad (\text{B.154})$$

Da der Schieber 2 mit einem Schubgelenk der Ausrichtung der Führung zwangsläufig folgt, gelten die Gleichungen (B.155) bis (B.157).

$$\varphi_{S2} = \varphi_{U2} \quad (\text{B.155})$$

$$\dot{\varphi}_{S2} = \dot{\varphi}_{U2} \quad (\text{B.156})$$

$$\ddot{\varphi}_{S2} = \ddot{\varphi}_{U2} \quad (\text{B.157})$$

Lage Lotfußpunkt PS1 auf dem Schieber 1

Der Lotfußpunkt PS wird mit dem Schieberweg x_{G1} vom Anschlusspunkt P1 in Richtung φ_{U1} der Schubgeraden durch die Gleichungen (B.158) und (B.159) berechnet. Die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen sind mit den Gleichungen (B.160) und (B.161) sowie (B.162) und (B.163) beschrieben.

$$x_{PS1} = x_{P1} + x_{G1} \cos \varphi_{U1} \quad (\text{B.158})$$

$$y_{PS1} = y_{P1} + x_{G1} \sin \varphi_{U1} \quad (\text{B.159})$$

$$\dot{x}_{PS1} = \dot{x}_{P1} - x_{G1} \dot{\varphi}_{U1} \sin \varphi_{U1} + \dot{x}_{G1} \cos \varphi_{U1} \quad (\text{B.160})$$

$$\dot{y}_{PS1} = \dot{y}_{P1} + x_{G1} \dot{\varphi}_{U1} \cos \varphi_{U1} + \dot{x}_{G1} \sin \varphi_{U1} \quad (\text{B.161})$$

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{PS1} = \ddot{x}_{P1} - \dot{\varphi}_{U1}^2 x_{G1} \cos \varphi_{U1} - 2\dot{\varphi}_{U1} \dot{x}_{G1} \sin \varphi_{U1} \\ + \ddot{x}_{G1} \cos \varphi_{U1} - \ddot{\varphi}_{U1} x_{G1} \sin \varphi_{U1}\end{aligned}\quad (\text{B.162})$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_{PS1} = \ddot{y}_{P1} - \dot{\varphi}_{U1}^2 x_{G1} \sin \varphi_{U1} + 2\dot{\varphi}_{U1} \dot{x}_{G1} \cos \varphi_{U1} \\ + \ddot{x}_{G1} \sin \varphi_{U1} + \ddot{\varphi}_{U1} x_{G1} \cos \varphi_{U1}\end{aligned}\quad (\text{B.163})$$

Lage von Punkt P auf dem Schieber 1

Der Punkt P auf dem Schieber 1 ist ausgehend vom Lotfußpunkt PS senkrecht zur Schubgeraden mit dem Versatz v_2 zu finden. In den Gleichungen (B.164) und (B.165) ist die Berechnung von Punkt P beschrieben. Die zugehörige Geschwindigkeit und Beschleunigung wird mit den Gleichungen (B.166) bis (B.169) berechnet.

$$x_P = x_{PS1} - v_1 \sin \varphi_{S1} \quad (\text{B.164})$$

$$y_P = y_{PS1} + v_1 \cos \varphi_{S1} \quad (\text{B.165})$$

$$\dot{x}_P = \dot{x}_{PS1} - v_1 \dot{\varphi}_{S1} \cos \varphi_{S1} \quad (\text{B.166})$$

$$\dot{y}_P = \dot{y}_{PS1} - v_1 \dot{\varphi}_{S1} \sin \varphi_{S1} \quad (\text{B.167})$$

$$\ddot{x}_P = \ddot{x}_{PS1} + \dot{\varphi}_{S1}^2 v_1 \sin \varphi_{S1} - \ddot{\varphi}_{S1} v_1 \cos \varphi_{S1} \quad (\text{B.168})$$

$$\ddot{y}_P = \ddot{y}_{PS1} - \dot{\varphi}_{S1}^2 v_1 \cos \varphi_{S1} - \ddot{\varphi}_{S1} v_1 \sin \varphi_{S1} \quad (\text{B.169})$$

Lage von Lotfußpunkt PS2

Ferner wird ausgehend vom Punkt P der Lotfußpunkt PS2 für den Schieber 2 auf der Führungsgeraden des Schiebers 1 mit den Gleichungen (B.170) und (B.171) ermittelt. Die Geschwindigkeit und Beschleunigung im Punkt P2 folgt aus den Gleichungen (B.172) und (B.173) bzw. (B.174) und (B.175).

$$x_{PS2} = x_P + x_{G2} \cos \varphi_{U2} \quad (\text{B.170})$$

$$y_{PS2} = y_P + x_{G2} \sin \varphi_{U2} \quad (\text{B.171})$$

$$v x_{PS2} = v x_P + \dot{x}_{G2} \cos \varphi_{U2} - x_{G2} \dot{\varphi}_{U2} \sin \varphi_{U2} \quad (\text{B.172})$$

$$v y_{PS2} = v y_P + \dot{x}_{G2} \sin \varphi_{U2} + x_{G2} \dot{\varphi}_{U2} \cos \varphi_{U2} \quad (\text{B.173})$$

$$\begin{aligned} a x_{PS2} = a x_P - 2 \dot{\varphi}_{U2} \dot{x}_{G2} \sin \varphi_{U2} - \dot{\varphi}_{U2}^2 x_{G2} \cos \varphi_{U2} \\ + \ddot{x}_{G2} \cos \varphi_{U2} - \ddot{\varphi}_{U2} x_{G2} \sin \varphi_{U2} \end{aligned} \quad (\text{B.174})$$

$$\begin{aligned} a y_{PS2} = a y_P + 2 \dot{\varphi}_{U2} \dot{x}_{G2} \cos \varphi_{U2} - \dot{\varphi}_{U2}^2 x_{G2} \sin \varphi_{U2} \\ + \ddot{x}_{G2} \sin \varphi_{U2} + \ddot{\varphi}_{U2} x_{G2} \cos \varphi_{U2} \end{aligned} \quad (\text{B.175})$$

Lage von Punkt P2

Die Lage für den Anschlusspunkt P2 wird senkrecht zur Schubgeraden mit einem Versatz von v_2 durch den Punkt PS2 auf dem Schieber 2 ermittelt (Gleichungen (B.176) und (B.177)). Die zugehörigen Geschwindigkeits- und Beschleunigungskomponenten werden mit den Gleichungen (B.178) bis (B.181) berechnet.

$$x_{P2} = x_{PS2} - v_2 \sin \varphi_{S2} \quad (\text{B.176})$$

$$y_{P2} = y_{PS2} + v_2 \cos \varphi_{S2} \quad (\text{B.177})$$

$$\dot{x}_{P2} = \dot{x}_{PS2} - v_2 \dot{\varphi}_{S2} \cos \varphi_{S2} \quad (\text{B.178})$$

$$\dot{y}_{P2} = \dot{y}_{PS2} - v_2 \dot{\varphi}_{S2} \sin \varphi_{S2} \quad (\text{B.179})$$

$$\ddot{x}_{P2} = \ddot{x}_{PS2} + \dot{\varphi}_{S2}^2 v_2 \sin \varphi_{S2} - \ddot{\varphi}_{S2} v_2 \cos \varphi_{S2} \quad (\text{B.180})$$

$$\ddot{y}_{P2} = \ddot{y}_{PS2} - \dot{\varphi}_{S2}^2 v_2 \cos \varphi_{S2} - \ddot{\varphi}_{S2} v_2 \sin \varphi_{S2} \quad (\text{B.181})$$

Kräfte an der Führung 1

Die Kräfte an der masselosen Führung 1 sind im Bild B.22 dargestellt. Im Anschlusspunkt P1 wirken die Lagerkräfte $F_{x_{P1}}$ und $F_{y_{P1}}$ sowie das Moment T_{P1} . Am Schubgelenk im Lotfußpunkt PS sind die von der Führungsausrichtung φ_{U1} abhängigen Kraftkomponenten der Normalkraft F_n zu finden.

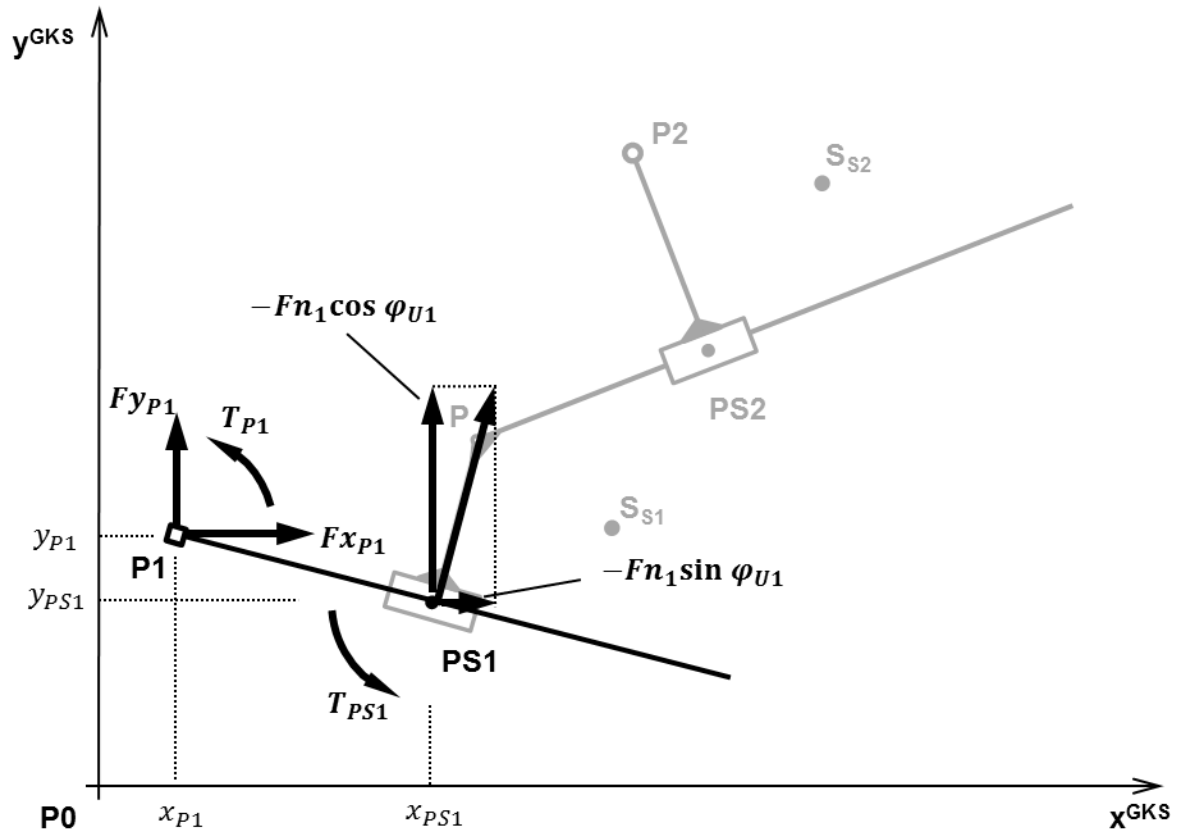


Bild B.22: Kräfte am Bauteil Führung 1 für das Element SSD

Die Kräftegleichgewichtsbedingungen der Führung 1 sind für die x-Richtung in der Gleichung (B.182) und für die y-Richtung in der Gleichung (B.183) bilanziert. Die zugehörige Momentengleichgewichtsbedingung um den Punkt P1 ist der Gleichung (B.184) zu entnehmen.

$$0 = F_{x_{P1}} + (-F_{n_1}) \sin \varphi_{U1} \quad (\text{B.182})$$

$$0 = F_{y_{P1}} + (-F_{n_1}) \cos \varphi_{U1} \quad (\text{B.183})$$

$$\begin{aligned}
0 &= (-Fn_1) \sin \varphi_{U1} (y_{P1} - y_{PS1}) \\
&\quad + (-Fn_1) \cos \varphi_{U1} (x_{PS1} - x_{P1}) + T_{P1} + T_{PS1}
\end{aligned}
\tag{B.184}$$

Kräfte am Schieber 1

Das Bauteil Schieber 1 besteht aus dem im Punkt PS1 schubgelenkig geführten Schieber mit einer im Punkt P angebrachten Führung zur Aufnahme des Schiebers 2.

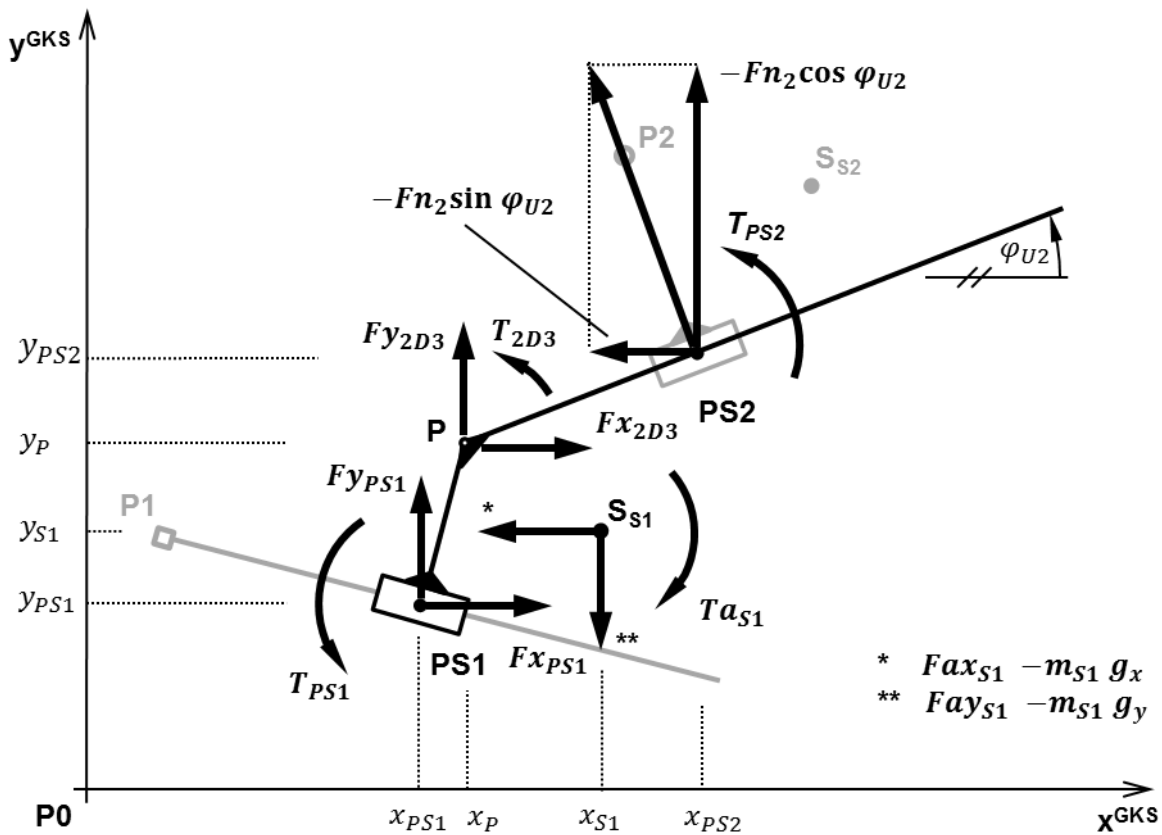


Bild B.23: Kräfte am Bauteil Schieber 1 für das Element SSD

Am Schieber 1 (siehe Bild B.23) sind zunächst im Punkt PS1 die Lagerkräfte des Schubgelenks $F_{x_{PS1}}$ und $F_{y_{PS1}}$ mit dem Lagermoment T_{PS1} zu finden. Am zweiten Schubgelenk im Punkt PS2 greifen die Kräftekomponenten der Normalkraft Fn_2 auf der Führungsgeraden des Schiebers 2 an, und im Punkt P sind die Kräfte am Anschluss ctr2D3 mit den Komponenten $F_{x_{2D3}}$ und $F_{y_{2D3}}$ sowie dem Moment T_{2D3} wirksam. Weiterhin wirken im Schwerpunkt S_{S1} die Trägheitskräfte $Fax_{S1} = m_{S1} g_x$ und $Fay_{S1} = m_{S1} g_y$ sowie das Moment der Drehträgheit Ta_{S1} . Die Kräfte-

gleichgewichtsbedingungen für den Schieber 1 sind in den Gleichungen (B.185), (B.186) und (B.187) aufgestellt.

$$0 = Fx_{p_{S1}} - (-Fn_2) \sin \varphi_{U2} - (Fax_{s1} - m_{s1}g_x) + Fx_{2D3} \quad (\text{B.185})$$

$$0 = Fy_{pS1} + (-Fn_2) \cos \varphi_{U2} - (Fay_{S1} - m_{S1}g_y) + Fy_{2D3} \quad (\text{B.186})$$

$$\begin{aligned}
0 = & (-Fn_2) \sin \varphi_{U2} (y_{PS2} - y_{PS1}) \\
& + (-Fn_2) \cos \varphi_{U2} (x_{PS2} - x_{PS1}) \\
& + (Fax_{S1} - m_{S1}g_x)(y_{SS1} - y_{PS1}) \\
& - (Fay_{S1} - m_{S1}g_y)(x_{SS1} - x_{PS1}) \\
& - Ta_{S1} - Fx_{2D3}(y_P - y_{PS1}) + Fy_{2D3}(x_P - x_{PS1}) + T_{2D3} \\
& - T_{PS1} + (-T_{PS2})
\end{aligned} \tag{B.187}$$

Kräfte am Schieber 2

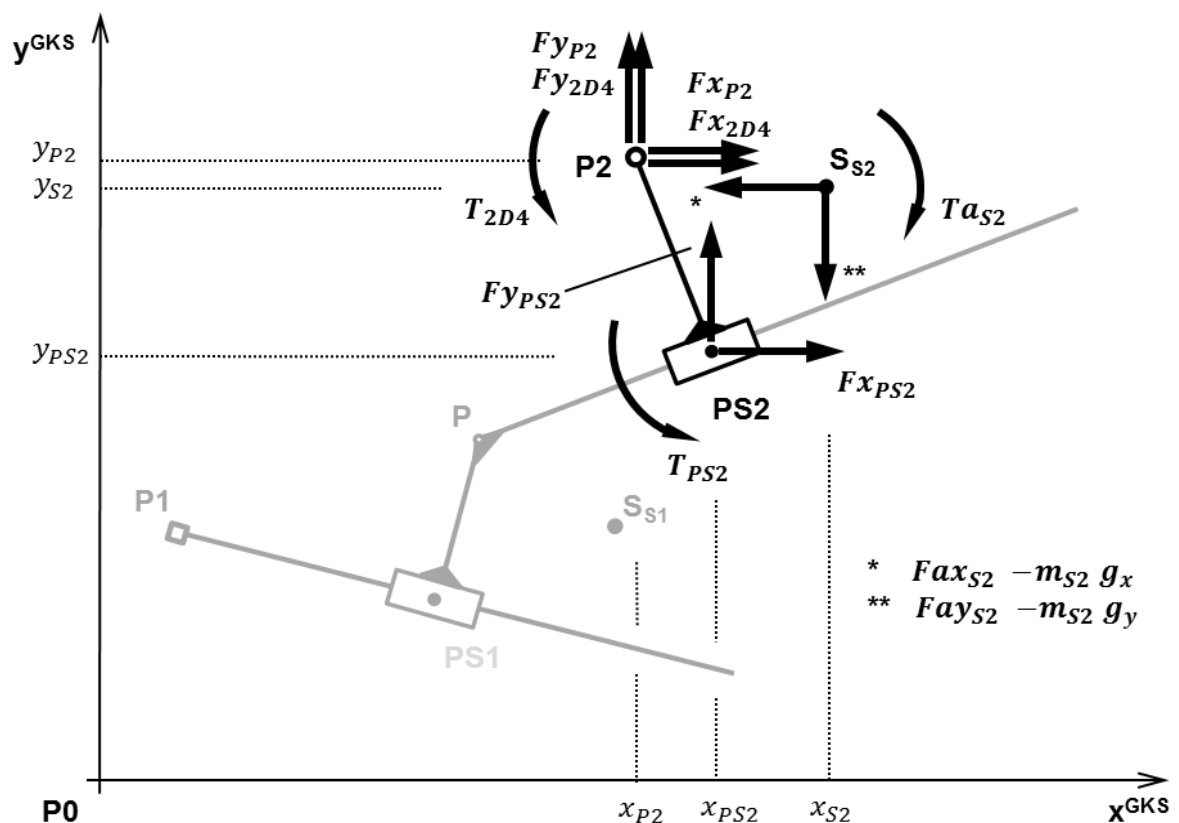


Bild B.24: Kräfte am Bauteil Schieber 2 für das Element SSD

Am Lotfußpunkt PS des Schubgelenks auf dem Schieber 2 sind die Kräfte Fx_{PS2} und Fy_{PS2} mit dem Lagermoment T_{PS2} wirksam, und am Punkt P2 sind die Lagerkräfte des Drehgelenks zu finden (vgl. Bild B.24, S. 247).

Des Weiteren greifen im Punkt P2 auf der Ebene des Schiebers 2 die über den Anschluss ctr2D4 wirkenden Kräfte Fx_{2D4} und Fy_{2D4} mit dem Moment T_{2D4} an. Die Trägheitskräfte $Fax_{S2} - m_{S2}g_x$ und $Fay_{S2} - m_{S2}g_y$ der Schiebermasse wirken im Schwerpunkt S_{S2} , und das Trägheitsmoment Ta_{S2} ist gegenüber dem Schwerpunkt definiert.

Die am Schieber 2 aufgestellte Kräftebilanz mit dem Drehmomentgleichgewicht um den Punkt PS2 ist den Gleichungen (B.188) bis (B.190) zu entnehmen.

$$0 = Fx_{P2} + Fx_{PS2} - (Fax_{S2} - m_{S2}g_x) + Fx_{2D4} \quad (B.188)$$

$$0 = Fy_{P2} + Fy_{PS2} - (Fay_{S2} - m_{S2}g_y) + Fy_{2D4} \quad (B.189)$$

$$\begin{aligned} 0 = & -(Fx_{P2} - Fx_{2D4})(y_{P2} - y_{PS}) - (Fy_{P2} + Fy_{2D4})(x_{PS2} - x_{P2}) \\ & + (Fax_{S2} - m_{S2}g_x)(y_{SS2} - y_{PS2}) \\ & - (Fay_{S2} - m_{S2}g_y)(x_{SS2} - x_{PS2}) + T_{PS2} - Ta_{S2} \end{aligned} \quad (B.190)$$

Kräftezerlegungen an den Schubgelenken

Im Bild B.25, S. 249 sind die Kräftezerlegungen an den Schubgelenken in den Punkten PS1 und PS2 dargestellt. Die Normal- und Tangentialkräfte werden durch eine Transformation der Lagerkraftvektoren vom GKS in das UKS1 bzw. UKS2 mit den Winkeln φ_{U1} und φ_{U2} berechnet.

Die Gleichungen (B.191) und (B.192) beschreiben die Transformation am Schubgelenk im Punkt PS1 und die Gleichungen (B.193) und (B.194) die Kräfte Transformationen am Schieber im Punkt PS2. Da die Schubgelenke als reibungsfrei angenommen werden, sind die Tangentialkräfte Ft_1 und Ft_2 zu null gesetzt.

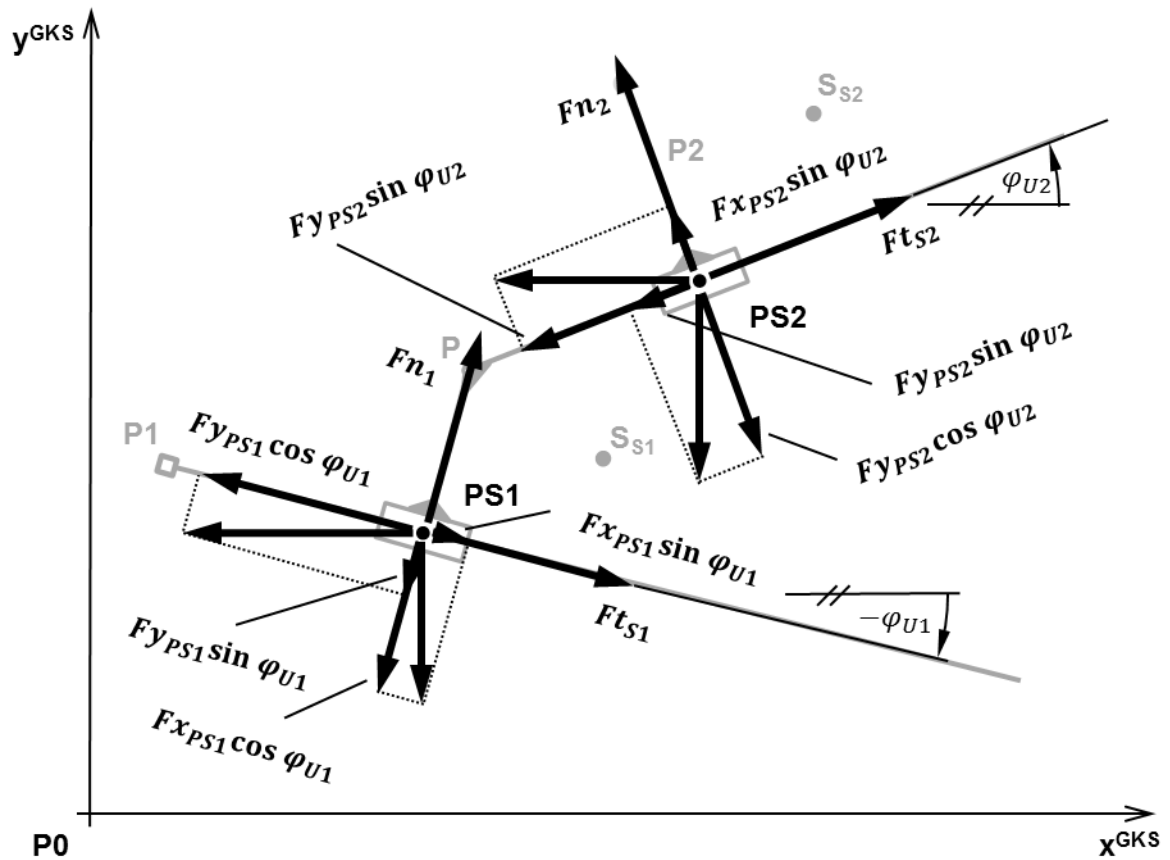


Bild B.25: Kräftezerlegungen am Schieber 1 und Schieber 2 für das Element SSD

$$F_{n1} = -F_{x_{PS1}} \sin \varphi_{U1} + F_{y_{PS1}} \cos \varphi_{U1} \quad (B.191)$$

$$F_{t_{S1}} = F_{x_{PS1}} \cos \varphi_{U1} + F_{y_{PS1}} \sin \varphi_{U1} = 0 \quad (B.192)$$

$$F_{n2} = -F_{x_{PS2}} \sin \varphi_{U2} + F_{y_{PS2}} \cos \varphi_{U2} \quad (B.193)$$

$$F_{t_{S2}} = F_{x_{PS2}} \cos \varphi_{U2} + F_{y_{PS2}} \sin \varphi_{U2} = 0 \quad (B.194)$$

Übergabe der inneren Variablen auf die Anschlüsse

Die Übergaben der Bewegungsgrößen und der Kraftgrößen von den inneren Variablen an die Variablen der Anschlüsse sind für das Element SSD in der Tabelle B.21, S. 250 zusammengefasst. Sind die Anschlüsse ctr2D3 oder ctr2D4 nicht belegt, so werden die Übergaben der Kinematik nicht durchgeführt und die zugeordneten Kräfte zu null gesetzt.

Tabelle B.21: Übergaben zwischen Anschluss und inneren Variablen für das Element SSD

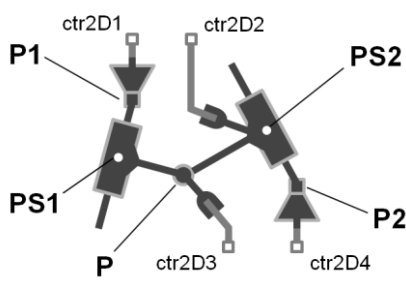
Anschluss	Weg/Winkel	Geschwindigkeit	Beschleunigung	Kraft/Moment
ctr2D1	.x = x_{P1} .y = y_{P1} .phi = φ_{U1}	.vx = $\dot{x}_{P1}$.vy = $\dot{y}_{P1}$.om = $\dot{\varphi}_{U1}$	.ax = $\ddot{x}_{P1}$.ay = $\ddot{y}_{P1}$.alp = $\ddot{\varphi}_{U1}$	.Fx = Fx_{P1} .Fy = Fy_{P1} .T = T_{P1}
ctr2D2	.x = x_{P1} .y = y_{P1}	.vx = $\dot{x}_{P1}$.vy = $\dot{y}_{P1}$	.ax = $\ddot{x}_{P1}$.ay = $\ddot{y}_{P1}$	.Fx = Fx_{P1} .Fy = Fy_{P1} .T = 0
ctr2D3	.x = x_P .y = y_P .phi = φ_{S1}	.vx = $\dot{x}_P$.vy = $\dot{y}_P$.om = $\dot{\varphi}_{S1}$	.ax = $\ddot{x}_P$.ay = $\ddot{y}_P$.alp = $\ddot{\varphi}_{S1}$	.Fx = Fx_{2D3} .Fy = Fy_{2D3} .T = T_{2D3}
ctr2D4	.x = x_{P2} .y = y_{P2} .phi = φ_{S2}	.vx = $\dot{x}_{P2}$.vy = $\dot{y}_{P2}$.om = $\dot{\varphi}_{S2}$	.ax = $\ddot{x}_{P2}$.ay = $\ddot{y}_{P2}$.alp = $\ddot{\varphi}_{S2}$	.Fx = Fx_{2D4} .Fy = Fy_{2D4} .T = T_{2D4}

B.8 Zweischlag mit Schubgelenken als Anschluss (SDS)

Im Element SDS sind zwei massebehaftete Schieber mit einem Drehgelenk verbunden und werden jeweils durch ein Schubgelenk gegenüber den Anschlusspunkten P1 und P2 geführt. Die Lage der masselosen Führungen 1 und 2 werden durch die Bewegung des Vorgängerelements im Anschlusspunkt P1 bzw. P2 oder bei einer Fixierung im Gestell im Element SDS durch feste Parameter vorgegeben. Berechnet wird der Kopplungspunkt P, der durch die konstanten Versetzungen v_1 und v_2 relativ zu den Schubachsen bestimmt wird. Die Vorzeichen der Versetzungen ergeben sich aus der Richtung der jeweils positiven x-Achsenausrichtung der Führungs-Koordinatensysteme.

In der Tabelle B.22 sind das Symbol mit den kinematischen Punkten P1, P2, P, PS1 und PS2 sowie die zugeordneten Anschlussbezeichnungen für das Element SDS dargestellt, und in der Tabelle B.23, S. 252 sind die Lage- und Massenparameter für das Element SDS zusammengefasst.

Tabelle B.22: Symbol und Anschlüsse SDS

Symbol	Anschluss	Bemerkung
	ctr2D1	Mechanischer 2D-Anschluss an der Führung 1 im Punkt P2
	ctr2D2	Mechanischer 2D-Anschluss am Schieber 2 im Punkt PS2
	ctr2D3	Mechanischer 2D-Anschluss am Schieber 1 im Punkt P
	ctr2D4	Mechanischer 2D-Anschluss an der Führung 2 im Punkt P2

Koordinatensysteme für das Element SDS

Die Bewegungsgrößen und die verwendeten Koordinatensysteme für das Element SDS sind dem Bild B.26, S. 253 zu entnehmen. Das globale Koordinatensystem (GKS) dient als Bezugssystem zur Lagebeschreibung für alle Punkte und aller weiteren Koordinatensysteme. Das Element besitzt zwei Führungs-Koordinatensysteme (UKS1 und UKS2), deren Ursprünge im Punkt P1 bzw. Punkt P2 liegen. Von diesen aus werden die Schieberwege

x_{G1} und x_{G2} entlang der Führungsgeraden gemessen. Die auf den Führungen reibungsfrei gleitenden Schieber sind durch die Schieber-Koordinatensysteme SKS1 und SKS2 definiert. Ihre Ursprünge liegen jeweils in den Lotfußpunkten PS1 und PS2. Die x-Achsen weisen in dieselbe Richtung wie die zugeordneten Koordinatensysteme der Führungen. In den Schieber-Koordinatensystemen sind die Schwerpunktlagen x_{SS1rel} und y_{SS1rel} bzw. x_{SS2rel} und y_{SS2rel} sowie die Versatzgrößen v_1 und v_2 definiert.

Tabelle B.23: Parameter für das Element SDS

Kategorie	Kommentar	Parameter	Bemerkung/Standardwert
Lageparameter: Glieder- abmessungen	Versatz 1	v_1	= 0,1 m
	Versatz 2	v_2	= 0,1 m
Lage des Schwerpunkts Schieber 1 im SKS1	x-Lage im SKS1	x_{SS1rel}	= 0, im körperfesten SKS1
	y-Lage im SKS1	y_{SS1rel}	= 0, im körperfesten SKS1
Lage des Schwerpunkts Schieber 2 im SKS2	x-Lage im SKS2	x_{SS2rel}	= 0, im körperfesten SKS2
	y-Lage im SKS2	y_{SS2rel}	= 0, im körperfesten SKS2
Massen- parameter: Masse und Trägheit des Schiebers 1	Masse des Schiebers 1	m_{S1}	= 1 kg
	Drehträgheit des Schiebers 1	J_{S1}	= 0,1 kgm ²
Masse und Trägheit des Schiebers 2	Masse des Schiebers 2	m_{S2}	= 1 kg
	Drehträgheit des Schiebers 2	J_{S2}	= 0,1 kgm ²
Gravitation	Gravitationsbeschleunigung in x-Richtung	g_x	= 0 $\frac{m}{s^2}$
	Gravitationsbeschleunigung in y-Richtung	g_y	= -9,81 $\frac{m}{s^2}$

Bewegungen der Führungen und Ausrichtungen der Schieber

Die Bewegungen der Führung 1 und der Führung 2 werden über die Verbindungen ctr2D1 und ctr2D4 von den angeschlossenen Nachbarelementen auf die Koordinatensysteme UKS1 und UKS2 der Anschlusspunkte P1 und P2 übertragen. Die zugehörigen Transformationen zwischen den Koordinatensystemen der Anschlüsse CKS1 und CKS2 (nicht im Bild dargestellt) auf die Koordinatensysteme UKS1 und UKS 2 sind im Anhang A.1 beschrieben.

Durch die Ausrichtungen der Führungen sind auch die Ausrichtungen der beiden Schieber festgelegt (Gleichungen (B.195) und (B.196)). Gleiches gilt für die Winkelgeschwindigkeit und die Winkelbeschleunigung.

$$\varphi_{S1} = \varphi_{U1}, \quad \dot{\varphi}_{S1} = \dot{\varphi}_{U1}, \quad \ddot{\varphi}_{S1} = \ddot{\varphi}_{U1} \quad (\text{B.195})$$

$$\varphi_{S2} = \varphi_{U2}, \quad \dot{\varphi}_{S2} = \dot{\varphi}_{U2}, \quad \ddot{\varphi}_{S2} = \ddot{\varphi}_{U2} \quad (\text{B.196})$$

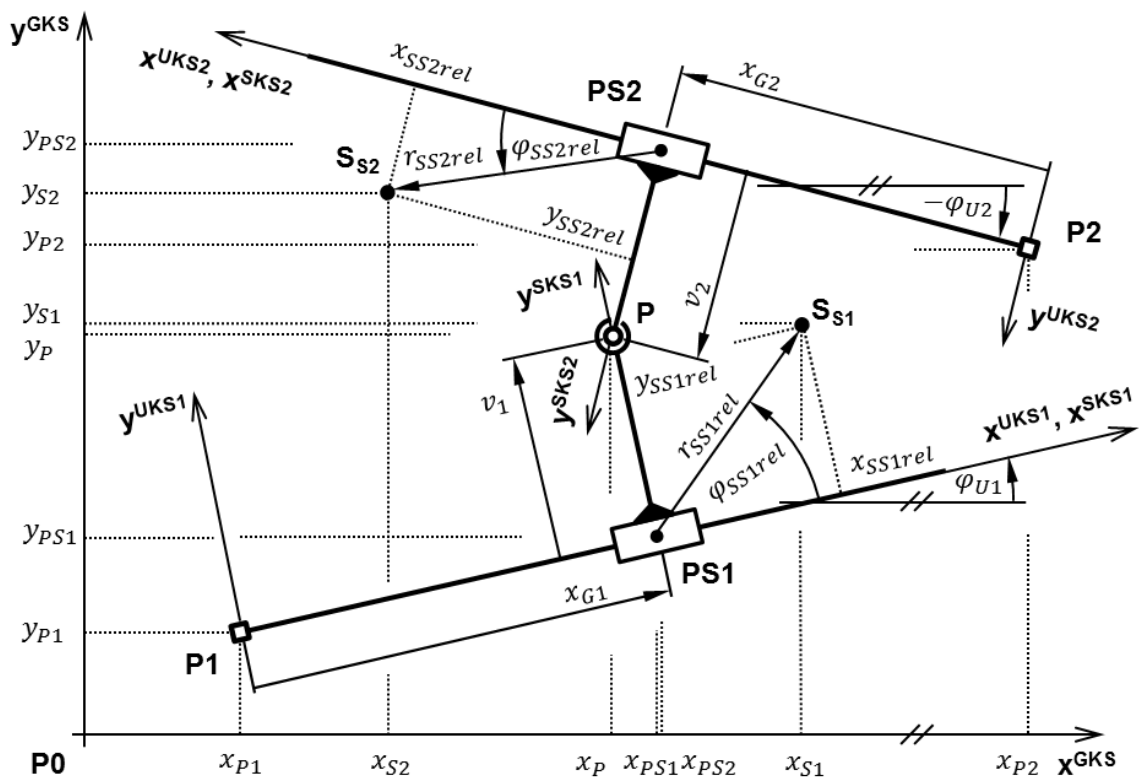


Bild B.26: Kinematik für das Element SDS

Bewegungen der Lotfußpunkte

Die Lotfußpunkte PS1 und PS2 befinden sich ausgehend vom Punkt P1 bzw. Punkt P2 mit den Abständen der Schieberwege x_{G1} und x_{G2} auf den zugeordneten Schubgeraden. Für den Schieber 1 gelten die Gleichungen (B.197) und (B.198) und für den Schieber 2 die Gleichungen (B.203) und (B.204). Die zugehörigen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen sind in den Gleichungen (B.199) bis (B.202) und (B.205) bis (B.208) dargestellt.

$$x_{PS1} = x_{P1} + x_{G1} \cos \varphi_{U1} \quad (\text{B.197})$$

$$y_{PS1} = y_{P1} + x_{G1} \sin \varphi_{U1} \quad (\text{B.198})$$

$$\dot{x}_{PS1} = \dot{x}_{P1} - x_{G1} \dot{\varphi}_{U1} \sin \varphi_{U1} + \dot{x}_{G1} \cos \varphi_{U1} \quad (\text{B.199})$$

$$\dot{y}_{PS1} = \dot{y}_{P1} + x_{G1} \dot{\varphi}_{U1} \cos \varphi_{U1} + \dot{x}_{G1} \sin \varphi_{U1} \quad (\text{B.200})$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{PS1} = \ddot{x}_{P1} - \dot{\varphi}_{U1}^2 x_{G1} \cos \varphi_{U1} - 2 \dot{\varphi}_{U1} \dot{x}_{G1} \sin \varphi_{U1} \\ + \ddot{x}_{G1} \cos \varphi_{U1} - \ddot{\varphi}_{U1} x_{G1} \sin \varphi_{U1} \end{aligned} \quad (\text{B.201})$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{PS1} = \ddot{y}_{P1} - \dot{\varphi}_{U1}^2 x_{G1} \sin \varphi_{U1} + 2 \dot{\varphi}_{U1} \dot{x}_{G1} \cos \varphi_{U1} \\ + \ddot{x}_{G1} \sin \varphi_{U1} + \ddot{\varphi}_{U1} x_{G1} \cos \varphi_{U1} \end{aligned} \quad (\text{B.202})$$

$$x_{PS2} = x_{P2} + x_{G2} \cos \varphi_{U2} \quad (\text{B.203})$$

$$y_{PS2} = y_{P2} + x_{G2} \sin \varphi_{U2} \quad (\text{B.204})$$

$$\dot{x}_{PS2} = \dot{x}_{P2} - x_{G2} \dot{\varphi}_{U2} \sin \varphi_{U2} + \dot{x}_{G2} \cos \varphi_{U2} \quad (\text{B.205})$$

$$\dot{y}_{PS2} = \dot{y}_{P2} + x_{G2} \dot{\varphi}_{U2} \cos \varphi_{U2} + \dot{x}_{G2} \sin \varphi_{U2} \quad (\text{B.206})$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{PS2} = \ddot{x}_{P2} - \dot{\varphi}_{U2}^2 x_{G2} \cos \varphi_{U2} - 2 \dot{\varphi}_{U2} \dot{x}_{G2} \sin \varphi_{U2} \\ + \ddot{x}_{G2} \cos \varphi_{U2} - \ddot{\varphi}_{U2} x_{G2} \sin \varphi_{U2} \end{aligned} \quad (\text{B.207})$$

$$\begin{aligned}\ddot{y}_{PS2} = \ddot{y}_{P2} - \dot{\varphi}_{U2}^2 x_{G2} \sin \varphi_{U2} + 2\dot{\varphi}_{U2}\dot{x}_{G2} \cos \varphi_{U2} \\ + \ddot{x}_{G2} \sin \varphi_{U2} + \ddot{\varphi}_{U2} x_{G2} \cos \varphi_{U2}\end{aligned}\quad (\text{B.208})$$

Bewegungen von Punkt P auf dem Schieber 1 und dem Schieber 2

Der Punkt P auf dem Schieber 1 ist ausgehend vom Lotfußpunkt PS1 mit dem senkrecht zur Schubgeraden gemessenen Versatz v_1 durch die Gleichungen (B.209) und (B.210) festgelegt. Die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen werden für diesen Punkt mit den Gleichungen (B.211) bis (B.214) berechnet.

$$x_P = x_{PS1} - v_1 \sin \varphi_{S1} \quad (\text{B.209})$$

$$y_P = y_{PS1} + v_1 \cos \varphi_{S1} \quad (\text{B.210})$$

$$\dot{x}_P = \dot{x}_{PS1} - v_1 \dot{\varphi}_{S1} \cos \varphi_{S1} \quad (\text{B.211})$$

$$\dot{y}_P = \dot{y}_{PS1} - v_1 \dot{\varphi}_{S1} \sin \varphi_{S1} \quad (\text{B.212})$$

$$\ddot{x}_P = \ddot{x}_{PS1} + \dot{\varphi}_{S1}^2 v_1 \sin \varphi_{S1} - \ddot{\varphi}_{S1} v_1 \cos \varphi_{S1} \quad (\text{B.213})$$

$$\ddot{y}_P = \ddot{y}_{PS1} - \dot{\varphi}_{S1}^2 v_1 \cos \varphi_{S1} - \ddot{\varphi}_{S1} v_1 \sin \varphi_{S1} \quad (\text{B.214})$$

In gleicher Weise wird der Punkt P auf dem Schieber 2 ausgehend vom Lotfußpunkt PS2 mit den Gleichungen (B.215) und (B.216) bestimmt. Die zugehörigen Zeitableitungen sind in den Gleichungen (B.217) bis (B.220) aufgestellt.

$$x_P = x_{PS2} - v_2 \sin \varphi_{S2} \quad (\text{B.215})$$

$$y_P = y_{PS2} + v_2 \cos \varphi_{S2} \quad (\text{B.216})$$

$$\dot{x}_P = \dot{x}_{PS2} - v_2 \dot{\varphi}_{S2} \cos \varphi_{S2} \quad (\text{B.217})$$

$$\dot{y}_P = \dot{y}_{PS2} - v_2 \dot{\varphi}_{S2} \sin \varphi_{S2} \quad (\text{B.218})$$

$$\ddot{x}_P = \ddot{x}_{PS2} + \dot{\varphi}_{S2}^2 v_2 \sin \varphi_{S2} - \ddot{\varphi}_{S2} v_2 \cos \varphi_{S2} \quad (\text{B.219})$$

$$\ddot{y}_P = \ddot{y}_{PS2} - \dot{\varphi}_{S2}^2 v_2 \cos \varphi_{S2} - \ddot{\varphi}_{S2} v_2 \sin \varphi_{S2} \quad (\text{B.220})$$

Berechnung der Kräfte an den masselosen, reibungsfeien Führungen

Im Bild B.27 werden für das Element SDS die Kräfteverhältnisse an den masselosen Führungen betrachtet. An der Führung 1 im unteren Teil des Bildes wirken in x-Richtung die Lagerkraft $F_{y_{P1}}$ sowie der horizontale Anteil der Normalkraft $-(-Fn_1) \sin \varphi_{U1}$ im Punkt PS1 (Gleichung (B.221)). Das Gleiche gilt sinngemäß für die y-Richtung entsprechend der Gleichung (B.222). Das Momentengleichgewicht um den Punkt P1 vervollständigt die Gleichgewichtsbetrachtungen an der Führung 1 (Gleichung (B.223)).

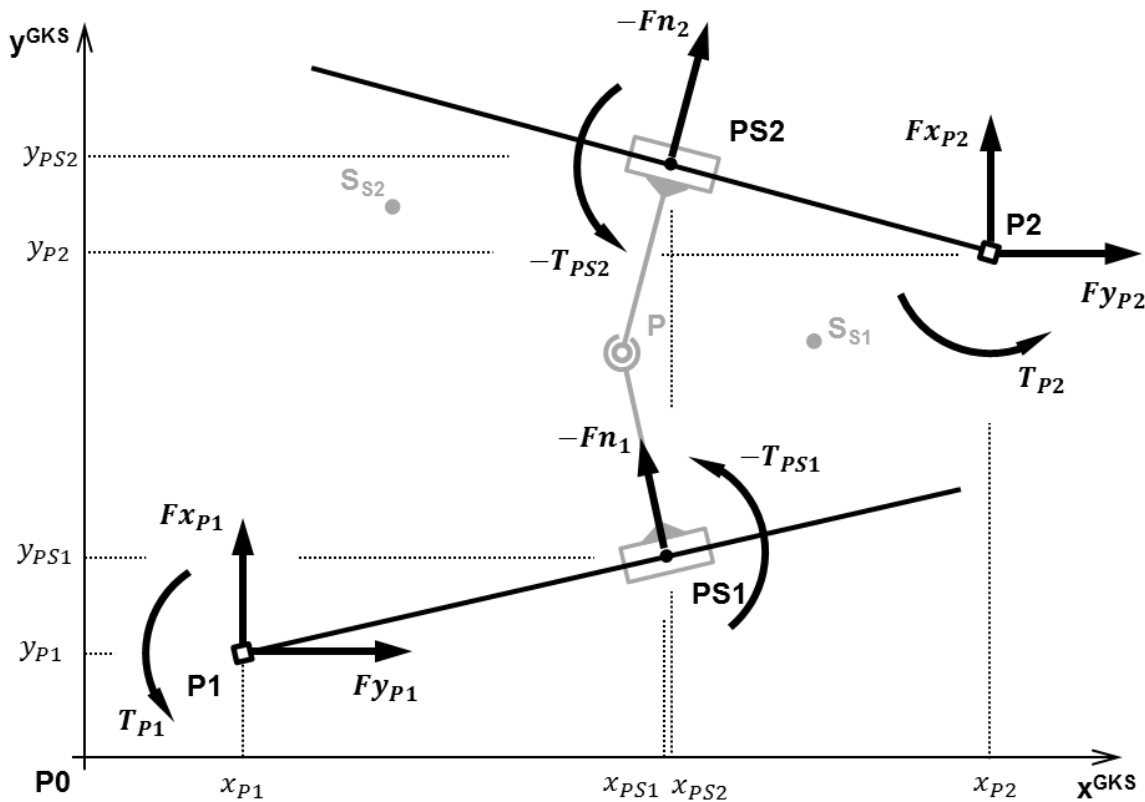


Bild B.27: Kräfte an den Führungen für das Element SDS

$$0 = Fx_{p1} - (-Fn_1) \sin \varphi_{U1} \quad (\text{B.221})$$

$$0 = Fy_{p1} + (-Fn_1) \cos \varphi_{U1} \quad (\text{B.222})$$

$$0 = +(-Fn_1) \sin \varphi_{U1} (y_{PS1} - y_{p1}) \\ + (-Fn_1) \cos \varphi_{U1} (x_{PS1} - x_{p1}) + T_{P1} + (-T_{PS1}) \quad (\text{B.223})$$

Analog zur Vorgehensweise an der Führung 1 werden die Kräftegleichgewichtsbedingungen am Bauteil der Führung 2 mit den Gleichungen (B.224) bis (B.226) aufgestellt.

$$0 = Fx_{p2} - (-Fn_2) \sin \varphi_{U2} \quad (\text{B.224})$$

$$0 = Fy_{p2} + (-Fn_2) \cos \varphi_{U2} \quad (\text{B.225})$$

$$0 = +(-Fn_2) \sin \varphi_{U2} (y_{PS2} - y_{p2}) \\ + (-Fn_2) \cos \varphi_{U2} (x_{PS2} - x_{p2}) + T_{P2} + (-T_{PS2}) \quad (\text{B.226})$$

Berechnung der Kräfte am Schieber 1

Im Bild B.28, S. 258 sind die Kräfte am Bauteil Schieber 1 angetragen. Im Lotfußpunkt PS wirken die Lagerkräfte Fx_{PS1} und Fy_{PS1} sowie das Lagermoment T_{PS1} . Am Punkt P sind die Lagerkräfte Fx_P und Fy_P wirksam. Des Weiteren greifen im Punkt P die über den Anschluss ctr2D3 eingeleiteten Kräfte Fx_{2D3} und Fy_{2D3} und das Moment T_{2D3} an der Ebene des Schiebers 1 an. Die Beschleunigungskräfte $Fax_{S1} - m_{S1}g_x$ und $Fay_{S1} - m_{S1}g_y$ mit dem Trägheitsmoment $T_{a_{S1}}$ sind im Schwerpunkt S_{S1} wirksam.

Die Kräftegleichgewichtsbedingungen in x-Richtung sind in der Gleichung (B.227) und in y-Richtung in der Gleichung (B.228) beschrieben. Das Momentengleichgewicht um den Punkt PS 1 ist in der Gleichung (B.229) bilanziert.

$$0 = Fx_P + Fx_{PS1} - (Fax_{S1} - m_{S1} g_x) + Fx_{2D3} \quad (\text{B.227})$$

$$0 = Fy_P + Fy_{PS1} - (Fay_{S1} - m_{S1} g_y) + Fy_{2D3} \quad (\text{B.228})$$

$$\begin{aligned} 0 = & +(Fax_{S1} - m_{S1} g_x)(y_{SS1} - y_{PS1}) \\ & -(Fay_{S1} - m_{S1} g_y)(x_{SS1} - x_{PS1}) - Ta_{S1} \\ & -Fx_{2D3}(y_P - y_{PS1}) + Fy_{2D3}(x_P - x_{PS1}) + T_{2D3} \end{aligned} \quad (\text{B.229})$$

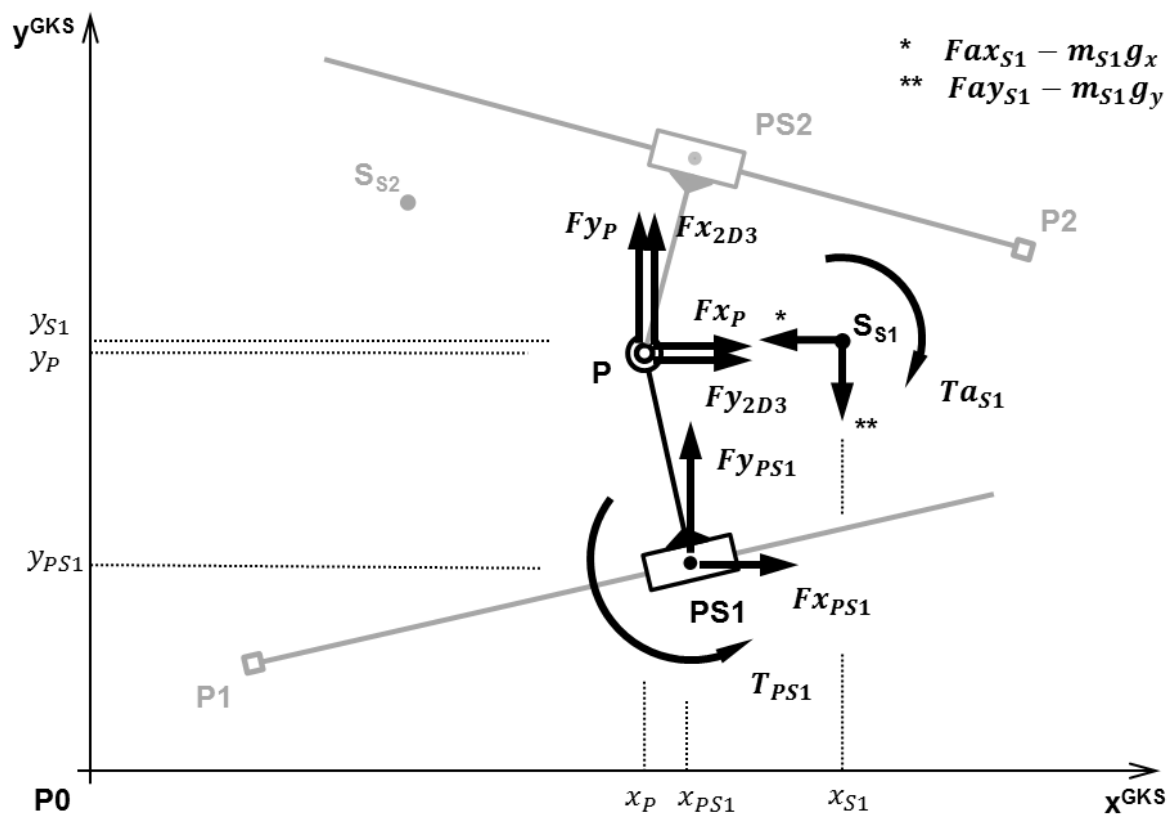


Bild B.28: Kräfte am Schieber 1 für das Element SDS

Berechnung der Kräfte am Schieber 2

Analog zur Aufstellung der Kräfteverhältnisse am Schieber 1 erfolgt die Aufstellung der Kräftebeziehungen für den Schieber 2 gemäß Bild B.29, S. 259.

Die Gleichungen (B.230) und (B.231) liefern das Kräftegleichgewicht in globaler x- und y-Richtung, und das in Gleichung (B.232) aufgestellte Momentengleichgewicht um den Punkt PS2 stellt einen Zusammenhang zu den Drehmomenten der Massenträgheit $T_{a_{S2}}$, dem am Schieber übertragenen Moment T_{PS2} und dem Moment T_{2D4} am Anschluss ctr2D4 her.

$$0 = (-Fx_P) + Fx_{PS2} - (Fax_{S2} - m_{S2} g_x) + Fx_{2D4} \quad (\text{B.230})$$

$$0 = (-Fy_P) + Fy_{PS2} - (Fay_{S2} - m_{S2} g_y) + Fy_{2D4} \quad (\text{B.231})$$

$$\begin{aligned} 0 = & +(Fax_{S2} - m_{S2} g_x)(y_{SS2} - y_{PS2}) \\ & -(Fay_{S2} - m_{S2} g_y)(x_{SS2} - x_{PS2}) - Ta_{S2} \\ & -(-Fx_P)(y_P - y_{PS2}) + (-Fy_P)(x_{PS2} - x_P) + T_{2D4} + T_{PS2} \end{aligned} \quad (\text{B.232})$$

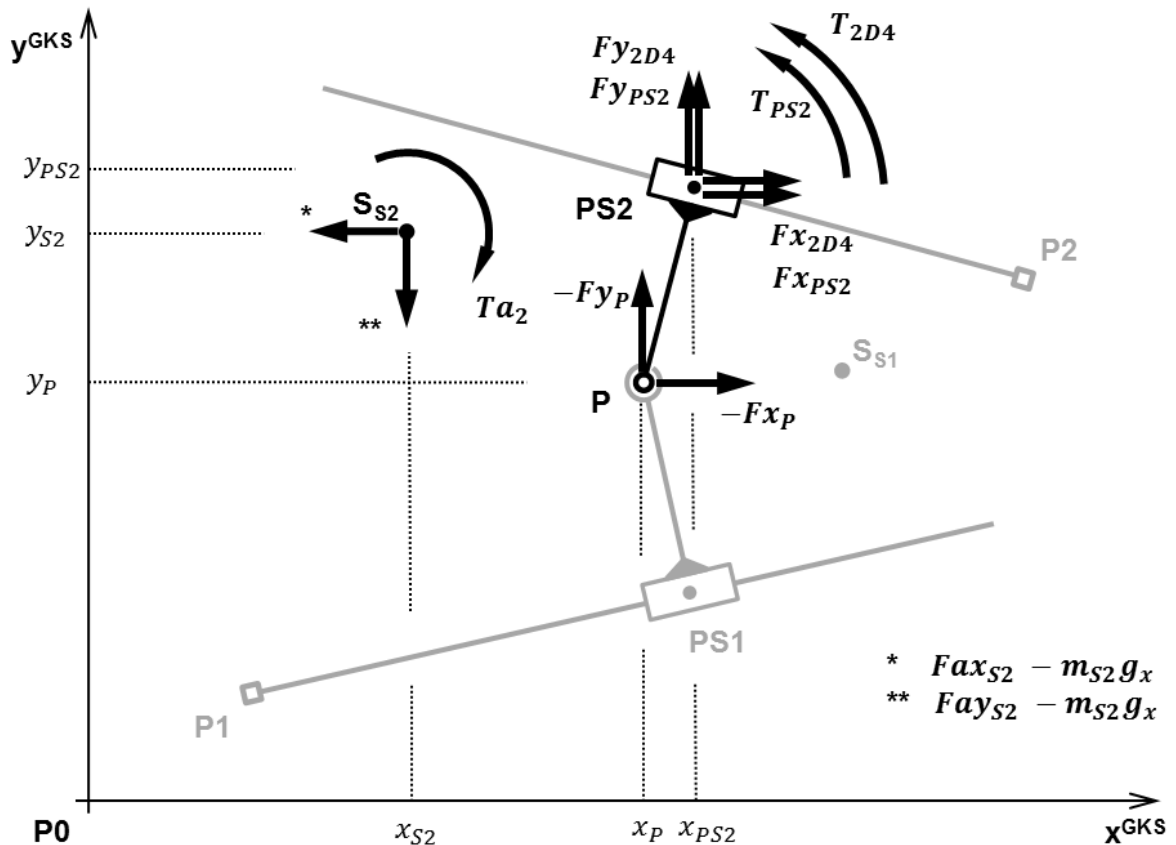


Bild B.29: Kräfte am Schieber 2 für das Element SDS

Kräftezerlegungen an den Schubgelenken

An den Schiebern werden die Gelenkkkräfte zwischen den Schiebern und den Führungen in Normal- und Tangentialkraftkomponenten aufgeteilt. Da die Schubgelenke im Element als reibungsfrei betrachtet werden, werden die Tangentialkräfte zu null angenommen. Im Bild B.30 sind diese Kräftezerlegungen an den Schubgelenken in den Punkten PS1 und PS2 ersichtlich. Die hierbei eingezeichneten Vektorpfeile beziehen sich auf die Kräftewirkungen von der jeweiligen Führung auf den zugehörigen Schieber. Die Anteile der gegenüber dem GKS beschriebenen Lagerkräfte $F_{x_{PS1}}$ und $F_{y_{PS1}}$ im Lotfußpunkt PS1 werden durch eine Drehtransformation in die auf die Schubachse bezogenen Normal- und Tangentialkräfte gemäß den Gleichungen (B.233) und (B.234) zerlegt.

$$Fn_1 = -Fx_{PS1} \sin \varphi_{U1} + Fy_{PS1} \cos \varphi_{U1} \quad (B.233)$$

$$Ft_{S1} = 0 = Fx_{PS1} \cos \varphi_{U1} + Fy_{PS1} \sin \varphi_{U1} \quad (B.234)$$

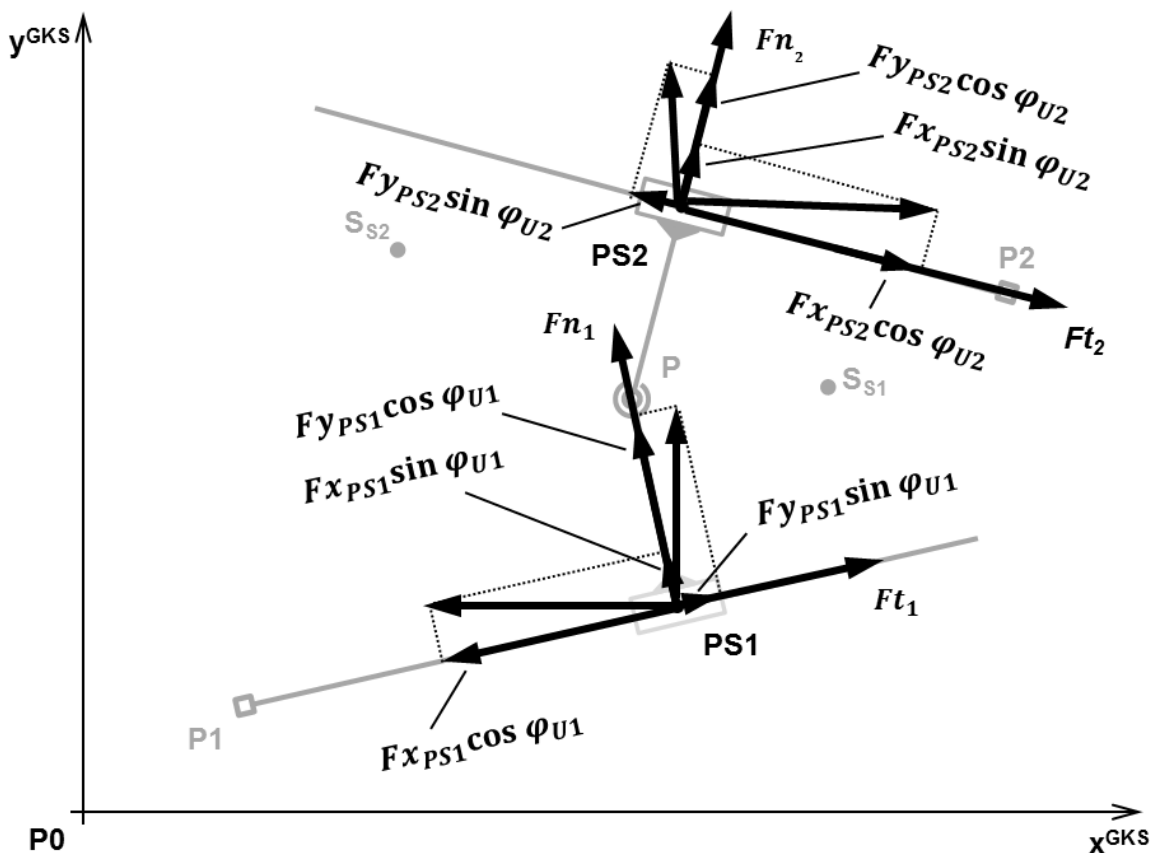


Bild B.30: Kräftezerlegungen an den Schiebern für das Element SDS

Der gleiche Zusammenhang gilt für die im Bild B.30, S. 260 dargestellte Kopplung zwischen dem Schieber 1 und der Führung 1. Die normal und tangential zur Schubgeraden wirkenden Kräfte sind in den Gleichungen (B.235) und (B.236) aufgestellt.

$$Fn_2 = -Fx_{PS2} \sin \varphi_{U2} + Fy_{PS2} \cos \varphi_{U2} \quad (\text{B.235})$$

$$Ft_{S2} = 0 = Fx_{PS2} \cos \varphi_{U2} + Fy_{PS2} \sin \varphi_{U2} \quad (\text{B.236})$$

Übergaben der inneren Variablen auf die Anschlüsse

In der Tabelle B.24, S. 261 sind die Übergaben von den inneren Variablen auf die Variablen der Anschlüsse zusammengestellt. Sind die Anschlüsse ctr2D2 oder ctr2D3 nicht belegt, so werden die Übergaben der zugehörigen Bewegungsgrößen nicht ausgeführt und die inneren Kraftgrößen zu null gesetzt.

Tabelle B.24: Übergaben zwischen Anschluss und inneren Variablen für das Element SDS

Anschluss	Weg/Winkel	Geschwindigkeit	Beschleunigung	Kraft/Moment
ctr2D1	.x = x_{P1} .y = y_{P1} .phi = φ_{U1}	.vx = $\dot{x}_{P1}$.vy = $\dot{y}_{P1}$.om = $\dot{\varphi}_{U1}$	.ax = $\ddot{x}_{P1}$.ay = $\ddot{y}_{P1}$.alp = $\ddot{\varphi}_{U1}$	.Fx = Fx_{P1} .Fy = Fy_{P1} .T = T_{P1}
ctr2D2	.x = x_{P2} .y = y_{P2} .phi = φ_{U2}	.vx = $\dot{x}_{P2}$.vy = $\dot{y}_{P2}$.om = $\dot{\varphi}_{U2}$	.ax = $\ddot{x}_{P2}$.ay = $\ddot{y}_{P2}$.alp = $\ddot{\varphi}_{U2}$	.Fx = Fx_{P2} .Fy = Fy_{P2} .T = T_{P2}
ctr2D3	.x = x_P .y = y_P .phi = φ_{S1}	.vx = $\dot{x}_P$.vy = $\dot{y}_P$.om = $\dot{\varphi}_{S1}$	.ax = $\ddot{x}_P$.ay = $\ddot{y}_P$.alp = $\ddot{\varphi}_{S1}$	.Fx = Fx_{2D3} .Fy = Fy_{2D3} .T = T_{2D3}
ctr2D4	.x = x_{PS2} .y = y_{PS2} .phi = φ_{S2}	.vx = $\dot{x}_{PS2}$.vy = $\dot{y}_{PS2}$.om = $\dot{\varphi}_{S2}$	.ax = $\ddot{x}_{PS2}$.ay = $\ddot{y}_{PS2}$.alp = $\ddot{\varphi}_{S2}$	.Fx = Fx_{2D4} .Fy = Fy_{2D4} .T = T_{2D4}

C Parameter zum Beispiel 8-gliedriges Koppelgetriebe

Tabelle C.1: Programmauszug der Parameter zum Beispiel 8-gliedriges Koppelgetriebe gemäß VDI 2729 Beispiel 2; Die Lagen der Koordinatensysteme zur Definition der Schwerpunktlagen gehen aus den Elementbeschreibungen gemäß Anhang B hervor.

DAN Drehantrieb dAN1

Parameter

Kommentar	Name	Aktueller Wert	Maßeinheit
Bezugssystem für BCS1	frameRef1	EnumType1.relativ	
x-Lage BCS1 im Bezugssystem	x10	98	[mm]
y-Lage BCS1 im Bezugssystem	y10	24	[mm]
Winkel des BCS1 bzgl. Bezugssystem	phi10	0	[rad]
Bezugssystem für PCS2	frameRef2	EnumType2.relativ	
x-Lage PCS2 im Bezugssystem	x20	0	[m]
y-Lage PCS2 im Bezugssystem	y20	0	[m]
Winkel des PCS2 bzgl. Bezugssystem	phi20	0	[rad]
Winkel Link	phiL0	0	[rad]
Drehgeschwindigkeit Link	omL0	0	[rad/s]
Link-Länge	IL	18	[mm]
Massebelegung Link	masEnum	massebehaftet	
Gravitationsbeschleunigung	gravity2D	{0,-gravity}	[m/s ²]
Masse	mL	11.838905	[g]
MTM bezüglich Schwerpunkt	JL	0.91942937	[kgmm ²]
x-Schwerpunktkoordinate	xSLRel	6.6176566	[mm]
y-Schwerpunktkoordinate	ySLRel	0	[m]
Skalierungsfaktor	scal	0.1	[-]
Farbe Glied	rgbPart	{0,0,1}	[-]
Farbe bewegter Punkt	rgbPoint	{1.000000,0.407843,0.125490}	[-]
Transparenz	alpha	1	[-]

Vorgabe preset1

Parameter

Kommentar	Name	Aktueller Wert	Maßeinheit
Vorgabe	kind	Drehgeschwindigkeit	
Drehgeschwindigkeit	om	1.5	[rad/s]
Anfangswinkel	phi0	0 (Fixed)	[deg]

DSD Zweischlag mit Schubgelenk als Kopplung dSD1
Parameter

Kommentar	Name	Aktueller Wert	Maßeinheit
Bezugssystem für BCS1	frameRef1	EnumType1.relativ	
x-Lage BCS1 im Bezugssystem	x10	0	[mm]
y-Lage BCS1 im Bezugssystem	y10	0	[mm]
Winkel des BCS1 bzgl. Bezugssystem	phi10	0	[rad]
Bezugskoordinatensystem für BCS2	frameRef2	EnumType2.relativ	
x-Lage BCS2 im Bezugssystem	x20	50	[mm]
y-Lage BCS2 im Bezugssystem	y20	30	[mm]
Winkel des BCS2 bzgl. Bezugssystem	phi20	0	[rad]
Bezugskoordinatensystem für PCS3	frameRef3	EnumType3.relativ	
x-Lage PCS3 im Bezugssystem	x30	0	[m]
y-Lage PCS3 im Bezugssystem	y30	0	[m]
Winkel des PCS3 bzgl. Bezugssystem	phi30	0	[rad]
Bezugskoordinatensystem für PCS4	frameRef4	EnumType4.relativ	
x-Lage PCS4 im Bezugssystem	x40	0	[m]
y-Lage PCS4 im Bezugssystem	y40	0	[m]
Winkel des PCS4 bzgl. Bezugssystem	phi40	0	[rad]
Versetzung zwischen Führung und Gelenkpunkt P2	off	-10	[mm]
Massebelegung der Körper	masEnum	massebehaftet	
Gravitationsbeschleunigung	gravity2D	{0,-gravity}	[m/s ²]
Masse	mU	1	[kg]
MTM bezüglich Schwerpunkt	JU	0.1	[kgm ²]
x-Schwerpunktkoordinate im UCS	xSURel	0	[m]
y-Schwerpunktkoordinate im UCS	ySURel	0	[m]
Masse	mS	112.33331	[g]
MTM bezüglich Schwerpunkt	JS	75.986105	[kgmm ²]
x-Schwerpunktkoordinate im SCS	xSSRel	-27.015926	[mm]
y-Schwerpunktkoordinate im SCS	ySSRel	13.750918	[mm]
Skalierungsfaktor	scal	0.1	[-]
Farbe Glied	rgbPart	{0,0,1}	[-]
Farbe bewegter Punkt	rgbPoint	{1.000000,0.407843,0.125490}	[-]
Transparenz	alpha	1	[-]

SDS Zweischlag mit Schubgelenken als Anschluss sDS1
Parameter

Kommentar	Name	Aktueller Wert	Maßeinheit
Bezugssystem für UCS1	frameRef1	EnumType1.relativ	
x-Lage UCS1 im Bezugssystem	x10	-10	[mm]
y-Lage UCS1 im Bezugssystem	y10	105	[mm]
Winkel des UCS1 bzgl. Bezugssystem	phi10	0	[rad]
Bezugssystem für UCS2	frameRef2	EnumType2.relativ	
x-Lage UCS2 im Bezugssystem	x20	0	[m]
y-Lage UCS2 im Bezugssystem	y20	0	[m]
Winkel des UCS2 bzgl. Bezugssystem	phi20	-95	[deg]
Bezugssystem für PCS3	frameRef3	Connection-Koordinatensystem an ctr2D3	
x-Lage PCS3 im Bezugssystem	x30	0	[m]
y-Lage PCS3 im Bezugssystem	y30	0	[m]
Winkel des PCS3 bzgl. Bezugssystem	phi30	0	[rad]
Bezugssystem für PCS4	frameRef4	EnumType4.relativ	
x-Lage PCS4 im Bezugssystem	x40	0	[m]
y-Lage PCS4 im Bezugssystem	y40	0	[m]
Winkel des PCS4 bzgl. Bezugssystem	phi40	0	[rad]
y-Versatz Punkt P im SCS1	off1	-35	[mm]
y-Versatz Punkt P im SCS2	off2	20	[mm]
Massebelegung der Körper	masEnum	massebehaftet	
Gravitationsbeschleunigung	gravity2D	{0,-gravity}	[m/s²]
Masse Schieber 1	mS1	26.039372	[g]
MTM bezüglich Schwerpunkt	JS1	0.1	[kgm²]
x-Schwerpunktkoordinate	xSS1Rel	0	[m]
y-Schwerpunktkoordinate	ySS1Rel	0	[m]
Masse Schieber 2	mS2	17.646559	[g]
MTM bezüglich Schwerpunkt	JS2	2.483826	[kgmm²]
x-Schwerpunktkoordinate	xSS2Rel	-8.4422094	[mm]
y-Schwerpunktkoordinate	ySS2Rel	8.1920228	[mm]
Skalierungsfaktor	scal	0.1	[-]
Farbe Glied	rgbPart	{0,0,1}	[-]
Farbe bewegter Punkt	rgbPoint	{1.000000,0.407843,0.125490}	[-]
Transparenz	alpha	1	[-]

SSD Zweischlag mit Schubgelenken als Anschluss und Kopplung sSD1
Parameter

Kommentar	Name	Aktueller Wert	Maßeinheit
Bezugssystem für UCS1	frameRef1	EnumType1.relativ	
x-Lage UCS1 im Bezugssystem	x10	115	[mm]
y-Lage UCS1 im Bezugssystem	y10	105	[mm]
Winkel des UCS1 bzgl. Bezugssystem	phi10	0	[rad]
Bezugssystem für BCS2	frameRef2	EnumType2.relativ	
x-Lage BCS2 im Bezugssystem	x20	0	[m]
y-Lage BCS2 im Bezugssystem	y20	0	[m]
Winkel des BCS2 bzgl. Bezugssystem	phi20	0	[rad]
Bezugssystem für PCS3	frameRef3	EnumType3.relativ	
x-Lage PCS3 im Bezugssystem	x30	0	[m]
y-Lage PCS3 im Bezugssystem	y30	0	[m]
Winkel des PCS3 bzgl. Bezugssystem	phi30	0	[rad]
Bezugssystem für PCS4	frameRef4	EnumType5.relativ	
x-Lage PCS4 im Bezugssystem	x40	0	[m]
y-Lage PCS4 im Bezugssystem	y40	0	[m]
Winkel des PCS4 bzgl. Bezugssystem	phi40	0	[rad]
y-Versatz Punkt P im SCS1	off1	-10	[mm]
y-Versatz Punkt P2 im SCS2	off2	-8	[mm]
Winkel-Versatz SCS2 im SCS1	offphi	-50	[deg]
Massebelegung der Körper	masEnum	massebehaftet	
Gravitationsbeschleunigung	gravity2D	{0,-gravity}	[m/s ²]
Masse Schieber 1	mS1	36.058114	[g]
MTM bezüglich Schwerpunkt	JS1	11.425901	[kgmm ²]
x-Schwerpunktkoordinate	xSS1Rel	0	[m]
y-Schwerpunktkoordinate	ySS1Rel	0	[m]
Masse Schieber 2	mS2	1.8954624	[g]
MTM bezüglich Schwerpunkt	JS2	0.014961276	[kgmm ²]
x-Schwerpunktkoordinate im SCS2	xSS2Rel	0	[m]
y-Schwerpunktkoordinate im SCS2	ySS2Rel	0	[m]
Skalierungsfaktor	scal	0.1	[-]
Farbe Glied	rgbPart	{0,0,1}	[-]
Farbe bewegter Punkt	rgbPoint	{1.000000,0.407843,0.125490}	[-]
Transparenz	alpha	1	[-]

FGP Führung eines Gliedpunktes fGP2
Parameter

Kommentar	Name	Aktueller Wert	Maßeinheit
Bezugssystem für UCS	frameRef1	EnumType2.relativ	
x-Lage UCS im Bezugssystem	x10	0	[m]
y-Lage UCS im Bezugssystem	y10	0	[m]
Winkel des UCS bzgl. Bezugssystem	phi10	-125	[deg]
Bezugssystem für PCS	frameRef2	EnumType3.relativ	
x-Lage PCS im Bezugssystem	x20	0	[m]
y-Lage PCS im Bezugssystem	y20	0	[m]
Winkel des PCS bzgl. Bezugssystem	phi20	0	[rad]
Gliedlänge	lU	50	[mm]
Massebelegung der Körper	masEnum	masselos	
x-Schwerpunktkoordinate	xSURel	lU/2	[m]
y-Schwerpunktkoordinate	ySURel	0	[m]
Skalierungsfaktor	scal	0.1	[-]
Farbe Glied	rgbPart	{0,0,1}	[-]
Farbe bewegter Punkt	rgbPoint	{1.000000,0.407843,0.125490}	[-]
Transparenz	alpha	1	[-]

Liste eigener Veröffentlichungen

- 2013** Heinrich, S.; Berger, M.; Ebert, F.: Static force balance with spring mechanisms. In: ITI GmbH (Hrsg.), 16. ITI Symposium Dresden. 12.-14.11.2013, S. 224-231

Ebert, F.; Berger, M.: Statischer Kraftausgleich mit Bandgetrieben und Federn. In: Zentner, L. (Hrsg.), 10. Kolloquium Getriebetechnik. Ilmenau, Verlagshaus Mosenstein und Vannerdat OHG, 11.-13.09.2013, S. 231-248, ISBN 978-3-86360-065-5

Ebert, F.; Berger, M.: Modulare ganzheitliche Systemsimulation komplexer Antriebssysteme mit Band- und Koppelgetrieben. In: Ingenieurspiegel - Fachmagazin für Ingenieure 3/2013, Public Verlagsgesellschaft, Bingen, 2013, S. 44-45, ISSN 1868-5919

- 2012** Nagel, T.; Ebert, F.: Neueste Entwicklungen auf dem Gebiet der Zahnriemengetriebe - Teil 1. Aktuelles von der 16. Fachtagung Zahnriemengetriebe in Dresden. In: Antriebstechnik. 12/2012, S. 30-32

Ebert, F.; Berger, M.: Calculation of mass compensation for non-linear transmission gears. In: ITI GmbH (Hrsg.), 15. ITI Symposium. Dresden, 14.-15.11.2012, S. 119-123

Ebert, F.; Denninger, D.; Berger, M.: Simulation ebener Riemengetriebe mit linearer und nichtlinearer Übersetzung. In: Nagel, T. (Hrsg.), 16. Internationale Fachtagung Zahnriemengetriebe. Dresden, 18.-19.09.2012, S. 28-38, ISBN 978-3-00-038085-3

Ebert, F.; Berger, M.: Band Mechanism with Nonlinear Gear Ratio for Gravity Force Balance. In: Beran, J. et al. (Hrsg.), Advances in Mechanisms Design - Proceedings of TMM 2012. Liberec, Springer, 04.-06.09.2012, S. 21-26, ISBN 978-94-007-5124-8

Berger, M.; Ebert, F.: Effiziente Werkzeuge zur ganzheitlichen Systemsimulation komplexer nichtlinearer Antriebssysteme mit Koppel- und Bandgetrieben. In: Majschak, J.-P. (Hrsg.), Verarbeitungsmaschinen und Verpackungstechnik VVD 2012. Dresden, Selbstverlag der Technischen Universität Dresden, 22.-23.03.2012, S. 99-119, ISBN 978-3-86780-272-7

- 2011** Ebert, F.; Berger, M.; Heinrich, S.: Analysis of Belt Drives with circular and variable Pulleys in SimulationX. In: ITI GmbH (Hrsg.), 14. ITI Symposium Dresden. 30.11.-01.12.2011, S. 117-121

Ebert, F.; Berger, M. ; Heinrich, S.: Ganzheitliche Systemsimulation komplexer Antriebssysteme mit nichtlinearer Charakteristik. In: Berger, M. (Hrsg.), 9. Kolloquium Getriebetechnik. 2011, S. 395-418, ISBN 978-3-941003-40-8

- 2010** Ebert, F. et al.: Simulation of planar Linkages in SimX with modular Library Elements, Dresden. In: ITI GmbH (Hrsg.), 13. ITI Symposium. 24.-25.11.2010, S. 66-70

- 2009** Berger, M.; Riedel, M.; Ebert, F.; Weber, M.: Entwicklung eines gedämpften Roboterhandgelenks für stoßartige Prozesskräfte. In: 20. Internationale Wissenschaftliche Konferenz Mittweida. 28.10.-29.10.2009, Scientific Reports IWKM 2009, Nr.5, 2009, S. 58-61, ISBN 1437-7624

Ebert, F.; Berger, M.: Anwendung des Theorems von Roberts/ Tschebyshev zur CAD-basierten und effizienten Auslegung teilflexibler Führungsgetriebe. In: Rieg, F. (Hrsg.), 7. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik KT2009. Bayreuth, 7.-8.09.2009, S. 179-186, ISBN 978-3-00-028223-2

Ebert, F.; Berger, M.: CAD basierte Ermittlung des reduzierten Massenträgheitsmoments für periodisch arbeitende Mechanismen mit ProE und Mathcad. In: Berger, M. (Hrsg.), SAXON SIMULATION MEETING 2009. Chemnitz, S.179-186, ISBN 978-3-00-028222-5

Ebert, F. et al.: Development of a Library to Analysis Belt Drives in SimulationX. In: ITI GmbH (Hrsg.), 12. ITI Symposium Dresden. Dresden, 2009

Patente

Weber, K.-M.; Berger, M.; Ebert, F.: Schutzrecht Patent: DE102010044926A1, Gedämpftes Roboterhandgelenk für stoßartige Prozesskräfte, 21.04.2011

