Mikromechanische Analyse der Wirkungsmechanismen elektrischer Dehnungsmessstreifen

Von der Fakultät
für Maschinenbau und Verfahrenstechnik
der Technischen Universität Chemnitz

genehmigte

Habilitationsschrift

zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktoringenieur habilitatus
(Dr.-Ing. habil.)

vorgelegt

von	Dr.-Ing. Martin Stockmann	
geboren am	28.06.1953	in Annaberg-Buchholz
eingereicht am	21.06.1999	

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Jochen Naumann
Prof. Dr.-Ing. habil. Herbert Weber
Prof. Dr.-Ing. habil. Karl-Ludwig Kotte

Chemnitz, den 25.02.2000

Stockmann, Martin

Mikromechanische Analyse der Wirkungsmechanismen elektrischer Dehnungsmessstreifen

Habilitation an der Fakultät für Maschinenbau und Verfahrenstechnik der
Technischen Universität Chemnitz, Institut für Mechanik, Chemnitz 2000

161 Seiten
96 Abbildungen
2 Tabellen
71 Literaturzitate

Referat

Die elektrische Dehnungsmesstechnik auf der Grundlage separater Dehnungsmessstreifen (DMS) stellt heute eine der wesentlichsten Methoden zur experimentellen Beanspruchungsanalyse dar. Präzise Messungen außerhalb der Kalibrierbedingungen, insbesondere bei großen Deformationen oder hohen Querdehnungsanteilen, erfordern die Berücksichtigung nichtlinearer Zusammenhänge zwischen den zu bestimmenden Komponenten der Bauteildehnung und der Widerstandsänderung des Messgitters.
Die Theorie dieser Zusammenhänge wird in zwei unterschiedlichen Formulierungen dargestellt. In der ersten Formulierung werden die für den Messgitterwerkstoff geltenden Leitfähigkeiten durch einem dreidimensionalen Ansatz mit den Dehnungskomponenten im Leiter verknüpft. Die Bestimmung der definierten Leitfähigkeitsparameter erfolgt exemplarisch für eine DMS-Konstantanfolie. In Form von Übertragungsfaktoren wird berücksichtigt, dass die Querdehnungskomponente der Bauteildehnung nicht vollständig auf die Stege und Umlenkstellen des Messgitters übertragen wird. Die zweite Formulierung basiert auf den vom DMS-Hersteller angegebenen Empfindlichkeiten präparierter Dehnungsmessstreifen in Längs- und Querrichtung.
Die Genauigkeit der abgeleiteten Widerstands-Dehnungsbeziehungen wird durch zwei unterschiedliche Versuche, bei denen die DMS-Messstellen längs bzw. quer zum einachsigen Spannungsfeld orientiert sind, überprüft. Die maximalen Dehnungen betragen dabei 5 bzw. 8 %.

Schlagworte

Dehnungsmessstreifen, Mikromechanik, Dehnungsübertragung, Leitfähigkeit, Moiréinterferometrie, Gitterprüfung, Querempfindlichkeit, Querdehnungsaufnehmer, Kalibrierversuche

Vorwort

Die vorliegende Habilitationsschrift entstand in den Jahren 1992-99 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Professur für Experimentelle Mechanik (Prof. Dr.-Ing. habil. J. Naumann) der Technischen Universität Chemnitz. Das Forschungsprofil des Lehrstuhls wurde in dieser Zeit wesentlich durch Arbeiten zur experimentellen Analyse von Deformationsfeldern für die Identifikation von Materialparametern elastisch-plastischer Stoffgesetze geprägt. Neben der feldmäßigen Erfassung der Deformationsentwicklung mit dem Moiréverfahren erforderte diese Aufgabenstellung Präzisionsmessungen mit elektrischen Dehnungsmessstreifen bis in den Bereich großer Dehnungen. Um eine hohe Messgenauigkeit zu garantieren waren grundlegende theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Verhalten von Foliendehnungsmessstreifen notwendig. Diese Arbeiten wurden von mir konzipiert und durchgeführt. Sie bilden den Ausgangspunkt für die vorliegende zusammenfassende Darstellung zur Analyse der Wirkungsmechanismen elektrischer Dehnungsmessstreifen.

In erster Linie bedanke ich mich bei meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. J. Naumann, für die wertvollen Anregungen und Diskussionen, für die gewährte Freizügigkeit in der wissenschaftlichen Arbeit und für das mir entgegengebrachte Vertrauen.

Ich bedanke mich auch bei meinem früheren Lehrer, Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. J. Heymann, der mich für die Experimentelle Mechanik begeisterte und bei dem ich wissenschaftlich arbeiten und promovieren konnte.

Für die Durchsicht der Arbeit und für die Bereitschaft zur Übernahme eines Gutachtens bedanke ich mich herzlich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. H. Weber von der Universität Karlsruhe (TH) und bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. K. L. Kotte von der Technischen Universität Dresden.

Mein Dank gilt weiterhin allen Mitarbeitern und Angestellten des Institutes für Mechanik, die mich unterstützt haben. Dabei denke ich besonders an die Laboringenieure und die Mitarbeiter der Werkstatt, ohne deren qualifizierte Arbeit experimentelle Untersuchungen nicht möglich sind.

Ich bedanke mich auch bei der Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH für die unkomplizierte Bereitstellung von DMS-Halbzeugen.

Inhaltsverzeichnis

		Seite
0	**Vorbemerkungen**	**1**
1	**Stand der Forschung und Einordnung der eigenen Aufgabenstellung**	**3**
2	**Grundeigenschaften von Foliendehnungsmessstreifen**	**14**
2.1	Mechanische Eigenschaften	15
2.1.1	Messgitter (Konstantan)	15
2.1.2	Trägerfolie (Polyimid)	19
2.1.3	Klebstoff (Epoxidharz)	21
2.2	Elektrische Eigenschaften	23
2.2.1	Konstantan als Widerstandsmaterial	23
2.2.2	Potentialverteilung und Stromfluss im Messgitter	25
2.2.2.1	Elektro-physikalische Grundlagen	25
2.2.2.2	Numerische Simulation	29
2.2.2.3	Experimentelle Untersuchungen	34
3	**Mechanik der Dehnungsübertragung**	**37**
3.1	Experimentelle Analyse der Dehnungsübertragung	37
3.1.1	Messverfahren Mikromoiréinterferometrie	37
3.1.1.1	Verfahrensgrundlagen	37
3.1.1.2	Interferometer, Anordnungen und Empfindlichkeit	41
3.1.1.3	Auswahl geeigneter Gitter	44
3.1.1.4	Technologische Fragen und Versuchsdurchführung	50
3.1.2	Messergebnisse	53
3.1.2.1	Übertragung der Längsdehnung	53
3.1.2.2	Übertragung der Querdehnung	54
3.1.2.3	Sonderzeichen im Dehnungsfeld	59

3.2	Numerische Simulation der Dehnungsübertragung	61
3.2.1	Zweidimensionales Modell	63
3.2.2	Dreidimensionales Modell	66
4	**Widerstandsänderung bei mechanischer Beanspruchung**	**69**
4.1	Vergleich und Wertung bekannter Ergebnisse	69
4.1.1	Elastische Deformationen	69
4.1.2	Elastisch-plastische Deformationen	74
4.2	Widerstands-Dehnungsbeziehung	77
4.2.1	Einzelner Leiterstreifen	77
4.2.2	Vollständiger DMS	81
4.2.3	Empfindlichkeitsdarstellung	85
4.3	Experimentelle Bestimmung der Leitfähigkeitskonstanten	88
4.3.1	Versuchskonzept Kreisplatte	88
4.3.2	Auswertung und Ergebnisse	90
5	**DMS-Messstelle längs zum einachsigen Spannungsfeld**	**96**
5.1	Dehnungsauswertung	96
5.2	Experimentelle Untersuchungen	100
5.2.1	Versuchskonzept Biegebalken	100
5.2.2	Auswertung der Referenzdehnung	103
5.2.3	Ergebnisse	106
6	**DMS-Messstelle quer zum einachsigen Spannungsfeld**	**111**
6.1	Querempfindlichkeitsphänomene	111
6.2	Experimentelle Untersuchungen	117
6.2.1	Versuchskonzept Zugstab	117
6.2.2	Konditionierung der Probestäbe	118
6.2.3	Querdehnungsaufnehmer	120
6.2.4	Auswertung und Ergebnisse	125

7 Entwicklungspotentiale in der DMS-Messtechnik 130

7.1 Querempfindlichkeitskompensation 130

7.2 Mehrfachverwendbare Dehnungsmessstreifen 132

7.3 Systemintegration 135

7.4 Softwarekonzepte 136

8 Schlussbemerkungen 139

9 Literatur 141

10 Anlagen 148

Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen und Abkürzungen

Mechanik

a	Verfestigungsparameter
E	Elastizitätsmodul
ν	Querkontraktionszahl
F	Kraft
$\{F\}$	Kraftvektor
$[K]$	Steifigkeitsmatrix
n	Verfestigungsparameter
p	Druck
u	Verschiebung
$\{u\}$	Verschiebungsvektor
w	Durchsenkung
$S_Ü$	Übertragungsfaktor der Bauteildehnung auf die Stege des Messgitters
$U_Ü$	Übertragungsfaktor der Bauteildehnung auf die Umlenkstellen des Messgitters
Π	potentielle Energie
ε	technische Dehnung
$\dot{\varepsilon}$	Dehnungsgeschwindigkeit
ε^{el}	elastischer Dehnungsanteil
ε^{pl}	plastischer Dehnungsanteil
ε_1, ε_2	Hauptdehnungen
ε_L, ε_Q	Längs- bzw. Querdehnungskomponente im Messgitter
ε_l, ε_q	Längs- bzw. Querdehnungskomponente in der Bauteiloberfläche
ε_F	einachsige Fließdehnung
φ	natürliche Dehnung (die Indizes besitzen die gleiche Bedeutung wie bei ε)
σ	Spannung (die Indizes besitzen die gleiche Bedeutung wie bei ε)
$f_M(\varepsilon_{ij})$	VON-MISESsche Fließbedingung

Elektrotechnik

R	Widerstand
R_S	Widerstand eines Steges
R_U	Widerstand einer Umlenkstelle
S_R	Anteil des Widerstandes der Stege am Gesamtwiderstand des DMS
U_R	Anteil des Widerstandes der Umlenkstellen am Gesamtwiderstand des DMS
u	Spannung
i	Stromstärke
E	Feldstärke
S	Konvektionsstromdichte
ρ	spezifischer Widerstand
α_R	Temperaturkoeffizient des Widerstandes
β_V	Proportionalitätsfaktor zwischen der Widerstandsänderung und der Volumenänderung
β_ρ	Proportionalitätsfaktor zwischen der Änderung des spezifischen Widerstandes und der Volumenänderung
β_l	Proportionalitätsfaktor zwischen der Änderung des spezifischen Widerstandes eines Leiters in Längsrichtung und der Längsdehnung
β_q	Proportionalitätsfaktor zwischen der Änderung des spezifischen Widerstandes eines Leiters in Längsrichtung und der Querdehnung

Optik

a	Amplitude	m, n, k, l	Beugungsordnungen
A	Feldstärke	ß	Abbildungsmaßstab
I	Intensität	f	Brennweite
K	Kontrast	p	Gitterkonstante
f, ω	Frequenz		
λ	Wellenlänge		
δ	Gangunterschied		
ϕ	Phasenverschiebung		

0 Vorbemerkungen

Die auf den Gebieten der Mikromechanik, der Mikroelektronik und der Computertechnik erreichten Fortschritte eröffnen auch bei der Entwicklung und Anwendung von Sensoren zur Messung mechanischer Größen neue Möglichkeiten.

Fertigungstechnologien aus dem Bereich der Mikroelektronik gestatten es, Sensoren und Aufnehmer, den Anforderungen entsprechend, immer weiter zu miniaturisieren. Dabei können komplette Sensoren maßstäblich nur bis zu einem gewissen Grad verkleinert werden, so dass sich zunehmend parameterbestimmende Größenverhältnisse und daraus folgend die Übertragungseigenschaften verändern. Für die Berechnung der Kennwerte ist eine dreidimensionale Analyse der Deformationsübertragung vom Bauteil in das eigentliche Sensorelement erforderlich.

Eine weitere wichtige Entwicklungsrichtung stellt die Integration des Sensors, der die Umwandlung der zu analysierenden Eingangsgröße in eine elektrisch detektierbare Ausgangsgröße vornimmt, und eine sich anschließende erste Signalaufbereitung zu einer räumlichen Einheit dar. Diese Integration erfordert es, traditionelle Konstruktionsprinzipien und Materialfragen neu zu überdenken.

Geprägt von den in der Vergangenheit eher bescheidenen Möglichkeiten der Messwertverarbeitung bestand die bisherige Entwicklungsstrategie darin, Sensoren bereitzustellen, die möglichst alle Fehlereinflüsse in sich selbst kompensieren und bei denen sich die Ausgangsgröße linear zu der zu bestimmenden Eingangsgröße verhält.

Bei analog arbeitenden Sensoren ist dieses Verhalten oft nur näherungsweise technisch realisierbar, so dass zur Verringerung der Messunsicherheit auch ein anderer Weg beschritten werden kann. Sind sowohl die Übertragungseigenschaften des Sensors als auch alle Eingangsgrößen bekannt, ist es möglich, im Prozess der Signalverarbeitung ein fehlerfreies Ausgangssignal zu berechnen. Das gilt auch dann, wenn die Übertragungseigenschaften kompliziert sind und verschiedene sekundäre Eingangsgrößen das Ergebnis beeinflussen. Voraussetzung für diese numerische Messwertkorrektur ist, dass die Zusammenhänge zwischen allen Eingangsgrößen und der Ausgangsgröße bekannt sind und mathematisch formuliert werden können. Der heute erreichte Stand in der Rechentechnik erlaubt es dabei, die oft umfangreichen Operationen mit so hoher Geschwindigkeit durchzuführen, dass das Rechenergebnis praktisch in Echtzeit zur Verfügung steht.

Während diese Vorgehensweise auf verschiedenen Gebieten der Messtechnik, so z.B. bei der Infrarot-Thermografie, zwingende Voraussetzung für eine vernünftige Auswertung ist, wird in

anderen Bereichen traditionell noch mit von der Signalverarbeitung entkoppelten Sensoren gearbeitet.

Für die Beanspruchungsanalyse mittels elektrischer Dehnungsmessstreifen (DMS) wurden in den vergangenen Jahren leistungsfähige Foliendehnungsmessstreifen geschaffen, die sich durch eine hohe Linearität zwischen der Dehnungskomponente in der Hauptrichtung des DMS und der Änderung des elektrischen Widerstandes, durch geringes Übersprechen der Querdehnungskomponente und durch vertretbare Fehler bei Temperaturschwankungen und anderen Einflüssen auszeichnen.

Bei genauerer Betrachtung zeigt sich aber, dass insbesondere bei der experimentellen Beanspruchungsanalyse die Messunsicherheit in den letzten 10 Jahren kaum noch wesentlich gesenkt werden konnte. Es ist festzustellen, dass die Entwicklung des eigentlichen Sensors stagniert, und dass die in den modernen Messverstärkern heutiger Bauart implizierten Softwaresysteme alle möglichen Funktionen ausführen können, aber nicht mit der numerischen Messwertkorrektur auf gehobenem wissenschaftlichen Niveau beschäftigt sind.

Verändern lässt sich dieser Zustand nur, wenn es gelingt, den gesamten komplexen Wirkungsmechanismus elektrischer Dehnungsmessstreifen bzw. fertig präparierter DMS-Messstellen besser als bisher zu verstehen.

Im Falle der Deformationsanalyse mit Dehnungsmessstreifen sind die Zusammenhänge zwischen den Eingangsgrößen und der letztendlich messbaren elektrischen Widerstandsänderung allerdings sehr komplex. Alle in der Ebene der Bauteiloberfläche liegenden Komponenten des Deformationstensors wirken auf den DMS ein und erzeugen in den verschiedenen Bereichen der metallischen Folie dreiachsige Deformationszustände, die sowohl von den Deformationen der Bauteiloberfläche als auch von den stofflichen und geometrischen Eigenschaften der Trägerfolie, des Klebstoffes und auch der metallischen Folie selbst abhängen. Die Deformationszustände in den verschiedenen Bereichen der metallischen Folie stehen dann im Zusammenhang mit der integral messbaren Veränderung des elektrischen Widerstandes.

Die Analyse, Beschreibung und messtechnische Überprüfung dieser Zusammenhänge ist Inhalt der vorliegenden Arbeit. Sie versteht sich als Beitrag zum besseren Verständnis der Wirkungsweise moderner elektrischer Foliendehnungsmessstreifen und entwickelt Strategien zur Konstruktion von Dehnungsmessstreifen mit verbesserten Messeigenschaften bzw. zur Schaffung moderner Auswertealgorithmen.

1 Stand der Forschung und Einordnung der eigenen Aufgabenstellung

Bahnbrechende Erfindungen, die später manchmal als geniale Ideen einzelner Personen dargestellt werden, sind immer eingebettet in einen langwierigen, zum Teil von Irrwegen begleiteten Erkenntnis- und Entwicklungsprozess, an dem viele, oftmals auf unterschiedlichen Gebieten arbeitende Menschen beteiligt sind und bei dem sich neue Gedanken stets nur einen kleinen Schritt über den bekannten Wissensstand erheben.

Auch bei der Entwicklung elektrischer Dehnungsmessstreifen war das so. Hier zeigt sich in besonderem Maße, wie wichtige praktische Aufgabenstellungen – es war der Bedarf an effizienten Messverfahren für mechanische Größen wie Kraft, Druck, Deformation und Spannung – durch kreative Verbindung von vielen Einzelerkenntnissen auf unterschiedlichen Wissensgebieten letztendlich zu einem frappierend einfachen, aber in seiner Anwendung ungeheuer leistungsfähigen Messprinzip geführt haben.

Wenn man auf dem Entwicklungsweg zu elektrischen Dehnungsmessstreifen einen sehr frühen Ausgangspunkt definieren will, dann ist es sicherlich angemessen, diesen Platz **Georg Simon Ohm** zu gewähren, der 1826 das nach ihm benannte Gesetz der Stromleitung entdeckte und auch bereits die Grundprinzipien der Stromverzweigung in Netzwerken formulierte. Er legte damit das Fundament für den wenige Jahre später möglichen Gedanken, den elektrischen Widerstand eines Leiters mit einer Brückenschaltung bestimmen zu können. Diese später nach Wheatstone benannte Schaltung wurde von **Samuel Hunter Christie** 1833 entwickelt. Der etwas geschäftstüchtigere **Sir Charles Wheatstone** erkannte allerdings sofort die Bedeutung dieser Brückenschaltung, die darin besteht, dass elektrische Widerstände unabhängig von der Stabilität der Spannungsquelle genau vermessen werden können. Er machte die Brückenschaltung unter seinem Namen bekannt und verwendete sie schon 1834 für Experimente zur Messung des elektrischen Widerstandes von Drähten.

Die messtechnischen Grundlagen waren damit geschaffen. Es fehlte aber noch die Erkenntnis, dass zwischen dem elektrischen Widerstand eines Leiters und seiner mechanischen Beanspruchung ein signifikanter Zusammenhang besteht.

Sir William Thomson (Lord Kelvin of Largs) war es, der mit seiner 1856 entwickelten sog. Thomsonschen (Kelvinschen) Doppelbrückenschaltung, bei der die Leitungs- und Übergangswiderstände nicht in die Messung eingehen, erste Experimente zum Widerstandsverhalten von Metallen bei Belastung durchführte.

Systematische Untersuchungen zum Widerstands-Beanspruchungsverhalten von elektrischen Leitern folgten viel später. Hervorzuheben ist hier vor allen **P. W. Bridgman**, auf dessen Arbeiten später noch mehrfach im Detail eingegangen werden soll.

Ab 1915 beschäftigte sich Bridgman zielgerichtet mit der Analyse des Zusammenhangs zwischen mechanischer Beanspruchung und dem elektrischen Widerstand von Metallen und Legierungen. Er führte bemerkenswert viele Experimente durch und formulierte Widerstands-Beanspruchungs-Beziehungen für unterschiedliche Beanspruchungszustände und für eine Vielzahl von Werkstoffen. Seit dieser Zeit war endgültig klar, dass die mechanische Beanspruchung eines Leiters, wodurch auch immer, eine Änderung des elektrischen Widerstandes bewirkt, dass diese Änderung vom Material des Leiters abhängt und dass sie mit der zur Verfügung stehenden Messtechnik mit hinreichender Genauigkeit erfasst werden kann.

Die aus heutiger Sicht nun einfach erscheinende Schlussfolgerung, mechanische Beanspruchungen von Bauteilen durch die Messung der Widerstandsänderung aufgeklebter elektrischer Leiter bestimmen zu können, vollzog als erster **Charles Kern**. Bei der amerikanischen Firma Hamilton Standard führte er 1930 Schwingungsanalysen an Flugzeugpropellern mit Dehnungsmessstreifen durch, die als Leitermaterial eine Kohlenstoffschicht aufwiesen.

Erst danach zwischen 1936 und 1938 konstruierten die beiden amerikanischen Wissenschaftler **Eduard Simmons** (California Institute of Technology) und **Arthur C. Ruge** (Massachusetts Institut of Technology)**,** die heute oftmals als die Erfinder der Dehnungsmessstreifen bezeichnet werden, unabhängig voneinander frei applizierbare Drahtdehnungsmessstreifen mit Widerstandsdrähten aus Konstantan und verwendeten sie zur Beanspruchungsanalyse von realen Bauteilen. Jeder der beiden Erfinder hatte einen Mitarbeiter, so dass an der Entwicklung der ersten DMS, die denen heutiger Bauform und Handhabung prinzipiell bereits entsprachen, insgesamt 4 Personen beteiligt waren. Daraus abgeleitet ist übrigens der Handelsname einer führenden DMS-Herstellerfirma SR-4, das heißt, Simmons-Ruge, 4 Erfinder.

Aus heutiger Sicht muss in Bezug auf die Weiterentwicklung metallischer Dehnungsmessstreifen von den damals hergestellten Grundformen bis zu der heute angebotenen Vielfalt moderner Präzisions-DMS vor allem die Entwicklung von Foliendehnungsmessstreifen durch **Peter Scott Jackson** bei der englischen Firma Sounders and Roe in den Jahren 1948 - 52 erwähnt werden. Damit wurde nicht nur ein beachtlicher

Fortschritt bei der Herstellungstechnologie erzielt, es gelang auch, spezielle Messeigenschaften gezielt zu erzeugen.

Nach Simmons und Ruge ist die Geschichte der Dehnungsmessstreifen durch eine Vielzahl von Untersuchungen gekennzeichnet, deren Ergebnisse sich in vielen wissenschaftlichen Veröffentlichungen, Standards, Patenten und vor allem in den modernen Präzisionsdehnungsmessstreifen heutiger Bauart und Vielfalt niederschlagen. Das Entwicklungsziel bestand darin, einen idealen Sensor mit linearer Kennlinie zu schaffen, der ausschließlich auf die Dehnung in seiner Messrichtung reagiert. Die Untersuchungen, die im Laufe der Jahre mit immer genaueren Messverfahren durchgeführt wurden, förderten aber ständig Eigenschaften zu Tage, die diesem Entwicklungsziel widersprachen. Das sind vor allem die Nichtlinearität im Widerstands-Dehnungs-Zusammenhang, die sogenannte Querempfindlichkeit, der Temperaturgang der Empfindlichkeit und des Nullpunktes, sowie das nicht streng skleronome Verhalten fertiger Messstellen.

Die Folge war eine Fülle von Einzelangaben. Um wenigstens die wichtigsten Angaben vergleichbar zu machen, wurden in nationalen Richtlinien Kalibrierversuche festgelegt, die Prüfbedingungen vorschreiben, unter denen dann z.B. die Empfindlichkeiten des DMS messtechnisch vom Hersteller bestimmt und angegeben werden.

Die reale DMS-Messstelle erreicht allerdings nur dann die versprochenen Kennwerte, wenn der Spannungs- und Deformationszustand mit denen der Kalibrierversuche übereinstimmt. Das ist natürlich nur in den seltensten Fällen der Fall, so dass in der messtechnischen Praxis eine mathematische Nachbehandlung mit einfachen Korrekturgleichungen üblich ist. Die dabei erreichbaren Messgenauigkeiten sind durchaus hoch, entsprechen aber bei weitem nicht denen, die der Hersteller bei der Angabe der Kennwerte und deren Toleranz suggeriert. Die experimentelle Beanspruchungsanalyse mittels elektrischer Dehnungsmessstreifen liefert für alle diejenigen Einsatzfälle gute Ergebnisse, bei denen der tatsächliche Deformationszustand näherungsweise den Kalibrierbedingungen entspricht. Größere Abweichungen, das betrifft sowohl die Größe, als auch die Orientierung der in der Bauteiloberfläche wirkenden Komponenten des Deformationstensors, führen, wie später noch gezeigt wird, zu erheblichen Messfehlern.

Es existiert eine Vielzahl von Aufsätzen, Handbüchern, Monographien und Firmenschriften, die die Eigenschaften von DMS-Messstellen beschreiben und dem Anwender Hinweise für den Umgang mit dieser Messmethode geben. Sie behandeln ausführlich alle Teilgebiete, wie z.B. die Anwendungsgebiete und -grenzen, die DMS-Installation, die Gerätetechnik und die auftretenden Fehler bzw. Methoden zu deren Verringerung. Im Rahmen dieser Arbeit

erscheint es nicht sinnvoll, diese Literatur nochmals zusammenzustellen. Genannt werden sollen aber wesentliche Standardwerke, in denen die DMS-Technik beschrieben wird, und die oftmals, zugeordnet zu den verschiedenen Kapiteln, umfangreiche Literaturübersichten enthalten. Im deutschen Sprachraum ist dabei vor allem die Monographie von S. Keil [1] [1] zu nennen, in der die Beanspruchungsanalyse mittels elektrischer Dehnungsmessstreifen umfassend und für den Anwender gut aufbereitet dargestellt ist. Als Vorläufer dazu kann das von K. Hoffmann verfasste und von der Firma Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH herausgegebene Handbuch [2] bezeichnet werden. Erwähnenswert ist weiterhin ein etwas älteres Philips-Fachbuch von T. Potma [3]. Im Handbuch für experimentelle Spannungsanalyse von Christof Rohrbach [4] ist ebenfalls ein gut ausgearbeitetes Kapitel zur Deformationsanalyse mit elektrischen Dehnungsmessstreifen enthalten. Bereits in der ersten Auflage von 1958, an der noch Kurt Fink maßgeblich mitwirkte, nimmt dieser Abschnitt 67 Seiten ein. Daneben existieren verschiedene Bücher, die sich allgemein mit Sensoren beschäftigen und Abschnitte zu Dehnungsmessstreifen enthalten. Beispiele mit gut ausgearbeiteten DMS-Kapiteln sind [5]-[7].

Im englischen Sprachraum muss das bereits 1955 in erster Auflage erschienene Handbuch [8] von C. C. Perry und H. R. Lissner als erstes erwähnt werden. Neuere Darstellungen findet man in den Büchern von R. L. Hannah und S. E. Reed [9] bzw. A. L. Window [10]. Von den Firmenschriften sind die der Measurements Group Inc. zu empfehlen. Hier werden die Schriftenreihen Tech-Note [11], sie richtet sich insbesondere an den Anwender, und Experimental Stress Analysis Notebook [12], eine auf amerikanische Art gestaltete Folge von interessanten praktischen und theoretischen Problemen dieser Technik, herausgegeben. Erwähnt werden müssen auch die beiden amerikanischen Handbücher zur experimentellen Spannungsanalyse [13] und [14]. In beiden Fällen sind die darin enthaltenen Kapitel zu elektrischen Dehnungsmessstreifen federführend von J. W. Dally und W. F. Riley erarbeitet.

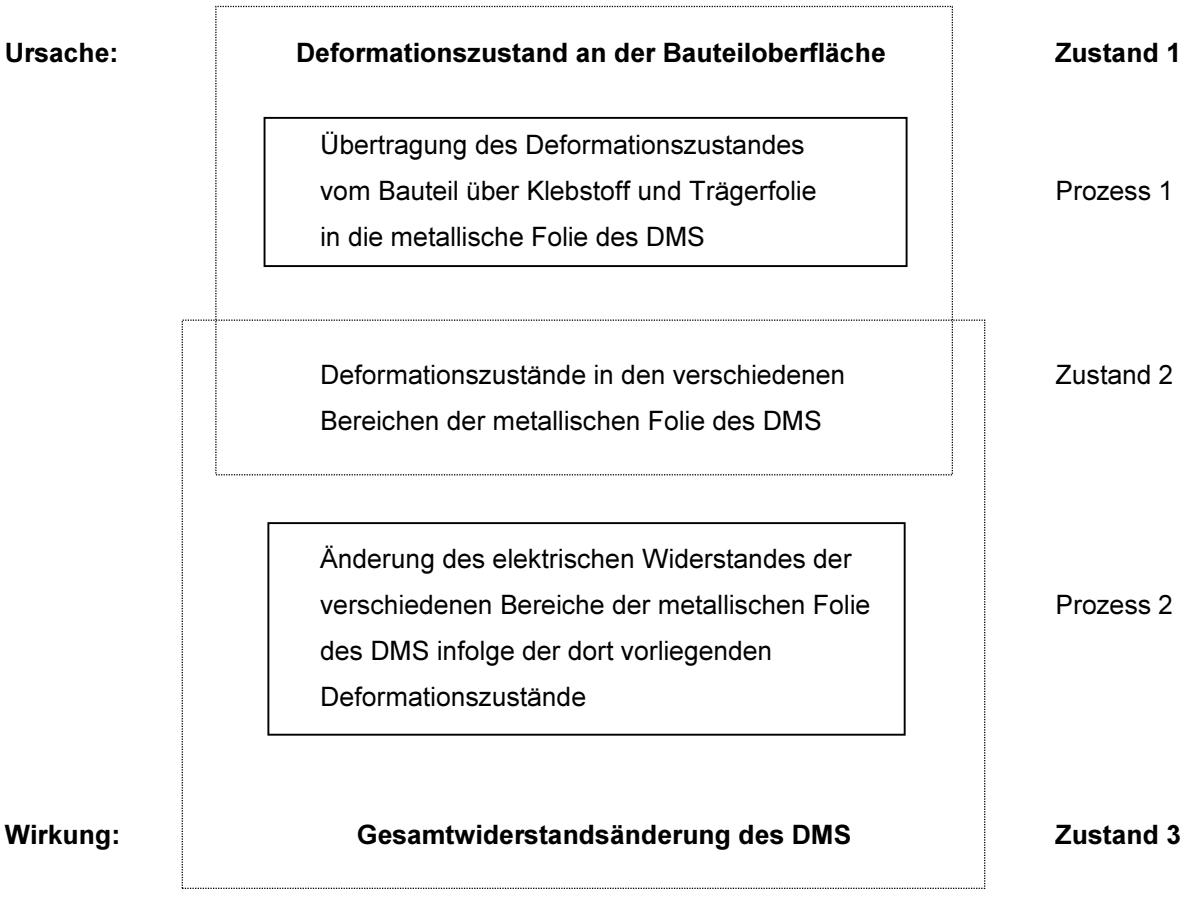
Alle diese genannten Darstellungen besitzen ein gemeinsames Anliegen. Sie sollen den Praktiker in die Lage versetzen, die bei der Anwendung von kommerziell hergestellten Dehnungsmessstreifen auftretenden einzelnen Probleme von der Präparation der Messstelle bis zur Berechnung der gesuchten Spannungen aus den gemessenen Dehnungen möglichst fehlerfrei zu bewältigen.

Kaum beachtet und nur in wenigen Arbeiten als Aufgabenstellung überhaupt formuliert ist die Frage, warum DMS-Messstellen die experimentell ermittelten komplizierten Eigenschaften besitzen. Was sind z.B. die wahren physikalischen Ursachen für das Phänomen der

[1] Die Rechtschreibung im Literaturverzeichnis ist auf die neue Rechtschreibung umgestellt

Querempfindlichkeit und wieso verändert sich die Empfindlichkeit in Längsrichtung bei größeren Deformationen? Fragen, die bei ihrer wissenschaftlichen Bearbeitung sowohl die Dehnungsberechnung als auch die Entwicklung von Dehnungsmessstreifen und von Auswertesystemen beeinflussen.

Der Zugang dazu führt über die Analyse des komplexen Wirkungsmechanismus elektrischer Dehnungsmessstreifen, das heißt, über den Zusammenhang zwischen den in der Ebene der Bauteiloberfläche liegenden Komponenten des Deformationstensors und der integral messbaren Widerstandsänderung im metallischen Teil des DMS. Im folgenden Schema ist dieser Wirkungsmechanismus dargestellt.



Es ist klar, dass zwischen den beiden die Ursache und Wirkung beschreibenden Zuständen 1 und 3 nur dann ein direkter Zusammenhang formuliert werden kann, wenn man davon ausgeht, dass der Deformationszustand an der Bauteiloberfläche in allen Komponenten mit dem im Messgitter identisch ist. Das ist aus verschiedenen Gründen praktisch unmöglich.

Deshalb muss für die Problemanalyse ein Zustand 2 definiert werden, der den Deformationszustand in den einzelnen Bereichen des Messgitters beschreibt.
Dieser hängt vom Deformationszustand an der Bauteiloberfläche ab und verursacht die Gesamtwiderstandsänderung des Dehnungsmessstreifens.
Die Problemstellung gliedert sich danach in zwei Teile. Erstens in die Mechanik der Dehnungsübertragung vom Bauteil in die Widerstandsfolie des DMS (Prozess 1) und zweitens in die Elektromechanik der Widerstandsänderung bei mechanischer Beanspruchung in dieser Folie (Prozess 2). Beide Teilprobleme sind vollständig entkoppelt und können deshalb unabhängig voneinander betrachtet werden.
Im folgenden wird der zu dieser komplexen Problemstellung in Bezug stehende Erkenntnisstand näher diskutiert.
Bereits in den 50-er Jahren erkannten C. Rohrbach und N. Czaika die grundsätzliche Bedeutung der im Prozess 1 enthaltenen Fragestellung nach der Schaffung eines mechanischen Modells. Sie veröffentlichten in [15] ein solches für Drahtdehnungsmessstreifen, das zwar nur eindimensional war, mit dem aber bereits wesentliche Eigenschaften realitätsnah beschrieben werden konnten. Insbesondere die Übertragung der Längsdehnung vom Bauteil über den Träger auf den Messdraht ist hier erstmals qualitativ richtig angegeben. Man findet diese Darstellungen übrigens identisch im 30 Jahre später erschienenen Handbuch [4] wieder. Auf Grund der eindimensionalen Darstellung und der fehlenden Messmethoden zur Analyse der tatsächlichen Dehnungszustände wurde die Übertragung und der Einfluss der Querdehnung ausgespart.
Anfang der 60-er Jahre beschäftigte sich G. Hönisch an der TU Dresden mit diesem Problem. Seine Untersuchungen sind in der Dissertation [16] und auszugsweise in [17] veröffentlicht. Die Arbeit geht über die Darstellung von Rohrbach und Czaika hinaus und behandelt auch die Übertragung der Querdehnung auf die halbkreisförmigen Umlenkstellen von Draht-DMS. Ihr Einfluss auf die Empfindlichkeit des DMS in Längsrichtung wird theoretisch abgeleitet und experimentell mit der Methode der Spannungsoptik nachgewiesen. Die Querempfindlichkeit selbst kann mit den angegebenen Gleichungen noch nicht richtig beschrieben werden.
Der in dieser Zeit bereits zunehmende Einsatz von Foliendehnungsmessstreifen führte in Europa nicht zu weiteren Arbeiten auf dem Gebiet der Mechanik von Dehnungsmessstreifen. Das lag vor allem daran, dass bei einfacher Betrachtungsweise die von Rohrbach, Czaika und Hönisch entwickelten Modelle nach wie vor Gültigkeit besaßen, aber komplizierte, dreidimensionale Betrachtungen auf Grund der damals noch schwach entwickelten numerischen Methoden und mangels geeigneter Messverfahren nicht möglich waren. Die

Frage der Übertragung der Querdehnung auf die Stege und Umlenkstellen blieb noch unbeantwortet. Die bei Keil [1] und auch bei Hoffmann [2] angegebenen schematischen Zeichnungen illustrieren, wie die Dehnungsübertragung vorstellbar ist. Sie sind ohne Angabe des Messverfahrens und resultieren offenbar nicht aus wissenschaftlichen Untersuchungen. Auch in dem Aufsatz von J. Burbach und P. Vierling [18], der sich speziell mit den Ursachen der Querempfindlichkeit beschäftigt, wird die Mechanik der Dehnungsübertragung außer acht gelassen. Verschiedene Schlussfolgerungen sind deshalb falsch.

In den USA erkannte man klarer, dass die Querempfindlichkeit einzelner Leiterstreifen von der Mechanik der Dehnungsübertragung beeinflusst werden kann. Ein Übersichtsartikel von C. C. Perry [19] enthält u.a. eine grafische Darstellung von internen Messergebnissen der Measurements Group, Inc., die die Übertragung der Querdehnung auf einzelne Leiterstreifen unterschiedlicher Breite bzw. die daraus resultierende Widerstandsänderung betreffen. Diese experimentelle Arbeit wurde von J. E. Starr durchgeführt, der sie später in dem von ihm verfassten Abschnitt „Basic Strain Gage Characteristics“ im Handbuch [9] nochmals veröffentlichte. Es handelt sich dabei um die einzige, dem Autor bekannte Untersuchung dieser Art. Sie zeigt, dass die Widerstandsänderung von Leiterstreifen aus Konstantan, Karma und Isoelastic bei reiner Querdehnung im Bauteil sowohl vom Material, als auch von der Breite der Leiterstreifen und damit von der Deformationsübertragung abhängt. Arbeiten, bei denen die Deformationsübertragung auf die Umlenkstellen behandelt wird, sind nicht bekannt.

Der Prozess 2, die Gesetzmäßigkeit zwischen der mechanischen Beanspruchung elektrischer Leiter und der daraus resultierenden Widerstandsänderung, wurde von Beginn dieses Jahrhunderts an umfangreich und systematisch untersucht.

Am Physikalischen Labor der Harvard Universität Cambridge beschäftigte sich der Physiker P. W. Bridgman Jahrzehnte mit dieser Fragestellung. Sein Blickwinkel war nicht der eines Ingenieurs und seine Motivation bestand auch nicht darin, geeignete Materialien für elektrische Dehnungsmessstreifen oder andere Aufnehmer zu suchen. Er beschäftigte sich ausschließlich erkenntnisorientiert experimentell und theoretisch mit Fragen der Potentialverteilung, des Stromflusses und des Widerstandes von Metallen und Legierungen, die auf unterschiedliche Weise einer mechanischen Beanspruchung ausgesetzt sind. Seinem Fachgebiet und seiner Ausbildung entsprechend sind die theoretischen Erläuterungen und die abgeleiteten mathematischen Beziehungen oft kompliziert. In einer frühen, bereits 1917 veröffentlichten Arbeit [20], beschrieb er ausführlich eine Theorie, bei der die

Widerstandsänderung von Metallen unter hydrostatischem Druck durch einen einzigen Faktor, nämlich durch die mittlere Schwingungsamplitude der Atome, berechnet werden kann. Er zeigte, dass dieser Faktor, was die äußeren Einflüsse betrifft, sowohl von der Temperatur als auch vom Druck abhängt. Wenig später führte er Zugversuche an rechteckigen dünnen Scheiben durch und untersuchte die Änderung der Potentialverteilung in Längs- und Querrichtung bei Längsbelastung. Die Experimente und die theoretischen Betrachtungen sind in [21] veröffentlicht. Es ist erstaunlich, dass Bridgman damals mit einer gewissen Selbstverständlichkeit davon ausging, dass der Längs- und Quereinfluss unterschiedlich sein kann. Die in dieser Veröffentlichung angegebenen Leitfähigkeitskoeffizienten sind für die DMS-Technik leider nicht relevant, da nur reine Metalle untersucht wurden. In der theoretischen Arbeit [22] befasste sich Bridgman mit der Auswirkung hydrostatischer Belastungen auf die Widerstandsänderung von Kristallen und in [23] stellte er schließlich eine Vielzahl von Messwerten zusammen, die die Widerstands- und Volumenänderung von Legierungen bei hydrostatischer Druckbelastung charakterisieren. 15 unterschiedliche Legierungssysteme wurden untersucht, wobei die Legierungsbestandteile vielfach in kleinen Schritten variiert sind.

Die genannten, wissenschaftlich sehr hoch zu bewertenden Arbeiten Bridgmans spielten bei der Entwicklung der Dehnungsmessstreifen leider nur eine untergeordnete Rolle. Mit komplizierten mehrachsigen Zusammenhängen und Begriffen wie der mittleren Schwingungsamplitude von Atomen konnte der Ingenieur nichts anfangen. Einfache Untersuchungen an Widerstandsdrähten waren gefragt, und ein linearer, mit nur einem Faktor zu beschreibender Zusammenhang zwischen der Dehnung und der Widerstandsänderung entsprach den Vorstellungen der Messtechniker. Aus diesem Grund wurde nach Bridgman lange Zeit nur noch an dünnen Drähten gezogen und die relative Widerstandsänderung in Abhängigkeit von der Längsdehnung ausgewertet.

E. Czerlinski [24] war der erste, der derartige Untersuchungen systematisch durchführte. Schon damals (1938) zeigte sich, dass die Legierung Konstantan (CuNi45) gegenüber anderen Werkstoffen den Vorteil einer nahezu konstanten Empfindlichkeit besitzt. Ein Umstand, der bis heute gilt und auf den später noch genauer eingegangen wird.

1948 wurden in den USA zwei wesentliche umfangreiche Berichte veröffentlicht. Zum einen führten E. W. Kammer und T. E. Pardue [25] Untersuchungen an frei hängenden Drähten durch. Sie analysierten das Spannungs-Dehnungsverhalten und das Widerstands-Dehnungsverhalten für technisch wichtige Metalle und Legierungen, darunter auch Konstantan. Die dazu verwendete Versuchseinrichtung ist angegeben und zeugt von der

ideenreichen experimentellen Arbeit dieser Wissenschaftler. Verschiedene grafische Darstellungen von Kammer und Pardue werden noch heute zur Illustration der dehnungsabhängigen Widerstandsänderung von Drähten verwendet, so z.B. in [1] und [11].
Die andere interessante Untersuchung stammt von E. Jones und K. R. Maslen [26]. Hervorzuheben ist hier, dass, wie auch in [25], die Empfindlichkeiten für verschiedene Werkstoffe im elastischen und im plastischen Deformationsbereich analysiert wurden, hier aber zwischen kaltverfestigten (harten) und geglühten (weichen) Drähten unterschieden ist. Jones und Maslen kalibrierten auch präparierte Draht-DMS und bestimmten verschiedene Eigenschaften kompletter Messstellen.
Im Ergebnis all dieser Arbeiten wurde klar, dass Simmons und Ruge mit Konstantan als Leitermaterial für die ersten DMS eine ausgezeichnete Wahl getroffen hatten. Auch weitere Experimente bestätigten dies.
Erwähnenswert ist dabei ein 1953 von G. C. Kuczynski [27] veröffentlichter Artikel, in dem wiederum Zugversuche an Drähten unterschiedlicher Werkstoffe beschrieben sind. Die von der in Philadelphia ansässigen DMS-Herstellerfirma Baldwin-Lima-Hamilton Corporation unterstützte Untersuchung hatte eindeutig die Optimierung von Drahtdehnungsmessstreifen zum Ziel. So untersuchte Kuczynski neben verschiedenen reinen Metallen intensiv die Kupfer-Nickel-Reihe. Dabei wurde sowohl die stoffliche Zusammensetzung als auch der Drahtdurchmesser systematisch variiert. Es zeigte sich, dass die Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes von der Dehnung, der sog. piezoresistive Anteil, bei Kupfer positiv und bei Nickel negativ ist. In einem weiten Bereich um das Legierungsverhältnis 1:1 ist diese Abhängigkeit gering, so dass die Widerstandsänderung von Konstantandrähten bei Zugbelastung zum großen Teil aus den geometrischen Veränderungen resultieren muss. Das ist eine richtige Erkenntnis, die man auch anders formulieren kann. In [25] heißt es dazu, „die meisten Materialien, die einen Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstandes von Null besitzen, haben einen k-Faktor von 2,0“. Das gilt für den elastischen Bereich, muss angemerkt werden, denn plastische Deformationen, das ist all diesen Untersuchungen auch zu entnehmen, verändern den spezifischen Widerstand bei den meisten Metallen und Legierungen ohnehin nicht mehr.
Obwohl Konstantan als außerordentlich gut geeignete Legierung fest stand, wurde nach weiteren brauchbaren Materialien gesucht. 1959 veröffentlichte R. Bertodo in dem bekannten Aufsatz [28] Widerstands-Dehnungskurven u.a. von Nickel-Chrom-Legierungen mit im Vergleich zu Konstantan vergleichbaren Eigenschaften. Am bekanntesten ist die Legierung 74Ni20Cr3Fe3Al, die unter der Handelsbezeichnung Karma in der DMS-Technik eine Rolle

spielt. Bei Verwendung von Karma als Messgitterwerkstoff ergeben sich im Vergleich zum Konstantan-DMS etwas andere Temperaturgänge des Nullpunktes und der Empfindlichkeit. Ein Umstand, der bei bestimmten Anwendungen genutzt wird. Ungünstig wirkt sich dagegen bei Karma der hohe negative Querdehnungseinfluss auf die Widerstandsänderung aus. Konstantan war bei Bertodo bereits mit einer Beimengung von 1 % Mangan versehen; ein Anhaltspunkt dafür, dass der Einfluss von Mangan auf den Temperaturgang von Konstantan-DMS bereits untersucht wurde. Mangan beeinflusst den Temperaturgang der vollständigen Messstelle und wird heute zur Einstellung der Temperaturselbstkompensation verwendet.
Die einzigen dem Autor bekannten Experimente mit freien Folienstreifen stammen von D. Y. Chen, Y. M. Gupta und M. H. Miles [29]. Konstantan und Manganin werden darin mit dem selten untersuchten Ytterbium verglichen. Die Ergebnisse zeigen, dass bei einachsiger Betrachtung keine Unterschiede zwischen Folien und Drähten sichtbar werden. Auffällig ist aber zum einen die geringe erreichbare Dehnung der Konstantanfolie von etwa 1 % (Konstantandrähte besitzen eine Bruchdehnung von 10-20 %) und zum anderen das Resultat, dass Ytterbium, vergleichbar mit Nickel, im elastischen Bereich einen negativen Anstieg der Widerstands-Dehnungs-Kurve besitzt.
Als Beispiel für die Untersuchung anderer spezieller Messgitterlegierungen sei hier die Arbeit von L. Xing und Z. Yansheng [30] genannt, in der die Widerstands-Dehnungsbeziehungen von FeMnAlCr-Legierungen analysiert wurden. Bei bestimmten Zusammensetzungen ergibt sich im elastischen Deformationsbereich eine etwa doppelt so hohe Empfindlichkeit wie bei Konstantan oder Karma. Im plastischen Deformationsbereich verschwindet auch hier die Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes von der Dehnung.

Die Vielzahl der diskutierten Arbeiten, die sich mit der Widerstandsänderung bei mechanischer Beanspruchung beschäftigen, kann nicht darüber hinwegtäuschen, dass die Analyse der komplexen Wirkungsmechanismen elektrischer Dehnungsmessstreifen bisher nur eine untergeordnete Rolle gespielt hat. Vor allem mangelt es an Erkenntnissen über die Mechanik der Dehnungsübertragung bei Foliendehnungsmessstreifen. Dabei ist eine dreidimensionale Betrachtungsweise notwendig, die die stofflichen und geometrischen Eigenschaften der kompletten Messstelle berücksichtigt. Um die wesentlichen Eigenschaften realer DMS-Messstellen besser als bisher erfassen zu können, muss die Umsetzung des Deformationszustandes im Messgitter des DMS in eine Widerstandsänderung ebenfalls dreidimensional betrachtet werden.

Damit ist das Grundanliegen der Arbeit bereits formuliert und es ergeben sich nahezu zwangsläufig folgende Hauptabschnitte:

- **Analyse der Dehnungsübertragung**
- **Beschreibung der Widerstandsänderung bei mechanischer Beanspruchung**
- **Überprüfung der Ergebnisse an realen DMS-Messstellen**

In allen drei Teilen erfolgt eine Beschränkung auf skleronome statische Verhältnisse. Die experimentellen und numerischen Untersuchungen erfolgen unter der Voraussetzung eines an der Bauteiloberfläche vorliegenden ebenen Spannungszustandes, wobei die Hauptachsen in Längs- und Querrichtung des Dehnungsmessstreifens orientiert sind.

2 Grundeigenschaften von Foliendehnungsmessstreifen

DMS-Messstellen üblicher Ausführung bestehen grundsätzlich aus einem vorgefertigten Dehnungsmessstreifen, der mit einem Klebstoff flächig auf der Oberfläche des Bauteils befestigt ist. Das Gesamtsystem mit seinen mechanischen und elektrischen Eigenschaften ergibt sich demzufolge erst mit der Präparation und hängt in erster Linie von der Qualität des Dehnungsmessstreifens, aber auch von der durch den Anwender ausgeführten Präparation ab. Im Bild 1 ist der Grundaufbau einer Messstelle dargestellt.

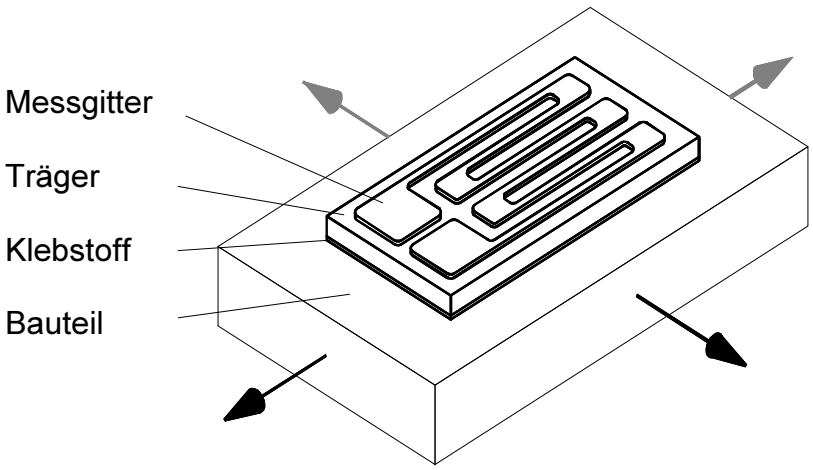


Bild 1: Schematischer Aufbau einer DMS-Messstelle

Hervorzuheben sind die bei DMS-Messstellen vorliegenden geometrischen Verhältnisse. Während die Abmessungen des DMS in der Bauteiloberfläche z.B. 5 x 10 mm betragen, sind die Schichtdicken um mehrere Größenordnungen kleiner. So beträgt die Dicke der Messgitterfolie 3-5 µm, die des Trägers etwa 30-50 µm und die der Klebstoffschicht je nach Ausführung etwa 5-20 µm. Auf Grund unterschiedlicher Anforderungen werden Foliendehnungsmessstreifen aus unterschiedlichen Materialien gefertigt und verschiedene Klebstoffe zur Präparation eingesetzt.

Die im folgenden dargelegten Untersuchungen und Angaben der Grundeigenschaften beziehen sich exemplarisch auf die sehr häufig eingesetzte Materialkombination Konstantangitter-Polyimidträger-Epoxidharzklebstoff. Alle in der Arbeit beschriebenen numerischen und experimentellen Untersuchungen basieren auf diesen Materialien und den entsprechenden Kennwerten.

2.1 Mechanische Eigenschaften

2.1.1 Messgitter (Konstantan)

Konstantan ist die Bezeichnung für eine vor allem in der Elektrotechnik sehr wesentliche Kupfer-Nickel-Legierung mit nahezu gleichen Anteilen der beiden Grundbestandteile. Der Name resultiert aus dem äußerst geringen Temperaturgang des elektrischen Widerstandes, einem Effekt, auf den im Abschnitt 2.2.1 noch näher eingegangen wird. Beide Legierungselemente bilden ein Mischkristallsystem, bei dem sich eine Reihe der mechanischen Eigenschaften aus denen von Kupfer und Nickel entsprechend dem Mischungsverhältnis ergeben. Bezüglich der Herstellung, der Metallurgie und der erzielbaren Grundeigenschaften im gesamten Cu-Ni-System wird auf die umfangreiche Darstellung von P. Leydier [31] verwiesen.

Die für Foliendehnungsmessstreifen verwendeten Legierungen enthalten zur Erzielung spezieller Parameter neben Kupfer und Nickel immer einen Mangananteil und oftmals Spuren von Eisen. So gibt der amerikanische DMS-Folienhersteller Hamilton Precision Metals, Inc. [32] die Standardzusammensetzung 53,8 % Cu, 44,2 % Ni, 1,5 % Mn, 0,5 % Fe an.

Konstantan besitzt ein für viele Metalle typisches Materialverhalten, das durch einen ausgeprägten elastischen Deformationsbereich und einen - nach Überschreitung eines durch die Fließbedingung charakterisierten Spannungszustandes - sich anschließenden elastisch-plastischen Deformationsbereich gekennzeichnet ist. Im einachsigen Zugversuch wurden vor allem Konstantandrähte vielfach untersucht. Charakterisierende Parameter sind in [25], [26] und [29] veröffentlicht. Der Elastizitätsmodul liegt danach in einem Bereich von E = 1,60-1,85 10^5 N/mm² und die Querkontraktionszahl beträgt $\nu \approx 0{,}3$. Während diese elastischen Konstanten nur von der chemischen Zusammensetzung abhängen, zeigt sich, dass die Fließgrenze und die Verfestigung stark vom Herstellungsprozess beeinflusst werden. Das Verformungsvermögen hängt darüber hinaus auch von der Geometrie der Probekörper ab. Geglühte Konstantandrähte mit einem Durchmesser von $d = 0{,}02$ mm besitzen eine Fließgrenze von $\sigma_F \approx$ 150-300 N/mm² und können bis zum Bruch um $\varepsilon_B \approx 25$ % gedehnt werden. Die Bruchspannung ist etwa doppelt so hoch wie die Fließspannung. Liegt der Durchmesser darunter, sinkt die maximal erreichbare Dehnung.

Eigene Untersuchungen an Konstantandrähten mit einem Durchmesser von 0,35 mm bestätigen dieses Verhalten. Im Bild 2 sind Spannungs-Dehnungs-Diagramme von zwei Drähten unterschiedlicher Wärmebehandlung gegenübergestellt. Die obere Kurve beschreibt

das Materialverhalten eines Drahtes im Anlieferungszustand. Die untere gilt für den gleichen Draht, der vor der Belastung einer Temperatur von 500°C (1h) ausgesetzt war.

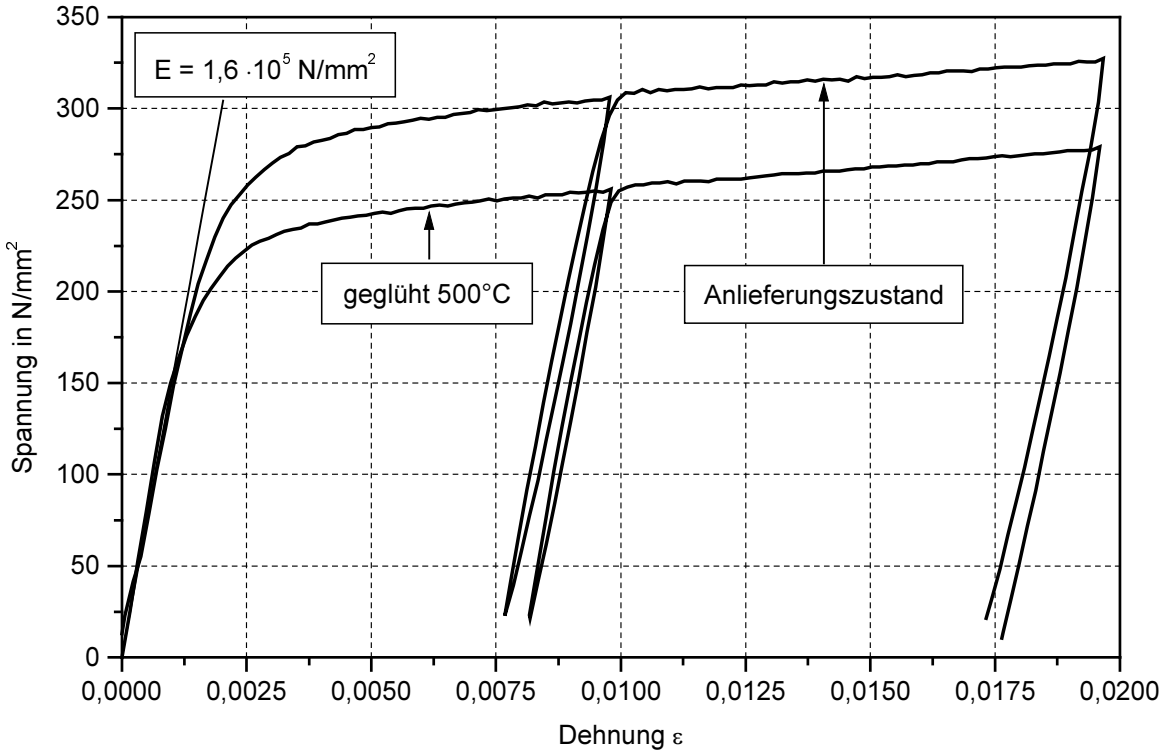


Bild 2: Spannungs-Dehnungs-Diagramm, Konstantandraht, d = 0,35 mm, $\dot{\varepsilon} = 1{,}6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$

Konstantanfolien für Foliendehnungsmessstreifen werden kaltgewalzt und weisen in diesem Zustand eine erhebliche Verfestigung auf. Die einachsige Fließgrenze liegt mit $\sigma_{F0} \approx 600\,\mathrm{N/mm^2}$ über der bei Drähten im einachsigen Zugversuch erreichten maximalen Bruchspannung. Gleichzeitig sinkt das Verformungsvermögen. Bei frei hängenden Konstantanfolienstreifen mit den Abmessungen 100 x 5 x 0,005 mm oder 100 x 2 x 0,005 mm reduziert sich unabhängig von der Wärmebehandlung die Bruchdehnung auf unter 1 %. Dieses Phänomen, das bei einer Vielzahl von eigenen Versuchen beobachtet wurde, findet man auch bei D. Y. Chen, Y. M. Gupta, und M. H. Miles [29]. In [32] wird ebenfalls darauf hingewiesen, dass sich die Bruchdehnung bei dünnen Folien reduziert. Die genauen Ursachen dieses durch Instabilität hervorgerufenen Effekts können nicht angegeben werden. Sie spielen beim applizierten DMS auch keine Rolle, da hier die Deformation im Messgitter in hohem Maße an die der Bauteiloberfläche gekoppelt ist und Stabilitätsprobleme damit nicht auftreten können.

Ergebnisse eigener Untersuchungen an frei hängenden Folienstreifen sind im Bild 3 dargestellt.

Die Proben wurden in Form von Schulterstäben aus hart gewalzter 5 µm dicker Konstantanfolie [2] herausgeschnitten und an den Enden in geschlitzte Aufnahmen eingeklebt. Der verjüngte Bereich besitzt die Abmessungen 100 x 5 mm. Ebenso wie bei den Untersuchungen an Konstantandraht ist hier die Konstantanfolie im unbehandelten und im geglühten Zustand untersucht worden. Dargestellt sind typische Spannungs-Dehnungsverläufe beider Konfigurationen.

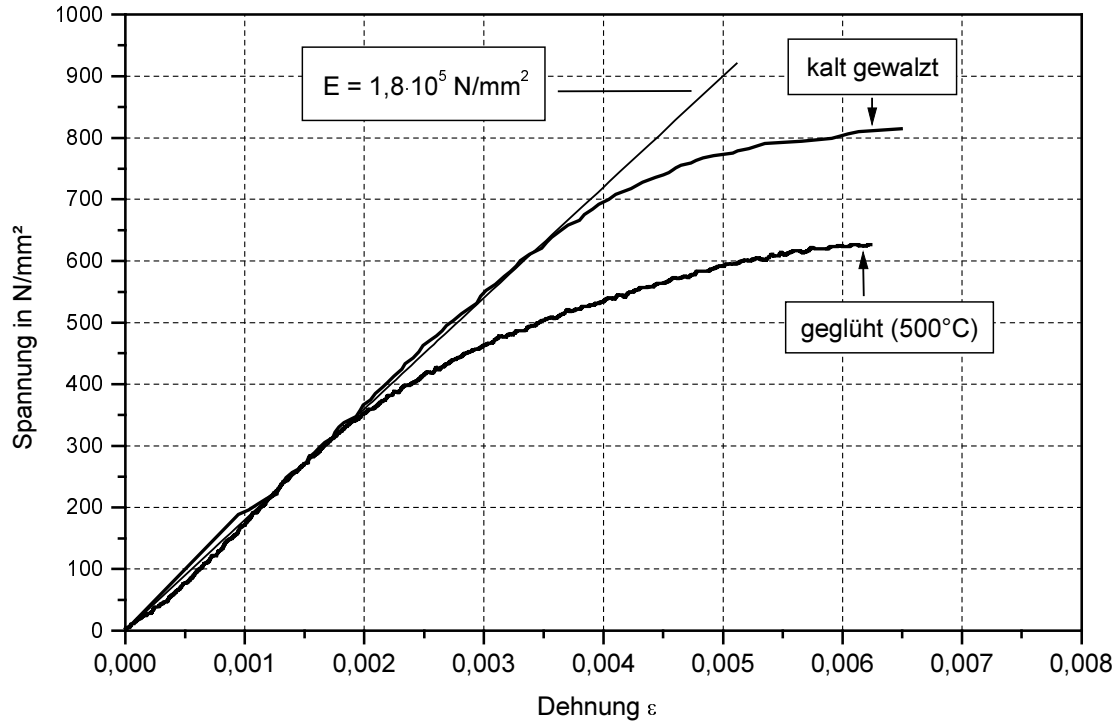


Bild 3: Spannungs-Dehnungs-Diagramm, Konstantanfolie, 100 x 5 x 0,005, $\dot{\varepsilon} = 1{,}6 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$

Ein Vergleich zwischen den Bildern 2 und 3 zeigt, dass in beiden Fällen der approximierte Elastizitätsmodul ähnlich ist und mit den Angaben in der Literatur übereinstimmt. Dehnungsmessstreifen werden vielfach in einem Messbereich eingesetzt, bei dem die Fließgrenze der Konstantanfolie deutlich überschritten wird. Für Standard-DMS mit harter Konstantanfolie wird ein Dehnungsbereich bis von 2-3 % und für Hochdehnungs-DMS mit geglühter Konstantanfolie eine maximale Dehnung von 10-20 % angegeben. Die mathematische Approximation des realen Verfestigungsverhaltens ist vor allem deshalb

[2] Original DMS-Folie der Firma Hottinger-Baldwin-Messtechnik GmbH, A 277/32, Dicke 5 µm

notwendig, weil sich auch bei Konstantan die Widerstands-Dehnungs-Beziehungen für elastische und plastische Deformationsanteile unterscheiden und deshalb eine Aufteilung der Gesamtdehnung vorgenommen werden muss. Die experimentell ermittelten Verläufe lassen sich im plastischen Bereich gut mit dem von Ludwik [33] eingeführten Potenzansatz

$$\sigma_F = \sigma_{F0}\left[1 + a\left(\varphi^{pl}\right)^n\right] \tag{1}$$

σ_F … Fließspannung, σ_{F0} … Anfangsfließspannung
φ^{pl} … plastische Dehnung (natürliches Dehnungsmaß), a und n … Verfestigungsparameter

approximieren. Eine allgemeingültige Angabe der Materialparameter für Konstantanfolien ist nicht möglich, da die zur Temperaturanpassung vom Hersteller vorgenommene Wärmebehandlung (siehe Abschn. 2.2.1) die Anfangsfließspannung und das Verfestigungsverhalten beeinflussen. Die im Bild 4 dargestellten nach Gl. (1) berechneten Fließkurven können mit den angegebenen Materialparametern dennoch als brauchbare Näherungen für typische Messgitterfolien betrachtet werden.

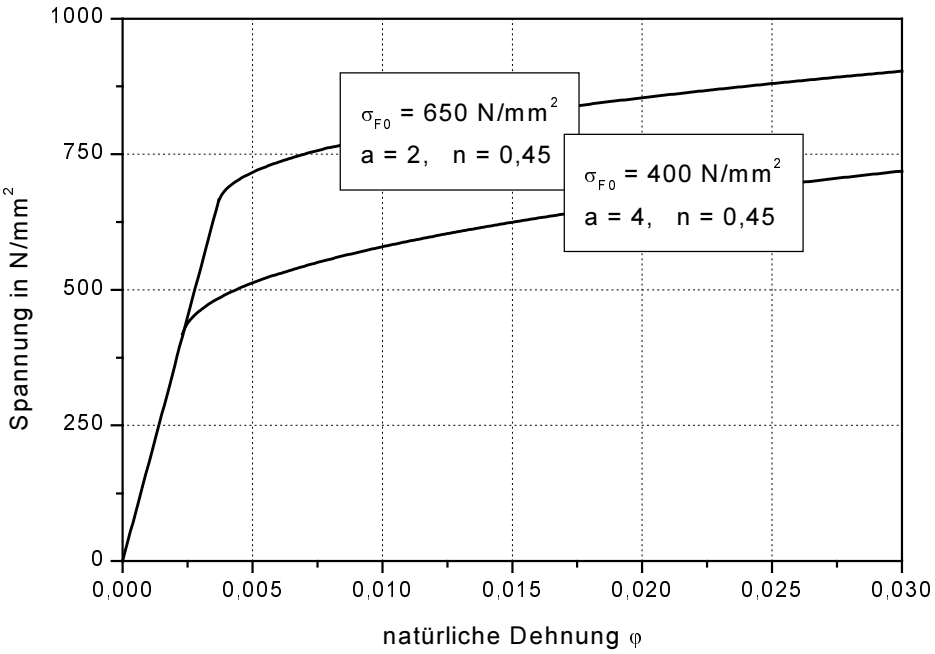


Bild 4: Approximierte Fließkurven für harte und weiche Messgitterfolie aus Konstantan

Die obere Kurve gilt dabei für DMS mit hartem Messgitter, wie sie typischerweise im unteren Dehnungsbereich eingesetzt werden, und die untere für DMS mit weichem Messgitter für Messungen im Hochdehnungsbereich.

2.1.2 Trägerfolie (Polyimid)

Polyimide zeichnen sich durch eine Reihe von speziellen Eigenschaften aus, die sie von anderen Kunststoffen deutlich unterscheiden. Sie besitzen in einem breiten Temperaturbereich von -240 bis +370 °C keine messbaren Phasenübergänge. Das heißt, charakteristische mechanische Größen wie die Zugfestigkeit und der Elastizitätsmodul nehmen nahezu linear mit der Temperatur ab. Im Gegensatz zu Epoxidharzen existiert keine sog. Glastemperatur, bei der sich die mechanischen Eigenschaften sprunghaft ändern. Die Verformbarkeit von Polyimid ist hervorragend. Bei einachsiger Belastung sind Dehnungen von weit über 30 % erreichbar, wobei keine Instabilitäten in Form von lokalen Einschnürungen usw. auftreten. Die Oberflächenstruktur ändert sich auch bei großen Dehnungen kaum.

Das Kleben von Polyimid untereinander oder mit anderen Werkstoffen ist problemlos möglich. Hierzu steht ein breites Spektrum von Klebstoffen zur Verfügung. Geeignet sind z.B. Epoxidharz- und Phenolharzklebstoffe.

Bei elektrischen Foliendehnungsmessstreifen stellt Polyimid auf Grund der genannten Eigenschaften das dominierende Trägermaterial dar. Die dazu verwendeten Folien besitzen eine Dicke von 30 bis 50 µm und werden von mehreren Herstellern angeboten.

Obwohl die mechanischen Eigenschaften von Polyimiden vielfach untersucht und in Standardwerken der Kunststofftechnik, z.B. in [34] veröffentlicht sind, sollen im folgenden einige Ergebnisse eigener Experimente dargestellt werden. Die Untersuchungen erfolgten an Probekörpern von 150 mm Länge und 5 mm Breite, die aus 50 µm dicken Kapton-Folien der Firma Du Pont de Nemours (USA) ausgeschnitten wurden. Damit liegen bzgl. der Dicke und der Breite DMS-ähnliche Verhältnisse vor. Die Streifen sind beidseitig in Einspannelemente eingeklebt und in einer Prüfmaschine auf Zug belastet. Im Bild 5 sind die Spannungs-Dehnungs-Diagramme für drei unterschiedliche Deformationsgeschwindigkeiten dargestellt. Es ist auffällig, dass alle drei Verläufe nahezu identisch sind. Bild 6 stellt einen Ausschnitt der Spannungs-Dehnungs-Kurve für die Deformationsgeschwindigkeit $\dot{\varepsilon} = 1{,}3 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ dar und verdeutlicht die Approximation des Materialverhaltens im Anfangsbereich durch den Elastizitätsmodul. Er liegt mit E = 3300 N/mm² in dem in der Literatur angegebenen Bereich von E = 3000 bis 3500 N/mm².

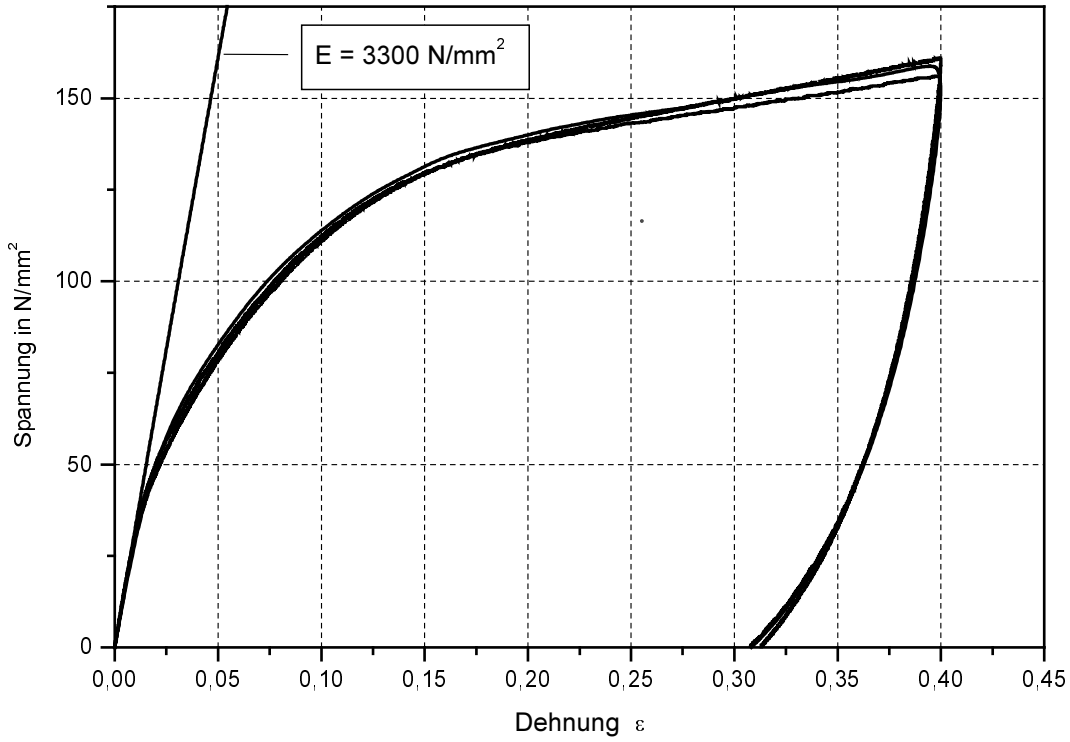


Bild 5: Spannungs-Dehnungs-Kurven von Polyimidfolien bei unterschiedlichen Deformationsgeschwindigkeiten ($\dot{\varepsilon} = 1{,}3 \cdot 10^{-4}\,s^{-1};\ 1{,}3 \cdot 10^{-3}\,s^{-1};\ 1{,}3 \cdot 10^{-2}\,s^{-1}$)

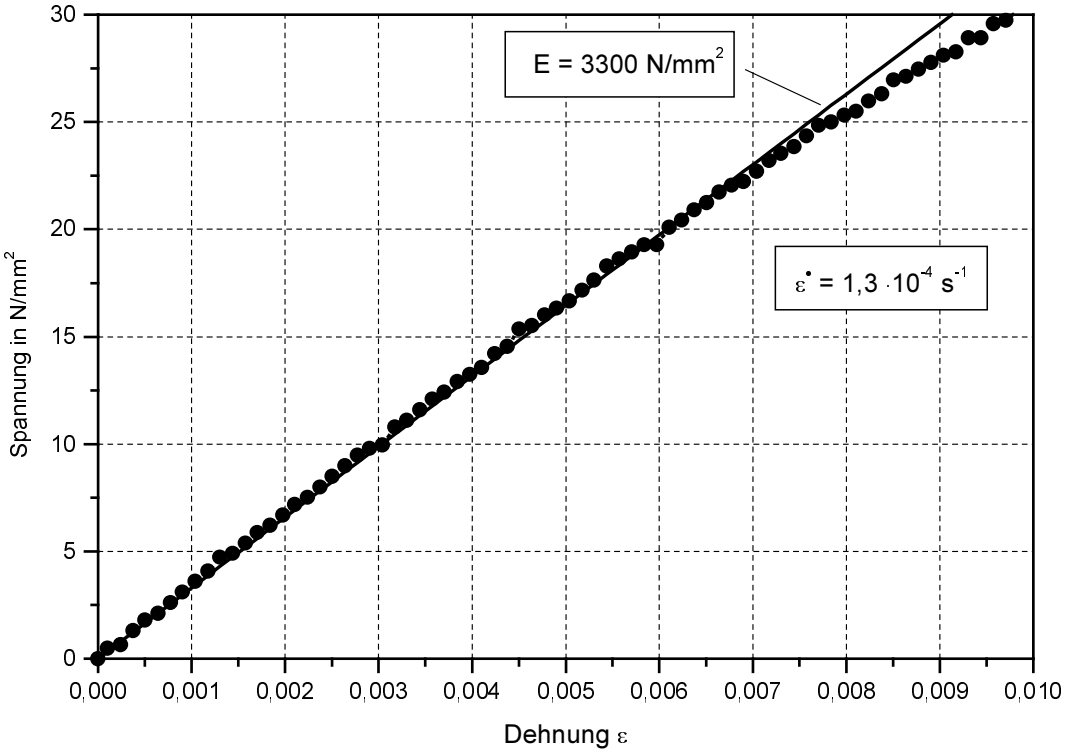


Bild 6: Spannungs-Dehnungs-Kurve einer Polyimidfolie, Approximation des E-Moduls

Das Materialverhalten von Polyimid kann in einem Anfangsbereich bis zu einer Dehnung von $\varepsilon \approx 0{,}008$ in guter Näherung durch ein linear-elastisches Stoffgesetz beschrieben werden. Dazu ist neben dem Elastizitätsmodul E die Querkontraktionszahl ν erforderlich. Hier wird auf die Literatur verwiesen. In [34] ist die Querkontraktionszahl mit $\nu = 0{,}41$ angegeben.

2.1.3 Klebstoff (Epoxidharz)

Die Dehnungsübertragung zwischen der Oberfläche des Bauteils und der Trägerfolie des DMS wird über eine flächige Klebverbindung realisiert, die vom Anwender ausgeführt werden muss. Dadurch beinhalten die Kriterien für die Klebstoffauswahl neben den zu erzielenden Hafteigenschaften auch praktische Belange der Verarbeitung.
Epoxidharze lassen sich gut verarbeiten, zeigen in Verbindung mit verschiedenen Materialien eine gute Oberflächenhaftung und besitzen auch eine hohe innere Festigkeit.
Sie werden im Gegensatz zu dem für die Trägerfolie eingesetzten Polyimid nicht als fertiges Produkt, sondern in Form von Reaktionsharzen und Reaktionsmitteln (Härter) geliefert. Das flüssige oder verflüssigbare Reaktionsharz härtet erst beim Anwender für sich oder mit dem Reaktionsmittel ohne Abspaltung flüchtiger Komponenten zu einem dreidimensional vernetzten Duroplast aus. Beim Einsatz als Klebstoff werden Epoxidharze mit Aminen gehärtet, wobei die Reaktionsbedingungen, wie Härtungstemperatur und -zeit, vom chemischen Aufbau der Amine abhängen. Aliphatische Amine bewirken eine Aushärtung bei Raumtemperatur, cyclophatische bei 60-90 °C und aromatische bei 80-150 °C. Gleichzeitig mit der Härtungstemperatur steigt auch die sog. Glastemperatur, die praktisch die obere Einsatztemperatur der Klebverbindung darstellt. Epoxidharzklebstoffe für Dehnungs-messstreifen werden von allen renommierten DMS-Herstellern als kalthärtende (Raumtemperatur) und als heißhärtende Systeme unter speziellen Markenbezeichnungen angeboten. Ein typischer Vertreter ist der Epoxidharzklebstoff AE-10 von Micro Measurements Group, Inc. Dabei handelt es sich um ein Zweikomponentensystem, das bei Raumtemperatur aushärtet.
Das Spannungs- Dehnungsverhalten dieses Epoxidharzes wurde im einachsigen Zugversuch an Probekörpern mit einer aktiven Länge von 100 mm und einem Querschnitt von 3 x 10 mm geprüft. Die Probekörper sind dazu in geschlitzte, rotationssymmetrische Einspannenden aus Stahl eingeklebt. Die Belastung wird auf einer Prüfmaschine weggesteuert bis zu einer Verlängerung von 1 mm aufgebracht. Anschließend erfolgt bei gleicher Prüfgeschwindigkeit

eine sofortige Entlastung. Zur Bestimmung der Längsdehnung wird ein Aufnehmer vom Typ MTS 632.110-23 eingesetzt, der über eine Basislänge von 27 mm die relative Verschiebung von Punkten misst. Im Bild 7 ist ein Be- und Entlastungszyklus dargestellt.

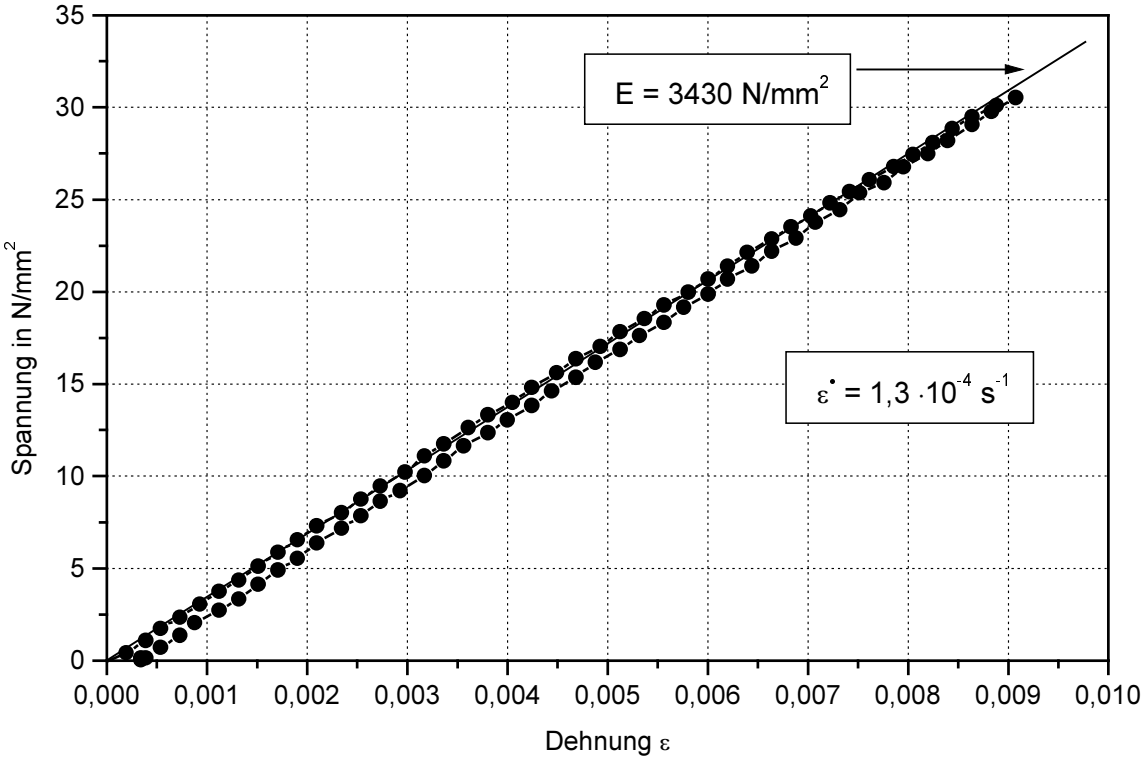


Bild 7: Spannungs-Dehnungs-Kurve eines Probestabes aus DMS-Klebstoff AE-10 (Epoxidharz), Approximation des E-Moduls

Der Probekörper zeigt im Dehnungsbereich bis etwa 1 % ein lineares Verhalten mit einem für unmodifizierte Epoxidharze typischen E-Modul. Die Entlastungskurve ist etwas steiler, aber ebenfalls linear. Die in den Versuchen erreichten maximalen Dehnungen liegen bei etwa 1,5 %, wobei der Bruch nicht im freien Teil, sondern in der Einspannung auftrat. In der Literatur sind für Epoxidharzkörper 2-5 % als maximale Dehnung angegeben. Für dünne Klebstoffschichten ist diese Aussage allerdings nicht maßgebend. Hier werden von den relativ harten Epoxidharzklebern Dehnungen von 10 % sicher übertragen. AE-10 eignet sich z.B. auch für DMS-Messungen im Hochdehnungsbereich und wurde im Rahmen dieser Arbeit dafür eingesetzt.

2.2 Elektrische Eigenschaften

2.2.1 Konstantan als Widerstandsmaterial

Im Gegensatz zu den mechanischen Eigenschaften lassen sich die elektrischen Eigenschaften von Konstantan nicht aus denen der beiden Hauptbestandteile Kupfer und Nickel ableiten. Bei Mischkristallen wächst der spezifische Widerstand kontinuierlich mit der Menge eines zulegierten zweiten Stoffes. Dadurch ergeben sich, von den reinen Metallen ausgehend, jeweils steigende Werte, die bei ca. 50 % Kupfer bzw. Nickel ein Maximum erreichen. Gleichzeitig mit steigendem spezifischem Widerstand sinkt der Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstandes und durchläuft bei 44 % Nickel ein Minimum. Der Verlauf des spezifischen Widerstandes und dessen Temperaturkoeffizient in Abhängigkeit vom Mischungsverhältnis Kupfer-Nickel ist im Bild 8 dargestellt (nach [35]).

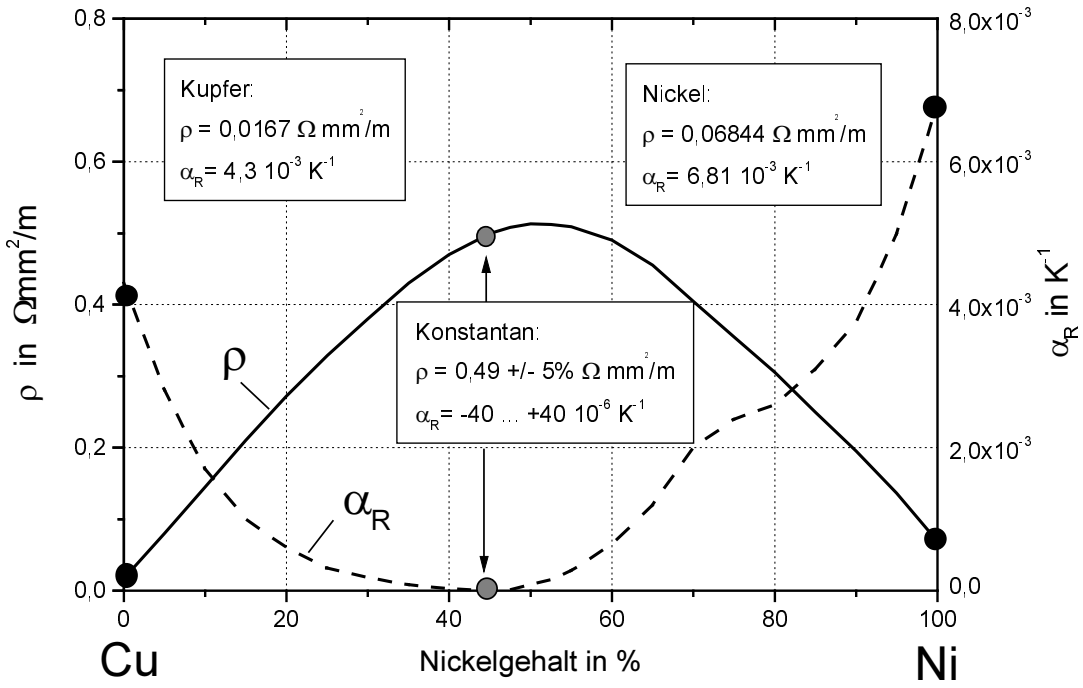


Bild 8: Spezifischer Widerstand und dessen Temperaturkoeffizient im System Cu-Ni

Konstantan eignet sich auf Grund dieser Eigenschaften ausgezeichnet zur Herstellung von elektrischen Widerständen mit geringstem Temperaturgang. Für die DMS-Technik ist noch eine weitere Grundeigenschaft interessant. Der spezifische Widerstand und, was noch wichtiger ist, dessen Temperaturkoeffizient können sowohl durch geringe Zusätze anderer Legierungselemente, z.B. Mangan oder Eisen als auch durch den Walzprozess und die

anschließende Wärmebehandlung definiert eingestellt werden. Der prinzipielle Einfluss des Legierungselementes Mangan und der Wärmebehandlung auf den Temperaturgang des elektrischen Widerstandes von Konstantandraht ist im Bild 9 angegeben. Sie beeinflussen sich natürlich gegenseitig, so dass vor allem der Verlauf, weniger der absolute Wert von Interesse ist.

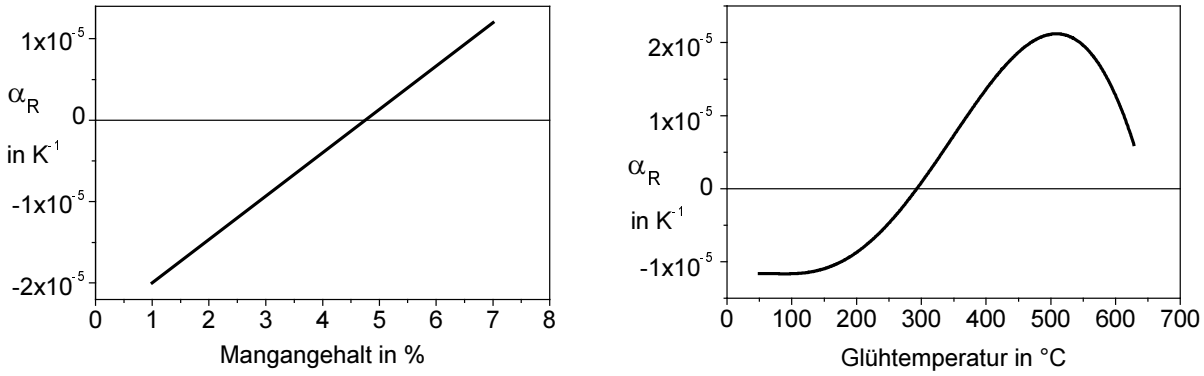


Bild 9: Einfluss des Mangangehaltes und der Temperaturbehandlung auf den Temperaturkoeffizienten des Widerstandes von Konstantandraht (nach [3])

Hamilton Precision Metals, Inc. gibt an, kaltgewalzte Konstantanfolie mit einem Temperaturkoeffizienten des Widerstandes zwischen $-35 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$ und $+10 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$ anfertigen zu können. Auch hier wird die Grundeinstellung durch den Mangananteil und der Abgleich des genauen Wertes durch die Wärmebehandlung vorgenommen. Eine in [32] angegebene Wärmebehandlungskurve ist im Bild 10 dargestellt. Der Temperaturkoeffizient α_R wird hier mit TCR bezeichnet. Beide Abhängigkeiten sind wiederum Funktionen der Temperatur; daher gelten die angegebenen grafischen Darstellungen nur für einen begrenzten Temperaturbereich von etwa 25° bis 100°C.

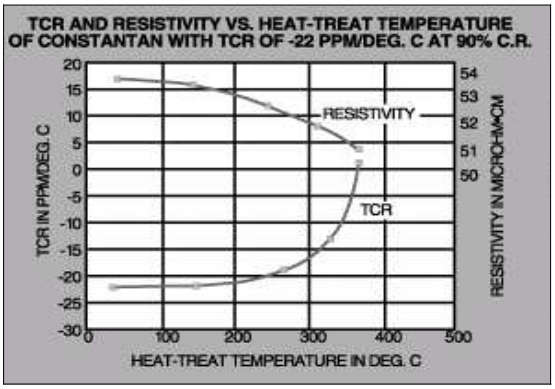


Bild 10: Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes (Resistivity) und des Temperaturkoeffizienten des Widerstandes (TCR) von der Wärmebehandlung bei kaltgewalzter Konstantanfolie

Mit Konstantan steht ein Material zur Verfügung, dass über einen hohen spezifischen Widerstand verfügt. Der Temperaturkoeffizient des Widerstandes ist außerordentlich gering und kann durch verschiedene Maßnahmen um den Nullpunkt verstellt werden.

2.2.2 Potentialverteilung und Stromfluss im Messgitter

Mit der Entwicklung von Foliendehnungsmessstreifen war die Erwartung verbunden, dass die von den Draht-DMS her bekannte Querempfindlichkeit durch die jetzt mögliche geometrische Vergrößerung der Umlenkstellen deutlich zurückgeht, bzw. sich den für den reinen Steg geltenden Werten annähert. Diese Auffassung resultierte aus der verbreiteten Meinung, man könne den Widerstand von Umlenkstellen durch Verlängerung wesentlich verkleinern und dadurch den Einfluss der querdehnungsinduzierten relativen Widerstandsänderung beseitigen. Wie noch gezeigt wird, ist das nur in begrenztem Umfang möglich.

Da Umlenkstellen in ihrer Geometrie stark vom geraden Leiter abweichen, kann man nicht davon ausgehen, dass das elektrische Strömungsfeld homogen über den Querschnitt verteilt ist. Aus diesem Grund muss die Berechnung der elektrischen Größen, wie Potentialverteilung, Stromfluss und Widerstand, nach den Gesetzen der Potentialtheorie erfolgen.

Dieser Effekt ist nicht unbekannt. C. C. Perry gibt in [19] die Potential- und Stromlinienverteilung einer Umlenkstelle schematisch richtig an. Trotzdem wird vor allem in der deutschen Literatur der Widerstand von Umlenkstellen, besonders im Zusammenhang mit den Mechanismen, die bei Folien-DMS zur Querempfindlichkeit führen, oft falsch (z.B. in [18]) wiedergegeben.

Umlenkstellen sind, wie im Abschnitt Mechanik der Dehnungsübertragung noch gezeigt wird, beachtlichen Deformationen ausgesetzt. Da ihr Widerstand nicht gegen Null gehen kann, muss folgerichtig die daraus resultierende relative Widerstandsänderung in die Auswertegleichungen einbezogen werden.

Eine Voraussetzung dafür sind genaue Kenntnisse über die Verteilung des Stromflusses und des Widerstandes im gesamten Messgitter des DMS. Dabei handelt es sich um elektrische Grundeigenschaften des DMS.

2.2.2.1 Elektro-physikalische Grundlagen

In leitfähigen Medien entstehen stationäre elektrische Ströme infolge von stationären elektrischen Feldern, wie sie mit Hilfe von eingeprägten Feldstärken (Spannungsquellen) erzeugt werden können.

Der äußere elektrische Widerstand R in einem Stromkreis ist eine integrale Größe, die für einen beliebig geformten Leiter zwischen zwei als idealleitend angesehenen, räumlich

begrenzten, Anschlussplatten definiert wird. Er stellt einen vom Stromfluss und vom inneren Widerstand der Spannungsquelle völlig unabhängigen Geometrie- und Materialfaktor dar.
Für ein leitfähiges Mediums mit zwei Anschlüssen ist der elektrische Widerstand als Quotient aus der anliegenden äußeren Spannung u und dem das Medium durchfließenden Gesamtstrom i definiert. Handelt es sich dabei um inhomogene Strömungsfelder, bei denen die integralen Größen u und i nicht bekannt sind, so kann die Berechnung des elektrischen Widerstandes zwischen zwei idealleitenden Anschlüssen 1 und 2 nach dem Ohmschen Gesetz in Feldform

$$R_{1-2} = \frac{u_{1-2}}{i} = \frac{\int_1^2 \mathbf{E}\, d\mathbf{s}}{\int_A \mathbf{S}\, d\mathbf{A}} \tag{2}$$

erfolgen. Die Potentialdifferenz zwischen den beiden Anschlüssen 1 und 2 ist wegunabhängig und wird als Linienintegral über der elektrischen Feldstärke **E** definiert. Die Stromstärke i folgt aus dem Integral der Konvektionsstromdichte **S** über der durchströmten Querschnittsfläche A. **E** und **S** sind im allgemeinen Fall Vektorfelder.
Im Sonderfall eines homogenen Strömungsfeldes in einem dünnen Draht mit der Länge l und dem konstanten Querschnitt A ergeben sich die Vereinfachungen

$$u_{1-2} = \int_0^l E\ dx = E \cdot l \tag{3}$$

und

$$i = \int_A S\, dA = S \cdot A\,. \tag{4}$$

Der Zusammenhang zwischen der Feldstärke E und der Konvektionsstromdichte S stellt eine Materialeigenschaft dar und wird allgemein als spezifischer Widerstand $\rho = \frac{E}{S}$ oder elektrische Leitfähigkeit $\kappa = \frac{1}{\rho}$ bezeichnet. Für die hier durchgeführte Berechnung des Widerstandes von Umlenkstellen wird der spezifische Widerstand als konstant angenommen.

Der elektrische Widerstand gerader Stege der Messgitter von Foliendehnungsmessstreifen kann demzufolge nach der Beziehung

$$R = \frac{u}{i} = \rho \cdot \frac{l}{A} \tag{5}$$

berechnet werden. Er folgt unmittelbar aus einer die Leitfähigkeit beschreibenden Materialkonstante und den geometrischen Abmessungen.

Bei komplizierten Strömungsverhältnissen, wie sie z.B. bei Umlenkstellen von Foliendehnungsmessstreifen vorliegen, führt die Verwendung der Gl. (5) zu falschen Ergebnissen. Hier muss die Widerstandsberechnung entsprechend Gl. (2) durchgeführt werden. Dabei ist es zweckmäßig, die Berechnung der Potential- und Stromdichtefelder numerisch mit der Methode der finiten Elemente vorzunehmen und anschließend den Widerstand auf der Grundlage dieser Ergebnisse auszuwerten.

Das ebene elektrostatische Problem wird durch die 2-dimensionale Laplacegleichung

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \tag{6}$$

beschrieben, wobei zur Lösung Randbedingungen vorzugeben sind. Im vorliegenden Fall handelt es sich um ein gemischtes Randwertproblem. An den Anschlüssen der Umlenkstelle zu den Stegen wird das Potential φ (Dirichletsches Randwertproblem) und am Übergang zum Nichtleiter Luft die auf dem Rand senkrecht stehende Feldstärke $(\text{grad}\,\varphi)_n = \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$ (Neumannsches Randwertproblem) vorgegeben.

Im Bild 11 ist eine Umlenkstelle schematisch mit den eingezeichneten Äquipotentialflächen ($\varphi = u$), der Konvektionsstromdichte S bei y = 0 und den Randbedingungen dargestellt.

Da es beim Einlauf in die Umlenkstelle immer zu einer Deformation der Potentialflächen und zu Gradienten in der Stromdichteverteilung kommt, kann der Widerstand einer scharf begrenzten Umlenkstelle nicht separat berechnet werden. Bei der numerischen Simulation muss deshalb ein kurzer Steganteil in das Modell mit einbezogen werden. Die Widerstandsberechnung erfolgt dann allerdings nicht im gesamten Gebiet über dem vorgegebenen Potential $u_{0\text{-}8}$, sondern zwischen den berechneten Potentialflächen $u_{2\text{-}6}$.

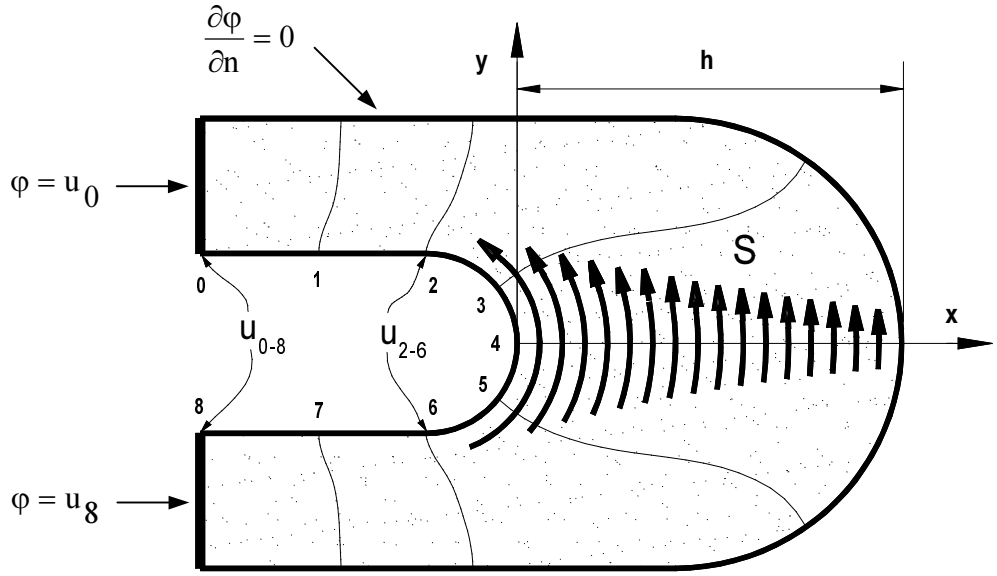


Bild 11: Umlenkstelle mit Potentiallinien, Stromdichte und Randbedingungen

Unter der Voraussetzung, dass diese gekrümmten Potentialflächen als die Begrenzungsflächen der Umlenkstelle definiert werden, kann auf die Integration der Feldstärke verzichtet werden. Damit ergibt sich aus Gl. (2) für den Widerstand einer Umlenkstelle

$$R_U = R_{2-6} = \frac{u_{2-6}}{\int_A \mathbf{S}\, d\mathbf{A}} \,. \tag{7}$$

Leiterzüge von Foliendehnungsmessstreifen besitzen eine konstante Dicke von ca. 5 µm, die im Vergleich zu den anderen Abmessungen klein ist. Damit ist die Vereinfachung

$$R_U = R_{2-6} = \frac{u_{2-6}}{d\int_0^h S_y\, dx} \tag{8}$$

gerechtfertigt. Die Integration der Konvektionsstromdichte erfolgt hier bei $y = 0$ in den Grenzen $0 \le x \le h$ (siehe Bild 11). Beliebige andere, den Leiter vollständig durchquerende Integrationswege sind denkbar.

2.2.2.2 Numerische Simulation

Die numerische Berechnung der Potentialverteilung und des Stromflusses wurde mit dem kommerziellen FEM-Programmsystem ANSYS® 5.3 von Swanson Analysis System, IP, Inc. durchgeführt. Die theoretischen Grundlagen und die numerische Umsetzung sind in den Handbüchern [36] ausführlich dargelegt und werden deshalb an dieser Stelle nicht beschrieben. Zur Diskretisierung wird das im Programmsystem für zweidimensionale elektrische Feldberechnungen standardmäßig vorgesehene Element 121 (6 bzw. 8 Knoten) verwendet. Im Bild 12 sind die FE-Modelle mit den Spannungsrandbedingungen schematisch dargestellt. Dabei handelt es sich um die Originalumlenkstelle des DMS EP-08-050TG-350 von Micro Measurements, Inc. (Modell a) und zwei davon abgeleitete verkürzte Geometrien (Modell b und c). Die markierten Mittellinien geben den Auswertepfad für die Konvektionsstromdichte an (siehe Bild 16).

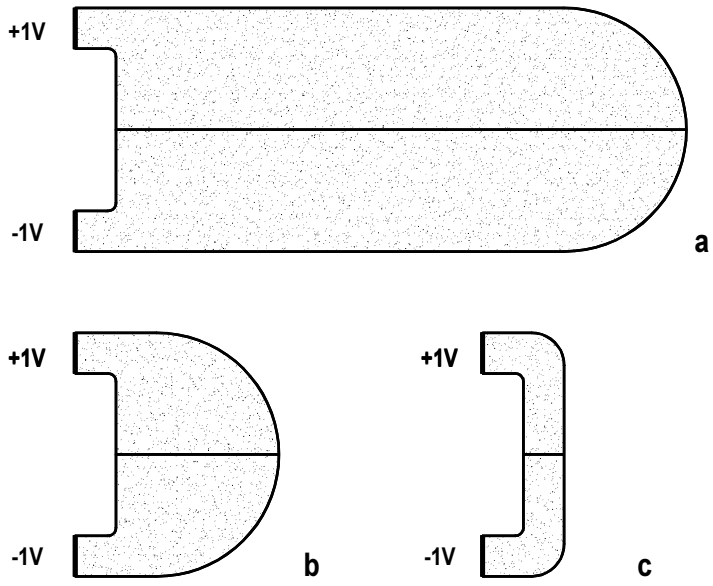
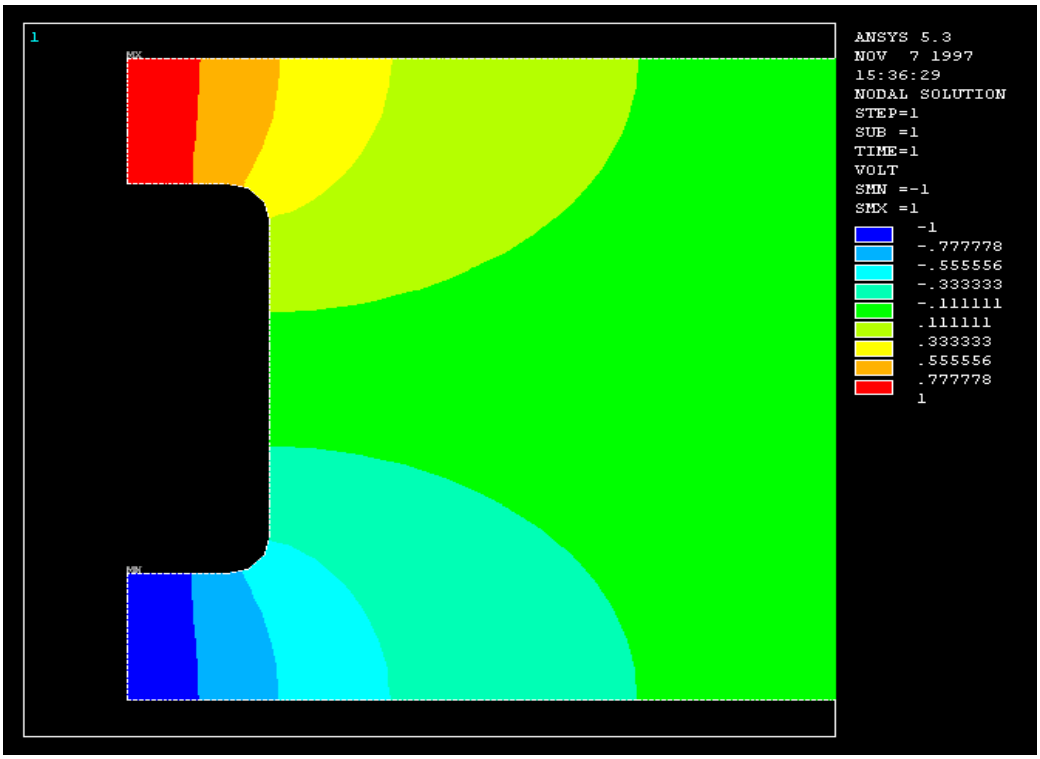


Bild 12: Modelle für die numerische Simulation (schematische Darstellung)

Die in den Bildern 13-15 dargestellten Ergebnisse zeigen zunächst die Potentialverteilung und den Stromfluss für alle berechneten Umlenkstellen. Beim Modell a, der vollständigen Umlenkstelle, ist dabei nur der wesentliche vordere Ausschnitt abgebildet.
Die Verteilung der Konvektionsstromdichte entlang der Symmetrielinien ist im Bild 16 für alle drei Beispiele angegeben.



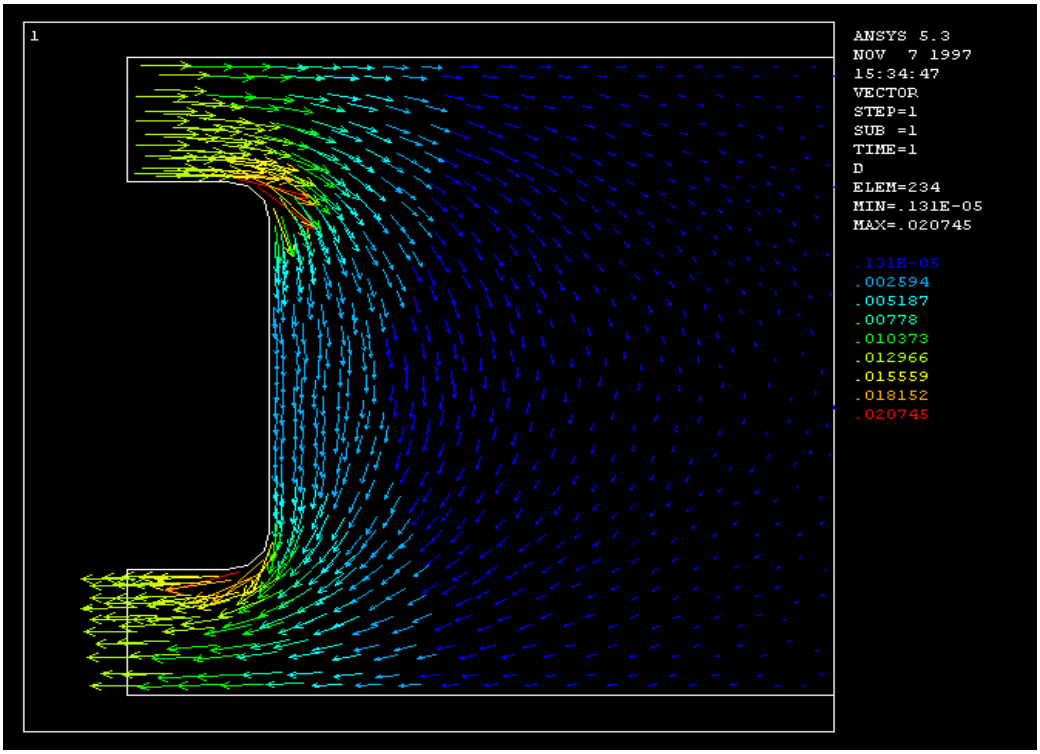
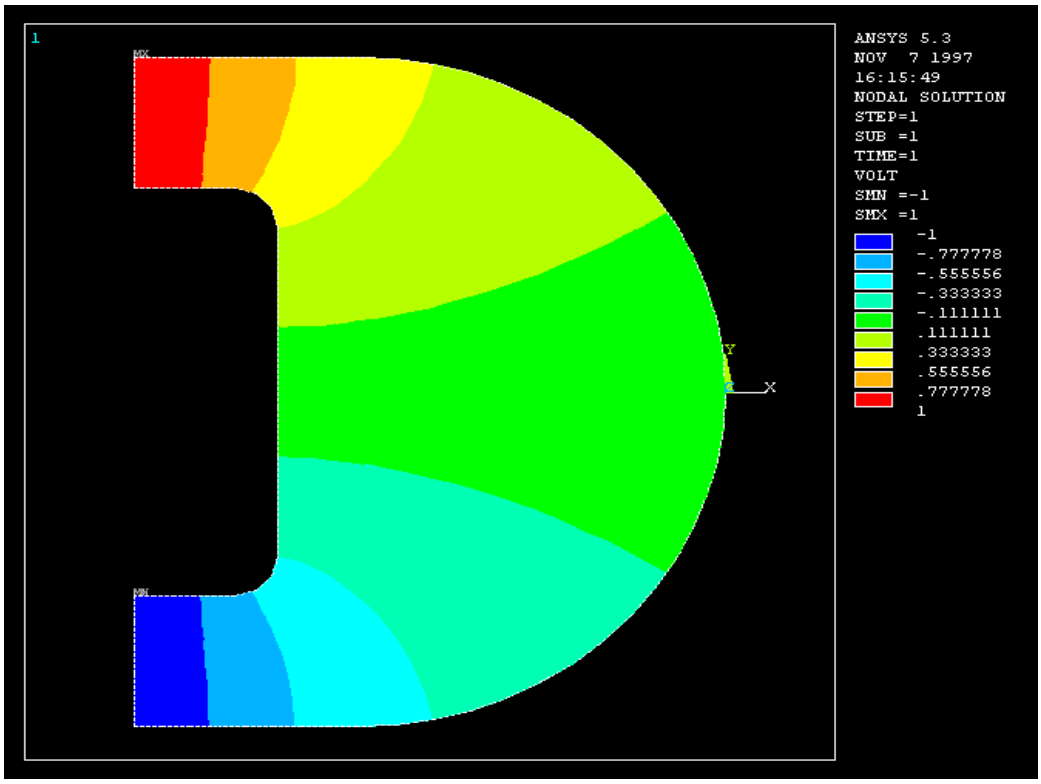


Bild 13: Potentialverteilung und Stromfluss (FE-Simulation)

Umlenkstelle des DMS EP-08-050TG-350, Modell a, Ausschnitt



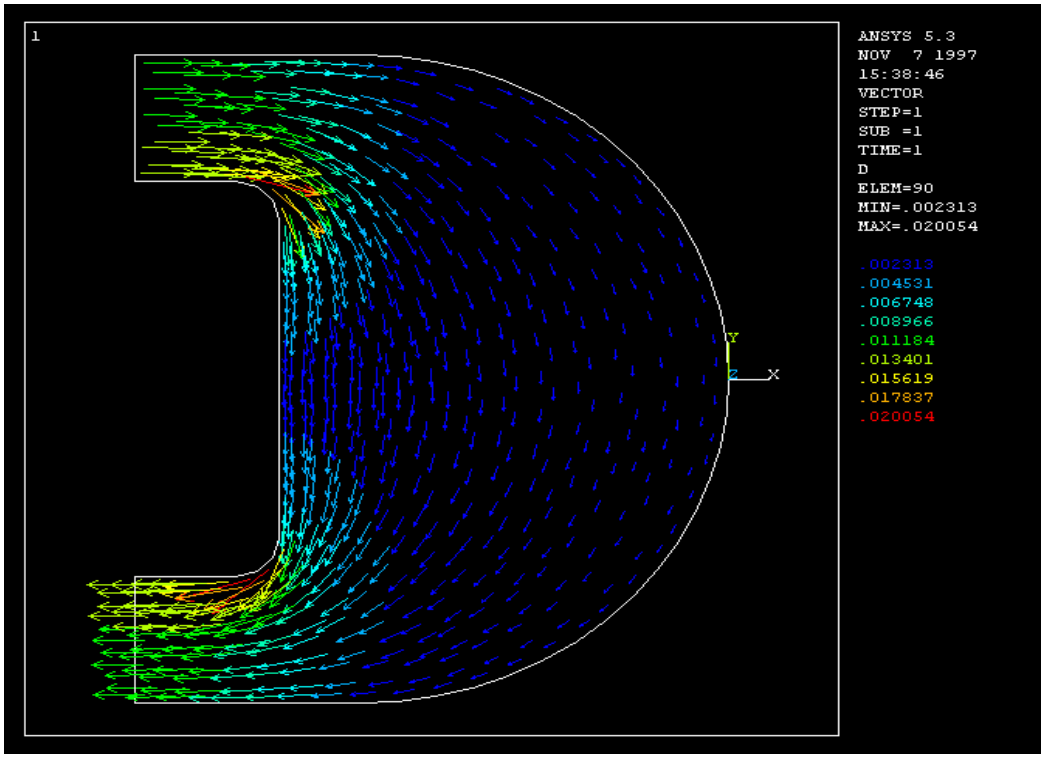
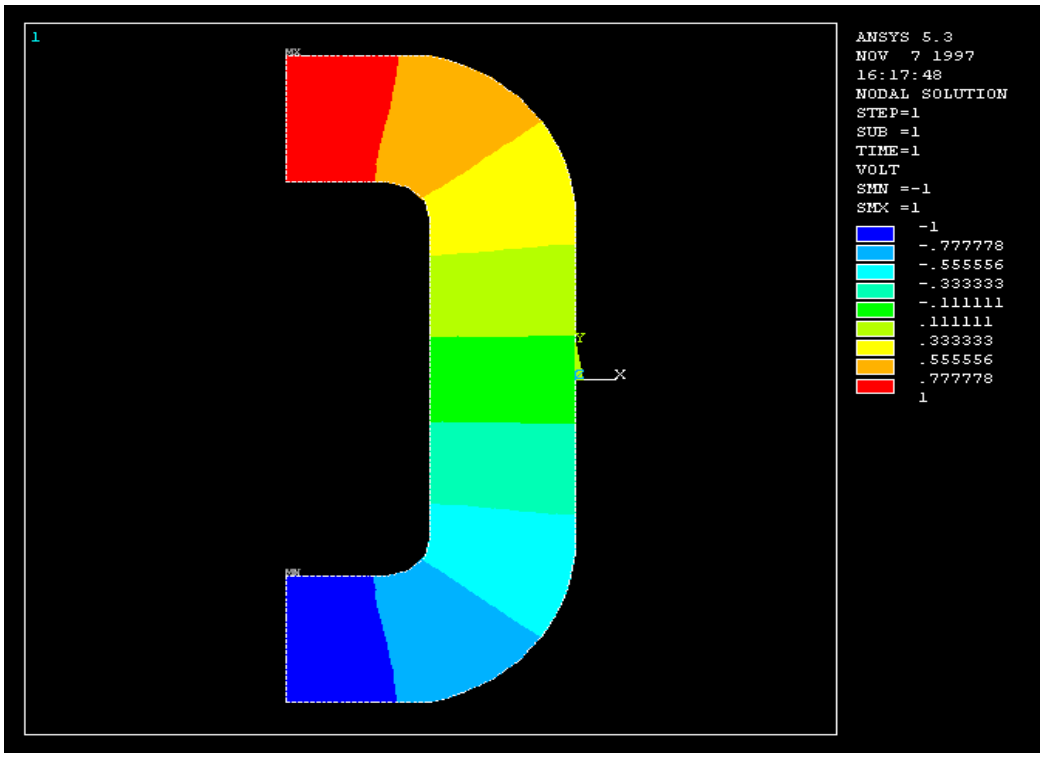


Bild 14: Potentialverteilung und Stromfluss (FE-Simulation)
verkürzte Umlenkstelle, Modell b



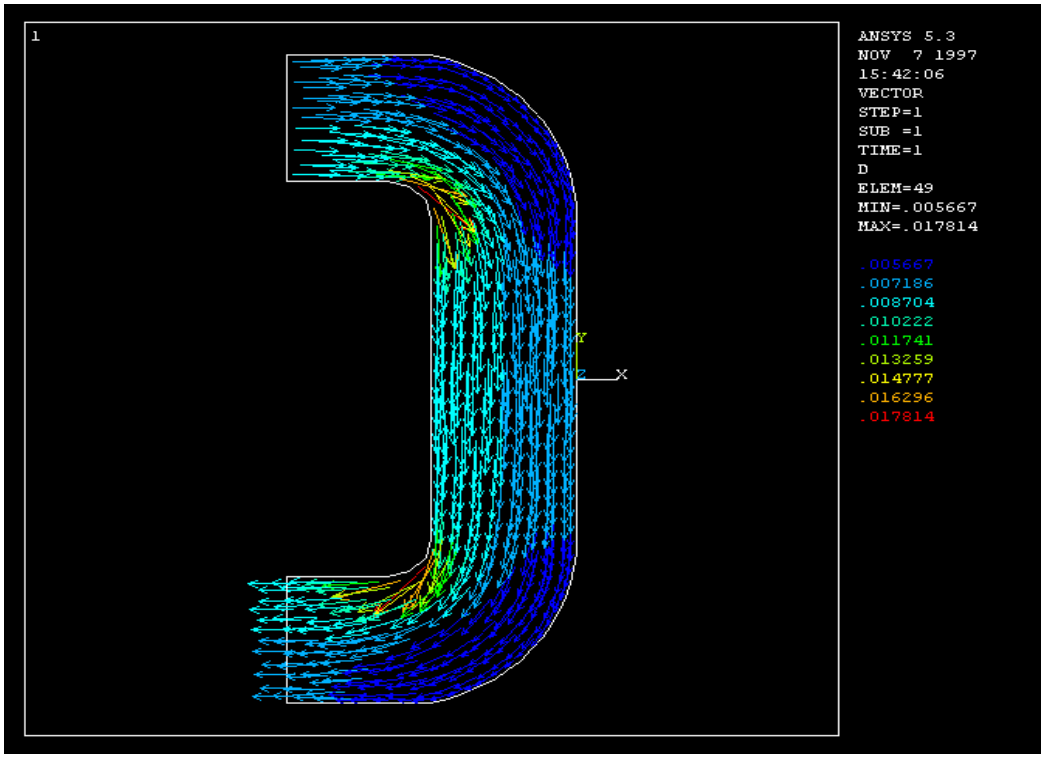


Bild 15: Potentialverteilung und Stromfluss (FE-Simulation)
auf Stegbreite verkürzte Umlenkstelle, Modell c

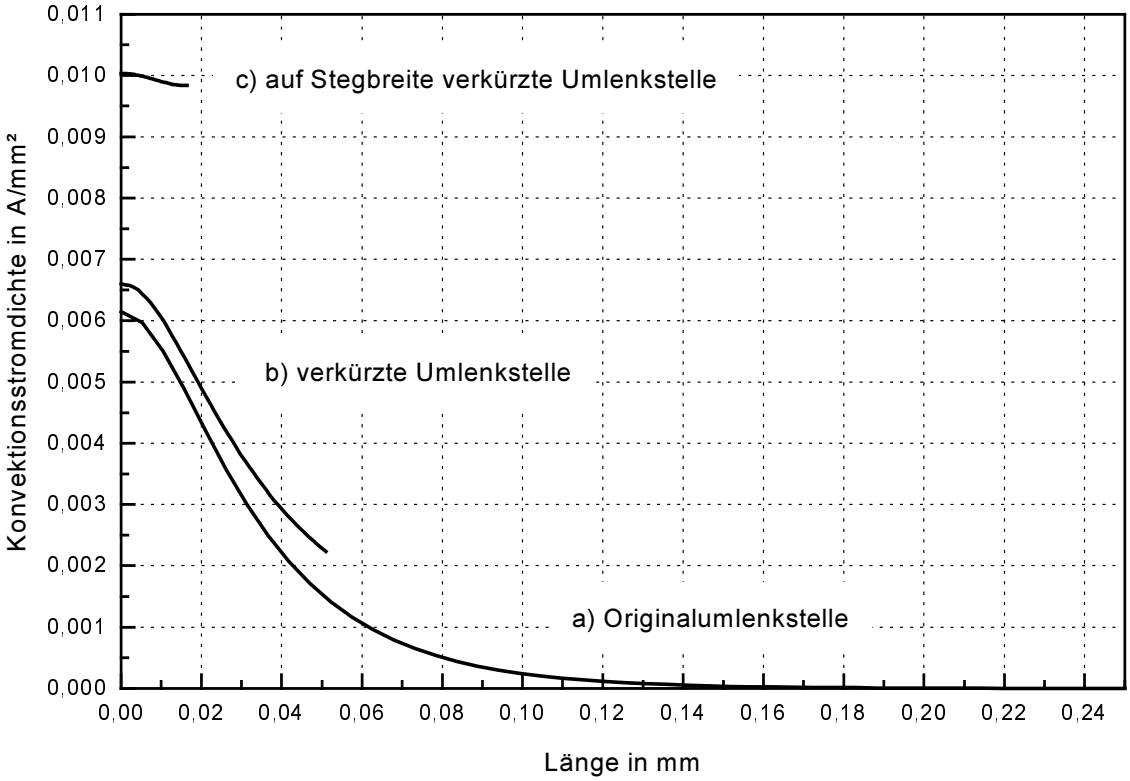


Bild 16: Konvektionsstromdichte entlang der Mittellinien der Umlenkstellen (FE-Simulation)

Die Gl. (8) liefert unter den beschriebenen Voraussetzungen die effektiven elektrischen Widerstände der reinen Umlenkstelle.

Sie betragen:

Originalumlenkstelle	**R_U = 0,41 Ω**
verkürzte Umlenkstelle	R_U = 0,45 Ω
auf Stegbreite verkürzte Umlenkstelle	R_U = 0,61 Ω

Interessant sind die Verhältnisse zwischen den berechneten Widerständen. Der Widerstand erhöht sich bei der ersten Verkürzung um 10 %; bei einer Verkürzung auf Stegbreite steigt er um 50 %.

Wenn man davon ausgeht, dass der betrachtete DMS insgesamt über 24 Umlenkstellen verfügt und einen Gesamtwiderstand von 350 Ω aufweist, so ergibt sich ein Widerstandsanteil der Umlenkstellen von etwa 2,8 %.

2.2.2.3 Experimentelle Untersuchungen

Zunächst soll ein ebenso einfacher wie aussagekräftiger Versuch durchgeführt werden. An einem in der Ebene 100-fach vergrößerten Modell der Umlenkstelle des DMS EP-08-050TG-350 wird die Veränderung des ohmschen Widerstandes gemessen, wenn man die Länge abschnittsweise verkleinert (Bild 17).

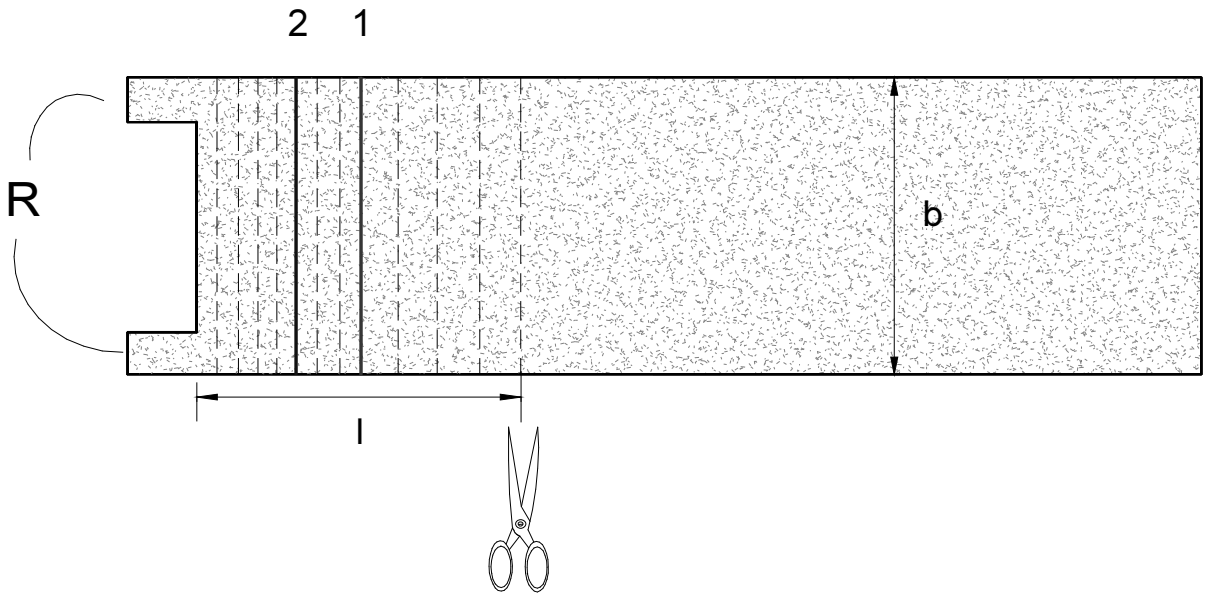


Bild 17: Bestimmung der Widerstandsänderung einer Umlenkstelle durch Abtrennen

Bei einer Verkürzung der Umlenkstelle von dem Anfangsverhältnis Länge/Breite ≈ 5 auf 0,6 ist noch keine Widerstandserhöhung messtechnisch feststellbar. Im Bild 17 entspricht das dem Abschnitt bis zur Linie 1. Das bedeutet, elektrisch ist es gleichgültig, ob die Umlenkstelle von der Linie 1 aus noch weiter verlängert wird oder nicht. Die Linie 2 ist ebenfalls interessant. Sie gibt an, welche Länge man bei der Berechnung des Widerstandes nach Gl. (5) einsetzen müsste, um den tatsächlich gemessenen Widerstand zu erhalten.
Im Bild 18 sind diese Messergebnisse zusammen mit den nach dem linearen Ohmschen Gesetz (Gl. (5)) berechneten Werten angegeben. Hier stellt die Länge l die bisher verwendete Breite b dar. Während die berechneten Werte bei Verlängerung der Umlenkstelle dem Grenzwert Null zustreben, existiert tatsächlich ein Grenzwert von in diesem Fall 0,37 Ω.

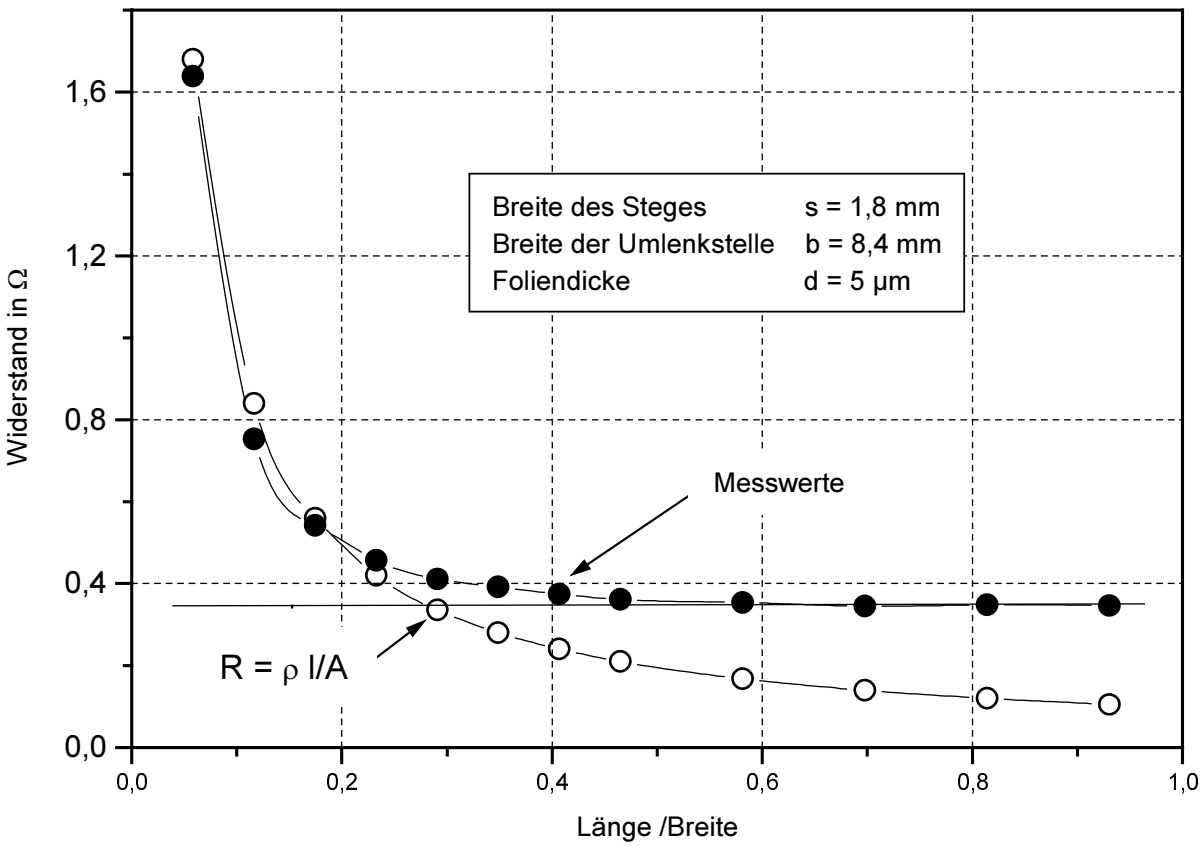


Bild 18: Widerstand einer Umlenkstelle bei Verkürzung

In einem zweiten Versuch wird ausgenutzt, dass im stationären Zustand die Stromdichte proportional zur emittierten Wärmestrahlung ist. Durch Auswertung des Temperaturfeldes kann damit qualitativ auf den Stromfluss geschlossen werden.

Diese Untersuchung erfolgte ebenfalls an Modellen der Umlenkstelle des DMS EP-08-050TG-350 aus Konstantanfolie, bei denen die geometrischen Abmessungen in der Ebene 100-fach vergrößert sind. Die Modellumlenkstelle ist dazu auf eine Epoxidharzplatte geklebt und komplett mit der Unterlage mit einem mattschwarzen dünnen Lack überzogen. Durch eine konstante elektrische Spannung, die an die im Modell ebenfalls nachgebildeten Stege angelegt wird, entsteht in der Umlenkstelle ein Stromfluss. Das Temperaturfeld ist nach wenigen Sekunden stationär und kann quantitativ mittels Infrarot-Thermografie bestimmt werden. Die Temperaturverteilung, aufgenommen mit dem Thermografiesystem Thermovision® 900 von AGEMA Infrared Systems, ist im Bild 19 dargestellt.

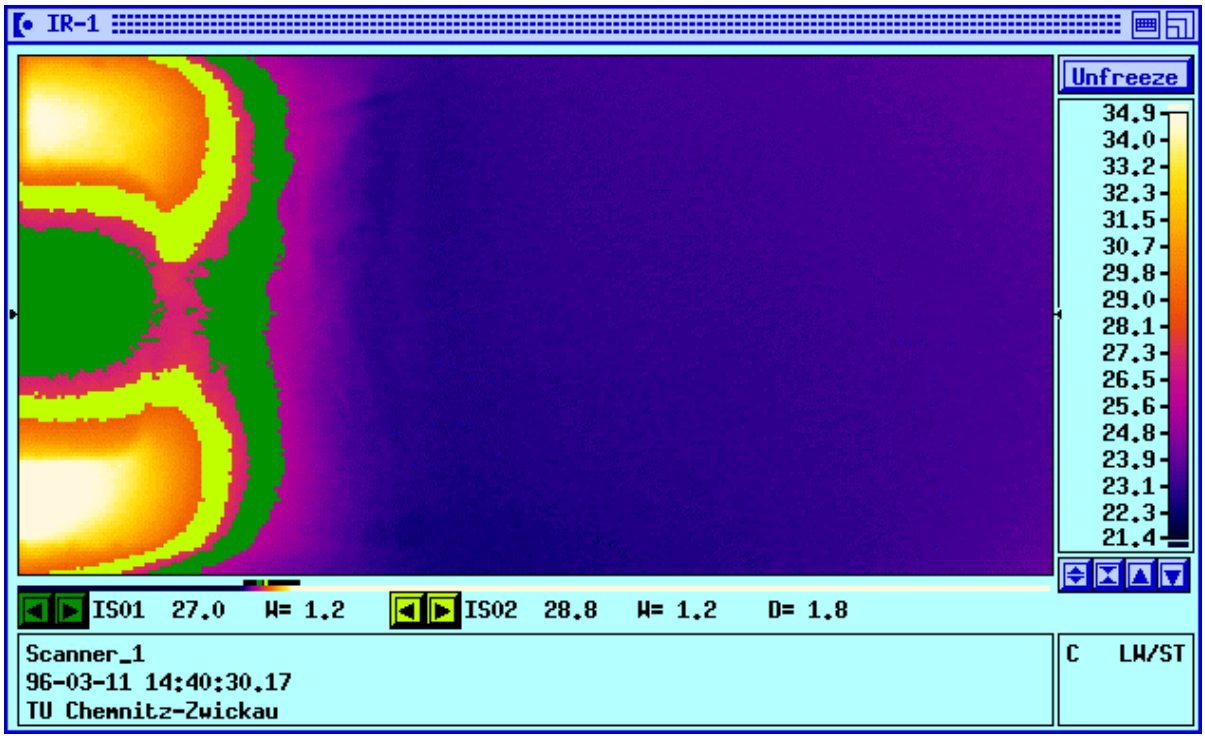


Bild 19: Temperaturverteilung am Modell einer Umlenkstelle

Es ist eindeutig zu erkennen, dass Temperaturerhöhungen in den Anschlussstegen selbst und in einem schmalen Bereich nahe der Anschlussstellen auftreten. Der Hauptteil der Umlenkstelle besitzt auch nach längerer Zeit noch die Raumtemperatur von 23 °C, das heißt, er ist kaum am Stromfluss beteiligt.

Es ist kein Zufall, dass der für die Originalumlenkstelle berechnete Widerstand von $R_U^{num} = 0{,}41\ \Omega$ sehr nahe an dem Wert liegt, der messtechnisch mit $R_U^{exp} = 0{,}37\ \Omega$ an dem in der Ebene 100-fach vergrößerten Modell ermittelt wurde. In beiden Fällen liegt die Dicke um Größenordnungen unter den anderen Abmessungen, so dass hier keine Gradienten auftreten. Unter dieser Voraussetzung verändert ein elektrischer Leiter seinen Widerstand nicht, wenn er maßstäblich in der Länge und in der Breite vergrößert wird. Beide Methoden sind deshalb gleich gut zur Bestimmung des realen Widerstandes der Umlenkstelle geeignet. Die Abweichung von 10 % hat sicherlich verschiedene Ursachen. So kann z.B. nicht davon ausgegangen werden, dass die bei der numerischen Simulation realisierten Randbedingungen im Experiment identisch nachgebildet werden konnten.

3 Mechanik der Dehnungsübertragung

3.1 Experimentelle Analyse der Dehnungsübertragung

3.1.1 Messverfahren Mikromoiréinterferometrie

3.1.1.1 Verfahrensgrundlagen

Die messtechnische Analyse der Dehnungsübertragung an Foliendehnungsmessstreifen erfolgt mit dem Verfahren der Moiréinterferometrie. Im Gegensatz zu anderen Messverfahren, die in-plane Verschiebungsfelder erfassen, wie z.B. die Speckle-Messtechnik oder auch die Grauwertkorrelation, spielen hier Veränderungen der Oberflächenstruktur nur eine untergeordnete Rolle. Damit sind Messungen im elastisch-plastischen Deformationsbereich des Leitermaterials möglich.

Während die Moiréstreifen beim klassischen Moiréverfahren durch geometrische Überlagerung von Amplitudenrastern entstehen, arbeitet die Moiréinterferometrie rein interferenzoptisch. Die Moiréstreifen und auch die in diesem Fall als virtuell zu bezeichnenden Bezugsgitterlinien ergeben sich als Intensitätsverteilung von interferierenden Lichtwellenzügen. Der Begriff Mikromoiréinterferometrie bezieht sich dabei auf spezielle optische Anordnungen, mit denen extrem kleine geometrische Objekte untersucht werden können. Die Abmessungen der zu untersuchenden Oberflächen liegen zum Teil im Submillimeterbereich, wobei Moiréstreifenabstände von 1/100 mm und darunter aufgelöst werden können.

Ein umfassender historischer Überblick über die Entwicklung des Verfahrens wird von Collin A. Walker in [37] gegeben. Hervorzuheben ist dabei vor allem Daniel Post, der sich am Virginia Polytechnic Institute in Blacksburg (USA) viele Jahre mit diesem Messverfahren beschäftigte. In dem von ihm zusammen mit B. Han und P. Ifju verfassten Handbuch [38] sind die theoretischen Grundlagen, verschiedene Interferometeranordnungen und eine Vielzahl von Anwendungen zusammengestellt. Es kann als die derzeit umfassendste Darstellung angesehen werden. Die Anwendung des Verfahrens zur Analyse von Deformationsfeldern an sehr kleinen Bauteilen wird in dem erst kürzlich von Han veröffentlichten Übersichtsartikel [39] gezeigt.

Alle Moiréinterferometer beruhen darauf, dass in der Ebene des deformierten realen Objektgitters interferenzoptisch eine periodische Intensitätsverteilung erzeugt wird, die im Idealfall in ihrer Frequenz und Orientierung exakt der des Objektgitters im Ausgangszustand entspricht. Der Qualität dieser Intensitätsverteilung, die praktisch das Bezugsnormal darstellt, kommt eine besondere Bedeutung zu. Üblicherweise verwendet man dazu zwei

interferenzfähige ebene Wellenzüge, die sich im Raum unter einem Winkel durchdringen. Gleiche Polarisationsrichtungen und Wellenlängen sowie eine konstante Phasenverschiebung vorausgesetzt, entsteht im Durchdringungsgebiet eine periodische Intensitätsverteilung. Dieser Vorgang ist im Bild 20 dargestellt und wird im folgenden näher erläutert. Zur mathematischen Beschreibung der Interferenz wird Licht als ein Energiestrom aufgefasst, der sich in Form elektromagnetischer Wellen ausbreitet.

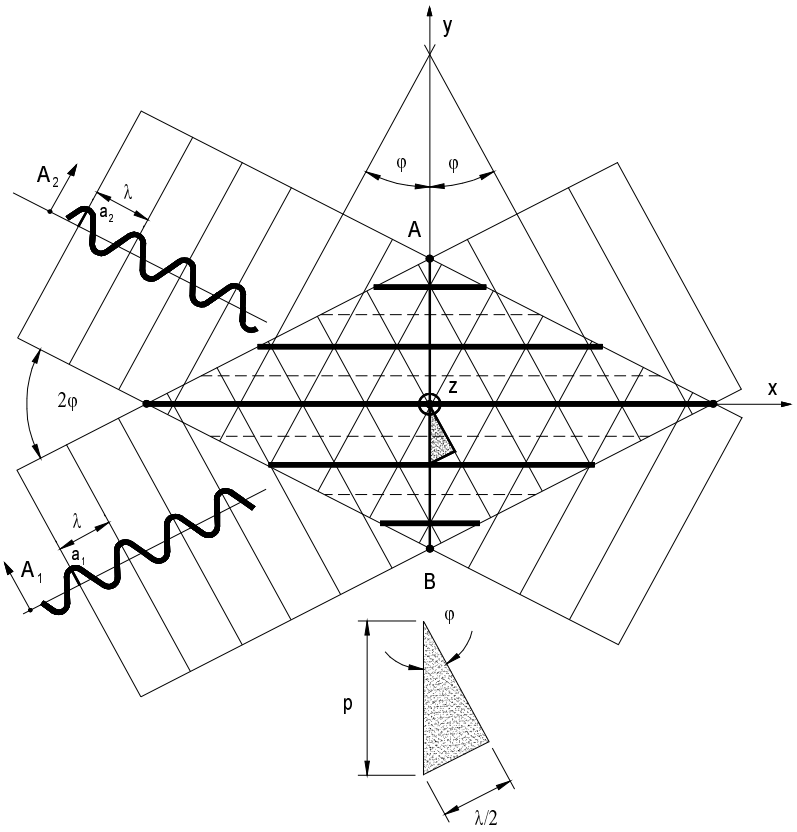


Bild 20: Erzeugung eines virtuellen Bezugsgitters durch Zweistrahlinterferenz

Die Feldstärken A_1 und A_2 der zwei ebenen Wellenzüge mit den Amplituden a_1 und a_2 lassen sich in reeller Schreibweise durch die harmonischen Funktionen

$$A_1 = a_1 \cos 2\pi\omega t \qquad \text{und} \qquad A_2 = a_2 \cos 2\pi\left(\omega t + \frac{\delta}{\lambda}\right) \tag{9}$$

ausdrücken. Beide Wellenzüge besitzen die gleiche Geschwindigkeit und sind gegeneinander um den Gangunterschied δ verschoben. Bei Überlagerung der Wellenzüge addieren sich die Feldstärken

$$A = A_1 + A_2 \tag{10}$$

und es entsteht wiederum eine harmonische Schwingung

$$A = \tilde{a}\cos 2\pi(\omega t + \phi) \tag{11}$$

mit der Amplitude

$$\tilde{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}}\,. \tag{12}$$

Die sich daraus ergebende Intensitätsverteilung folgt aus dem Quadrat der Amplitude $\tilde{a}$ zu

$$I = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\,. \tag{13}$$

Sind die Amplituden der interferierenden Wellenzüge gleich ($a = a_1 = a_2$), so folgt

$$I = 4a^2 \cos^2 \pi\frac{\delta}{\lambda}\,. \tag{14}$$

Im Durchdringungsgebiet ist die relative Phasenverschiebung $\frac{\delta}{\lambda}$ ausschließlich eine Funktion von y und es ergibt sich eine periodische Intensitätsverteilung, deren Frequenz

$$f = \frac{1}{p} = \frac{2\sin\varphi}{\lambda} \tag{15}$$

nur vom Kreuzungswinkel und der Wellenlänge abhängt. Stellt man in das Kreuzungsgebiet zwischen den Punkten A und B einen optischen Schirm, so kann die Intensitätsverteilung in Form einer Helligkeitsverteilung sichtbar gemacht werden. Im Bild 21 ist dies dargestellt. Der Kontrast

$$K = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \tag{16}$$

erreicht dabei den idealen Wert K =1.

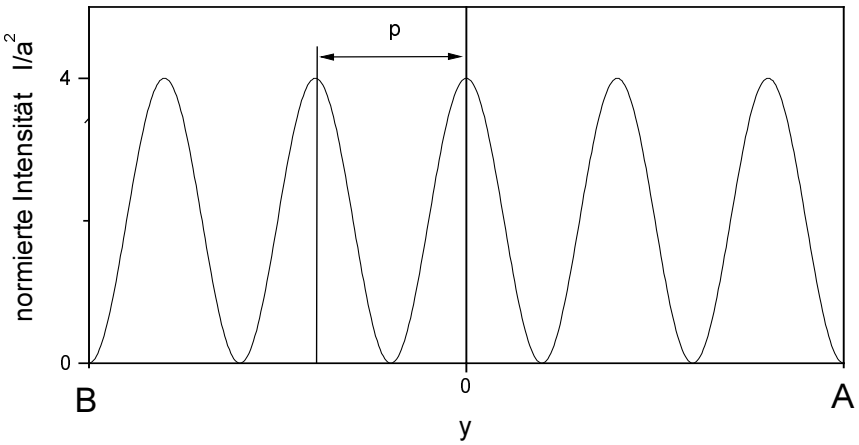


Bild 21: Intensitätsverteilung zwischen den Punkten A und B (siehe Bild 20)

Zu einem bzgl. der Intensitätsverteilung völlig identischen Ergebnis gelangt man, wenn in dem im Bild 20 angegebenen Aufbau der Schirm zwischen den Punkten A und B durch ein Beugungsgitter mit der Frequenz f ersetzt wird und dafür der zweite Wellenzug entfällt. Diese Anordnung ist im Bild 22 dargestellt.

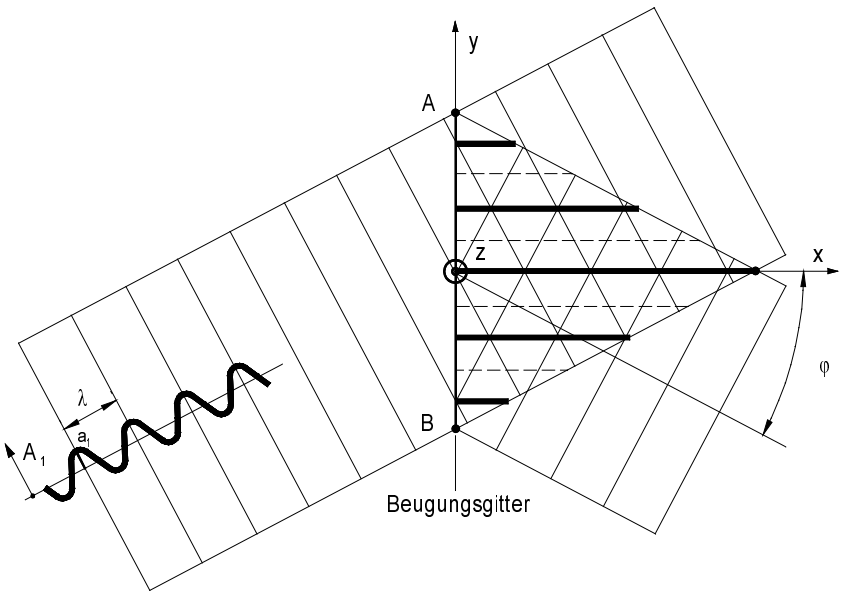


Bild 22: Beugung und Intensitätsverteilung am realen Objektgitter

Bei der Moiréinterferometrie werden beide Anordnungen kombiniert. Das heißt, entsprechend Bild 20 wird ein virtuelles Bezugsgitter in der y-z Ebene erzeugt, gleichzeitig befindet sich in dieser Ebene aber ein reelles Beugungsgitter nach Bild 22.
Damit liegen zwei Intensitätsverteilungen vor, die sich genau wie beim klassischen Moiréverfahren überlagern. Die bei der Deformation eines der Gitter entstehenden

Streifensysteme stellen Linien gleicher Verschiebungskomponente orthogonal zu den virtuellen bzw. reellen Gitterlinien dar. Die Auswertung der Verschiebungskomponente kann damit nach den bekannten Beziehungen des Isothetenverfahrens

$$u_x = p_{eff}\, m$$
$$u_y = p_{eff}\, n \qquad (17)$$

erfolgen, wobei m bzw. n die Isothetenordnungen darstellen. Eine Anordnung erlaubt dabei stets nur die Aufnahme des Feldes einer Verschiebungskomponente. Zur vollständigen Bestimmung des Verschiebungsfeldes müssen deshalb zwei getrennte Versuche mit unterschiedlich orientierten Gitterlinien durchgeführt werden. Vielfach präpariert man deshalb das Objekt mit einem Kreuzgitter, bei dem Gitterlinien gleichzeitig in orthogonal zueinander stehenden Richtungen vorhanden sind und beschränkt sich auf die Drehung des virtuellen Bezugsgitters. In den Gln. (17) stellt p_{eff} die effektiv wirksame Gitterteilung dar. Sie ist über einen Multiplikationsfaktor mit der Grundgitterteilung verbunden und hängt auch von der verwendeten Interferometeranordnung ab.

3.1.1.2 Interferometer, Anordnungen und Empfindlichkeit

Die benutzten Moiréinterferometer besitzen als kohärente Lichtquelle einen Nd:YAG-Laser von COHERENT® (λ = 532 nm, P = 100 mW), dessen Strahl zunächst aufgeweitet und zur Erzeugung ebener Wellenfronten parallel ausgerichtet wird. Zur Strahlenteilung ist im Beleuchtungsstrahlengang ein Beugungsgitter eingesetzt, das in seiner Frequenz mit dem des undeformierten Objektgitters übereinstimmt. Diese von den üblichen Aufbauten abweichende Anordnung besitzt den Vorteil, dass Ausgangsfrequenzunterschiede zwischen dem virtuellen Bezugsgitter und dem Objektgitter durch streng orthogonale Anordnung der Gitter und Umlenkspiegel vermieden werden können. Im Bild 23 ist eine reine Durchlichtanordnung dieser Art dargestellt. Sie arbeitet mit höheren Beugungsordnungen und ist damit besonders für Gitter mit geringen Liniendichten von z.B. 250 L/mm geeignet. Eingesetzt wird diese Anordnung zur Gitterprüfung von Liniengittern mit 100 und 250 L/mm (siehe Bilder 27-29). Sie ist aber ebenfalls zur Deformationsanalyse geeignet.

Die im Bild 24 dargestellte Anordnung arbeitet mit den in der Moiréinterferometrie üblichen Gitterteilungen von über 1000 L/mm. Hier ist das Beleuchtungsgitter als Reflexions- und das Objektgitter als Transmissionsgitter ausgeführt.

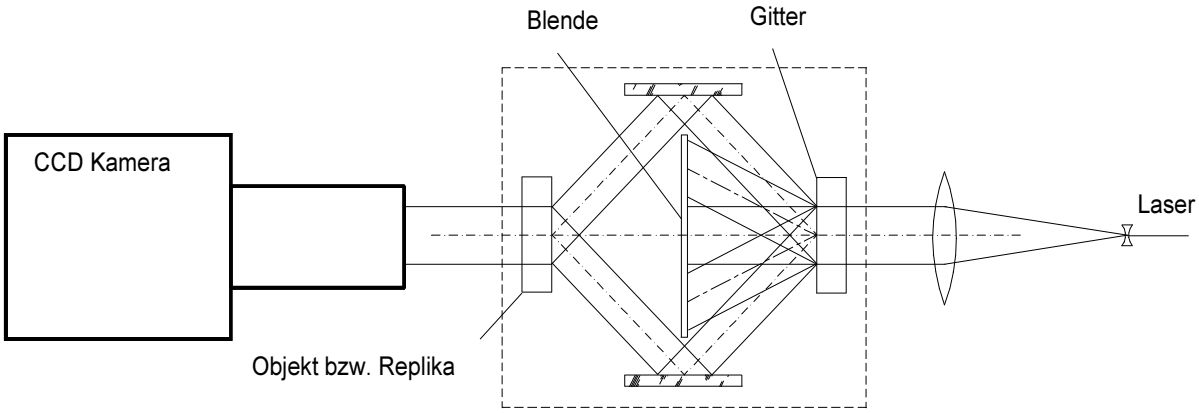


Bild 23: Moiréinterferometer, Anordnung 1

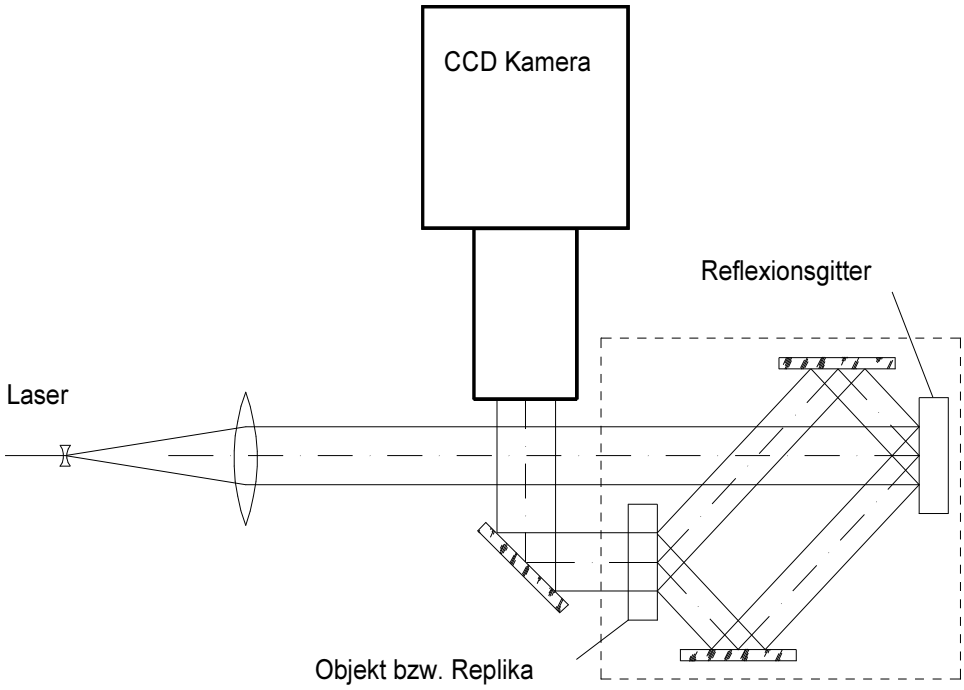


Bild 24: Moiréinterferometer, Anordnung 2

Zur Aufnahme der Moiréstreifen wird eine hochauflösende CCD-Kamera Kodak Megaplus 1.4 in Verbindung mit einem Frame-Grabber MFG-3M-V von ITI und einem PC verwendet. Die Kamera besitzt eine CCD-Matrix, bei der auf einer aktiven Bildfläche von 8,98 x 7,04 mm 1.389.580 quadratische Pixel (1340 H x 1037 V) mit einer Kantenlänge von

6,8 µm angeordnet sind. Um mikroskopische Vergrößerungen erzielen zu können, wird das Objektiv (Tevidon 2,8/100) in einem maximalen Bildweitenabstand a_{max} = 1,5 m vor der Kamera positioniert. Der erreichbare Abbildungsmaßstab

$$\beta_{max} = \frac{a_{max} - f}{f} \tag{18}$$

beträgt damit $\beta_{max} = 14$. Das heißt, bei maximaler Auflösung kann eine Objektfläche mit den Kantenlängen 0,64 x 0,50 mm formatfüllend abgebildet werden. Weitere Vergrößerungen mit reduzierter Auflösung können elektronisch durchgeführt werden.

Die Empfindlichkeit der verwendeten Anordnungen hängt von den verwendeten Gittern und von den Beugungsordnungen der interferierenden Wellenzüge ab.
Betrachtet man einen ebenen, senkrecht auf ein Gitter einfallenden Wellenzug, dann entstehen durch Beugung eine Vielzahl wiederum ebener Wellenzüge unterschiedlicher Intensität und Ausbreitungsrichtung (Bild 25).

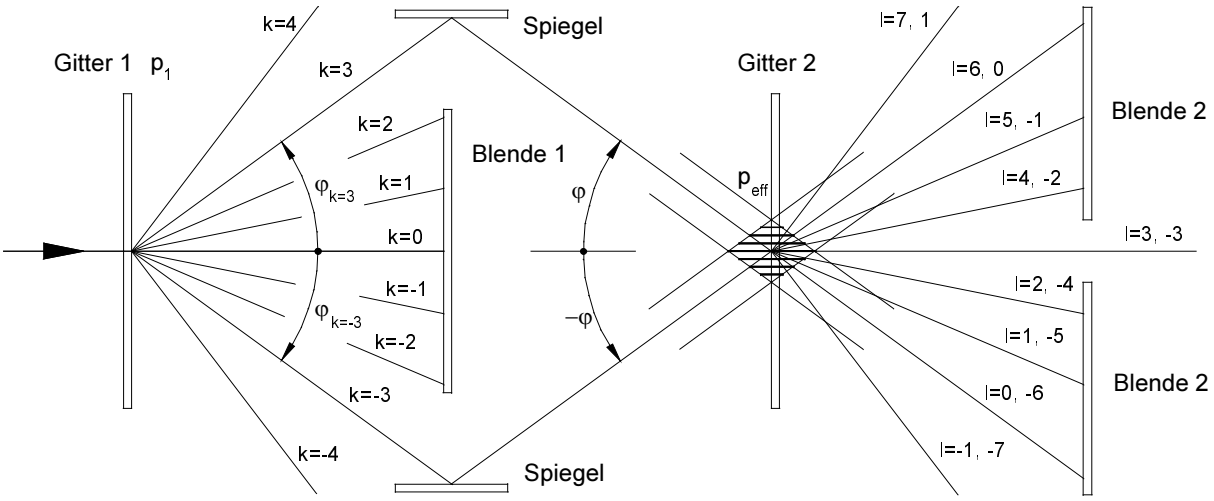


Bild 25: Beugung am Beleuchtungs- und Objektgitter

Der Beugungswinkel φ_k für die k-te Beugungsordnung wird nach der Beziehung

$$\sin\varphi_k = \frac{k \cdot \lambda}{p_1}. \qquad k = \ldots -2, -1, 0, 1, 2\ldots \tag{19}$$

berechnet. Lässt man nur ein Ordnungspaar (z.B. k = -3, 3) passieren und führt sie über parallele Spiegel wieder zusammen, dann entsteht durch reine Zweistrahlinterferenz in der Ebene des Gitters 2 eine Intensitätsverteilung, deren Frequenz nach Gl. (15) aus dem Einfallswinkel und der Wellenlänge folgt. Setzt man beide Winkel gleich ($\varphi_k = \varphi$), so ergibt sich mit

$$p_{eff} = \frac{1}{2k} \cdot p_1 \tag{20}$$

die Periode der Intensitätsverteilung, die als effektiv wirksame Gitterkonstante des virtuellen Gitters betrachtet werden kann.
Das reale Objektgitter wird mit den Ordnungspaaren (k, -k) unter dem Winkel φ bzw. $-\varphi$ beleuchtet und beugt beide Wellenzüge in die Ordnungen l = …-2, -1, 0, 1, 2 … . Somit steht eine Vielzahl von Wellenzügen unterschiedlicher Neigung zur Verfügung, die miteinander interferieren können. Für die Moiréstreifenentstehung sind nur die zu berücksichtigen, die die 2. Blende passieren. Es sind die Ordnungen l = k, -k. Damit ergibt sich auch beim Objektgitter analog zur Gl. (20) eine scheinbare Verkleinerung der Gitterkonstanten um den Faktor 2k.

3.1.1.3 Auswahl geeigneter Gitter

Alle Moiréinterferometer enthalten wenigstens ein reelles optisches Gitter, das durch seine Beugungseigenschaften die Qualität der Interferenzstreifen und die Messgenauigkeit des Verfahrens wesentlich bestimmt. Erfolgt auch die Strahlenteilung wie bei den hier verwendeten Interferometern durch ein Beugungsgitter, so trifft diese Aussage in besonderem Maße zu. Aus diesem Grund wurden Genauigkeitsuntersuchungen an Gittern unterschiedlicher Hersteller und Technologie den eigentlichen Untersuchungen vorangestellt.
Die Herstellung von Gitteroriginalen erfolgt grundsätzlich mechanisch oder interferenzoptisch (holografisch). Bei den mechanischen Verfahren wird auf hochgenauen Teilmaschinen Linie für Linie ein Oberflächenprofil in einen Grundkörper eingebracht, wobei die Materialbearbeitung mechanisch durch einen Diamant oder auch thermisch mit einem Laserstrahl erfolgen kann. Derartige Gitter enthalten oft periodische Teilungsfehler, die durch Ungenauigkeiten im Antrieb der Teilungsmaschinen hervorgerufen werden und sich im Beugungsbild in Form von sog. Geisterlinien äußern. Holografische Gitter werden durch

Zweistrahlinterferenz erzeugt. Die hier auftretenden Fehler resultieren aus der räumlichen Krümmung der interferierenden Wellenfronten und äußern sich in Form von fortschreitenden Teilungsfehlern. Die Gitterkonstante ändert sich dabei nicht periodisch, sondern gleichmäßig in einem größeren geometrischen Bereich.

Folgende Gitter wurden auf ihre Eignung für die Moiréinterferometrie untersucht:

1. spindelgeteiltes Liniengitter älterer Bauart
   Cr-Glas, 250 L/mm

2. mechanisch geteiltes und in Repeatertechnik angesetztes Kreuzgitter
   Cr-Glas, 250 L/mm, Carl Zeiss Jena

3. mechanisch geteiltes, lasergeschriebenes Liniengitter
   Cr-Glas, 100 L/mm, Berliner Institut für Optik

4. holografisches Liniengitter
   Lackrelief überdampft mit Aluminium, Sinusprofil, 1400 L/mm, Carl Zeiss Jena

Bei den Gittern 2, 3 und 4 handelt es sich um neuere Produkte renommierter Gitterhersteller mit spezifizierten Parametern. Das erste Gitter ist älterer Bauart und wird nur zum Vergleich herangezogen.
Zur Überprüfung der Gitterqualität werden zwei Verfahren angewendet. Das ist einmal die Beobachtung des Beugungsbildes einer ebenen Wellenfront und zum anderen sind es die im Moiréinterferometer erzeugten Moiréstreifen bei gegenseitiger Gitterverdrehung (Verdrehmoiré). Beide Verfahren reagieren empfindlich auf Teilungsfehler und sind damit gut zur Beurteilung der Gitter geeignet.
Im Bild 26 ist die verwendete Anordnung zur Aufnahme von Beugungsbildern dargestellt. Die Intensitätsverteilung der am Gitter gebeugten ebenen Wellenzüge wird am Schirm als Helligkeitsverteilung sichtbar und kann von der Kamera aufgenommen werden.
Bei rein monochromatischer Beleuchtung und einem idealen Beugungsgitter ist die Intensitätsverteilung im Querschnitt der einfallenden Wellenfront über einen konstanten Faktor mit der Intensitätsverteilung in der gebeugten Wellenfront verbunden. Periodische Gitterfehler, die lokal die Beugungseigenschaften beeinflussen, führen, vergleichbar mit verschiedenen Wellenlängen in der Spektroskopie, zu Veränderungen der Intensitätsverteilung im Beugungsbild. Die Untersuchungen erfolgten bei den zu prüfenden

Gittern in unterschiedlichen Beugungsordnungen, um einen vergleichbaren Beugungswinkel von $\gamma \approx 40°$ zu erhalten. Der Durchmesser des aufgeweiteten Strahls beträgt d = 10 mm und der Abstand zwischen Gitter und Schirm a = 1 m.

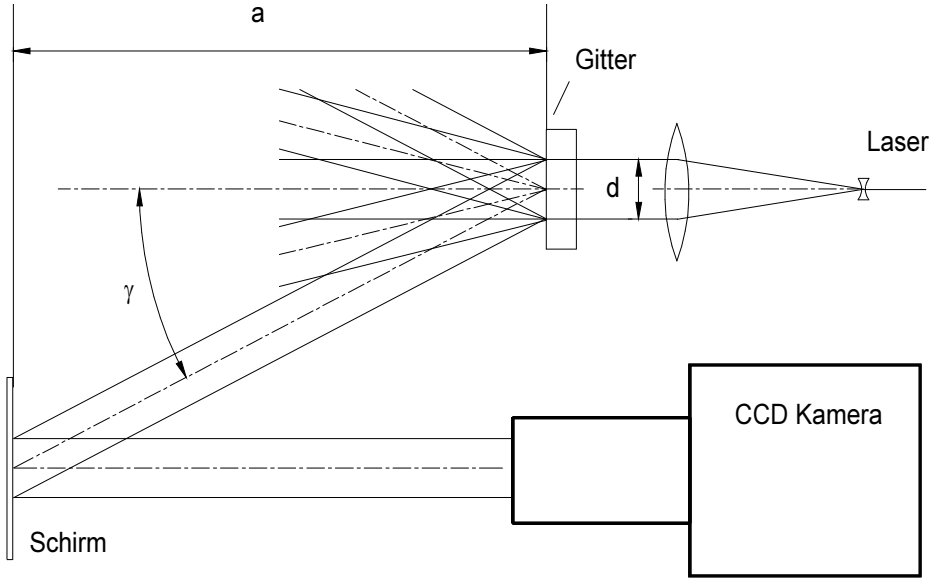
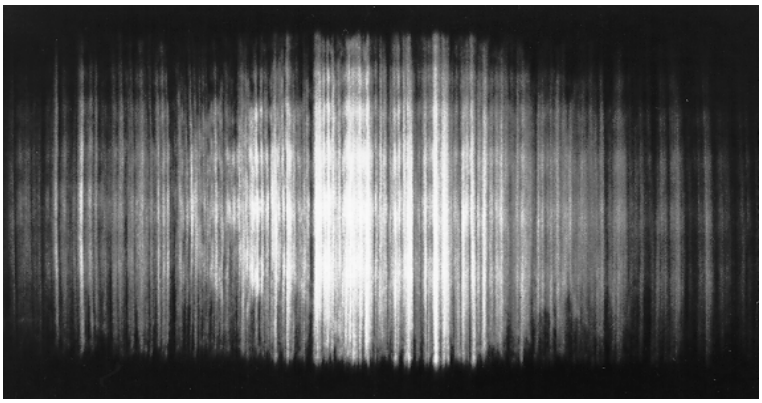


Bild 26: Anordnung zur Aufnahme von Beugungsbildern

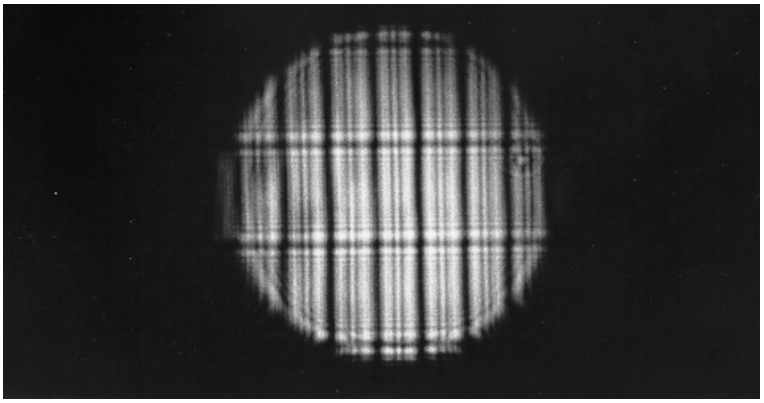
Die Beugungsbilder der untersuchten Gitter sind im Bild 27 angegeben. Dabei zeigt sich, dass beim Gitter 1 die Teilungsfehler im beleuchteten Gebiet so groß sind, dass es zu einer förmlichen Auflösung des Beugungsbildes in viele einzelne Linien kommt. Die beiden anderen mechanisch geteilten Gitter von höherer Qualität enthalten aber ebenfalls Linienstrukturen, die auf Teilungsfehler hinweisen. Nur das Beugungsbild des holografisch erzeugten Gitters bleibt sauber und entspricht in seiner Intensitätsverteilung dem des einfallenden Strahlenbündels.

Die zweite Untersuchungsmethode, bei der jeweils zwei Gitter des zu prüfenden Typs benötigt werden, erfolgt direkt mit der Methode der Moiréinterferometrie. Die Gitter sind dazu in den Interferometeranordnungen entsprechend Bild 23 bzw. 24 als Strahlenteiler und als Objektgitter eingesetzt und relativ zueinander geringfügig verdreht. Die Gitter 1-3 wurden in der Durchlichtanordnung 1 geprüft. Um die Ergebnisse untereinander direkt vergleichen zu können, erfolgte dabei eine Multiplikation der effektiven Empfindlichkeit der Gitter 1-3 auf etwa den Wert, der durch die höhere Gitterkonstante des Gitters 4 gegeben ist. Das Gitter 4 selbst wurde in der Anordnung 2 geprüft. In den Bildern 28 bis 31 sind die Verdrehmoiréstreifen der einzelnen Gitterpaarungen dargestellt.

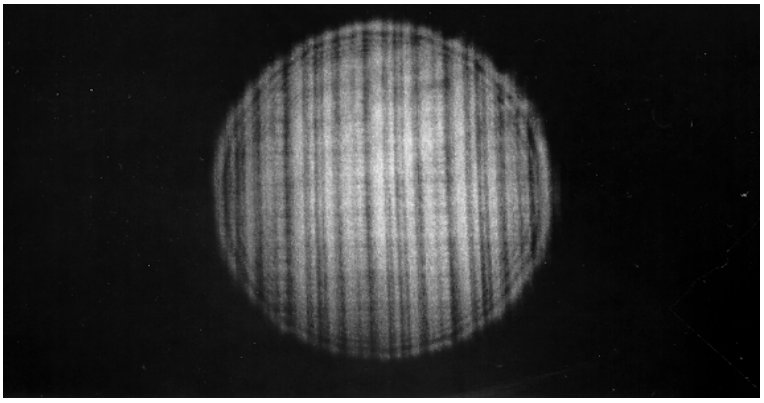


spindelgeteiltes Gitter

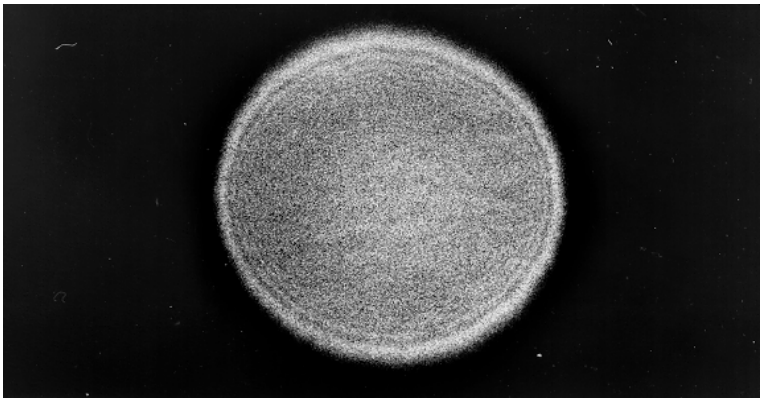
250 Linien/mm
k = 5, p_{eff} = 400 nm



angesetztes Gitter
(Carl Zeiss Jena)
250 Linien/mm
k = 5, p_{eff} = 400 nm



lasergeschriebenes Gitter
(Berliner Institut für Optik)
100 Linien/mm
k = 12, p_{eff} = 417 nm



holografisches Gitter
(Carl Zeiss Jena)
1400 Linien/mm,
k = 1, p_{eff} = 357 nm

Bild 27: Beugungsbilder, erzeugt mit Gittern unterschiedlicher Qualität und Herstellungsart

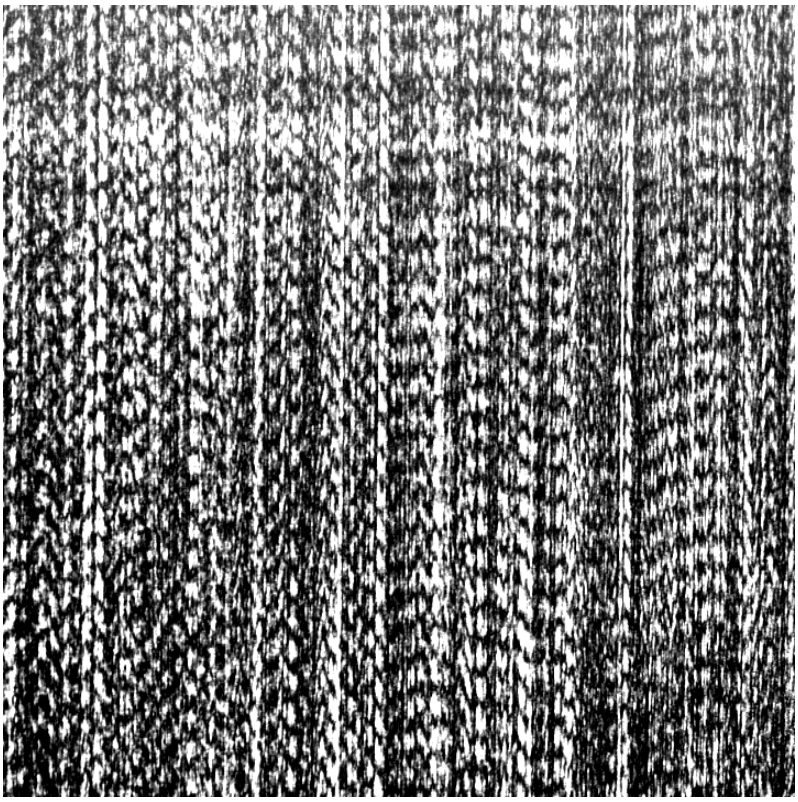


Bild 28: Verdrehmoiré, spindelgeteiltes Gitter
250 Linien/mm, k= 5, p_{eff} = 400 nm, Interferometeranordnung 1

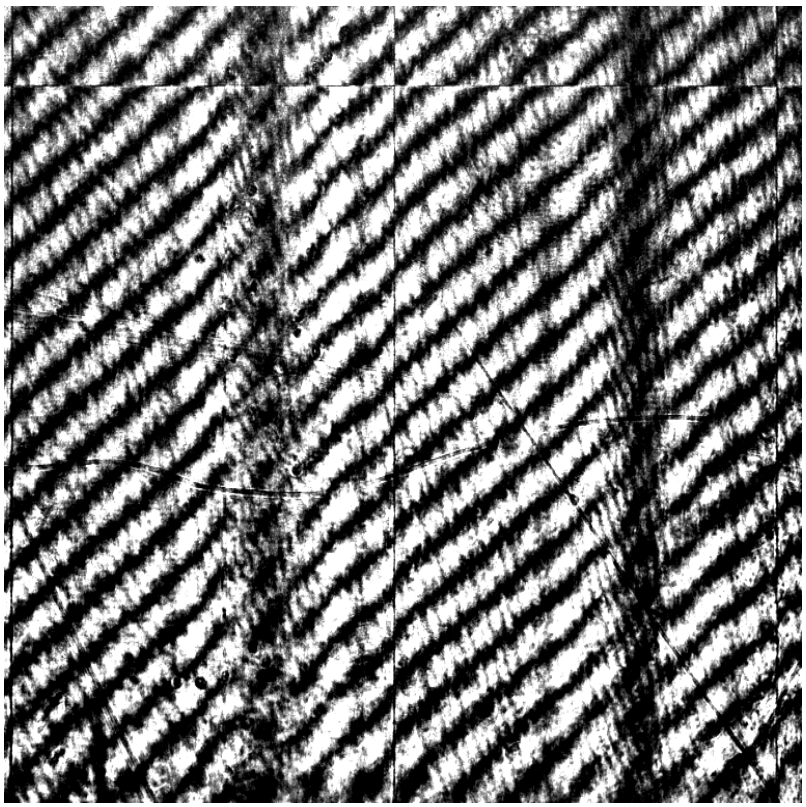


Bild 29: Verdrehmoiré, angesetztes Gitter (Carl Zeiss Jena)
250 Linien/mm, k = 5, p_{eff} = 400 nm, Interferometeranordnung 1

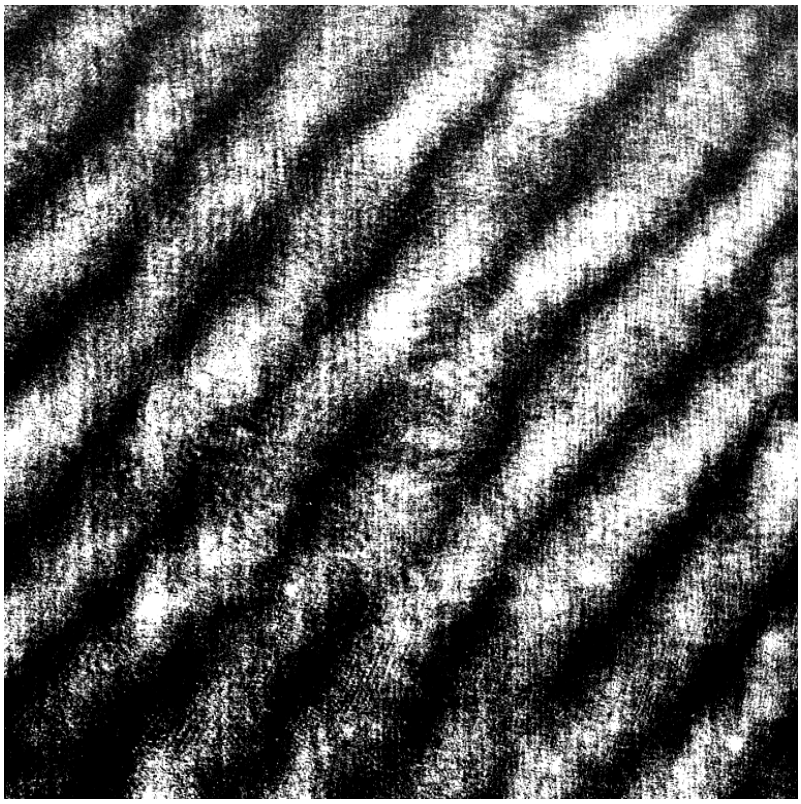


Bild 30: Verdrehmoiré, lasergeschriebenes Gitter (Berliner Institut für Optik)
100 Linien/mm, k = 12, p_{eff} = 417 nm, Interferometeranordnung 1

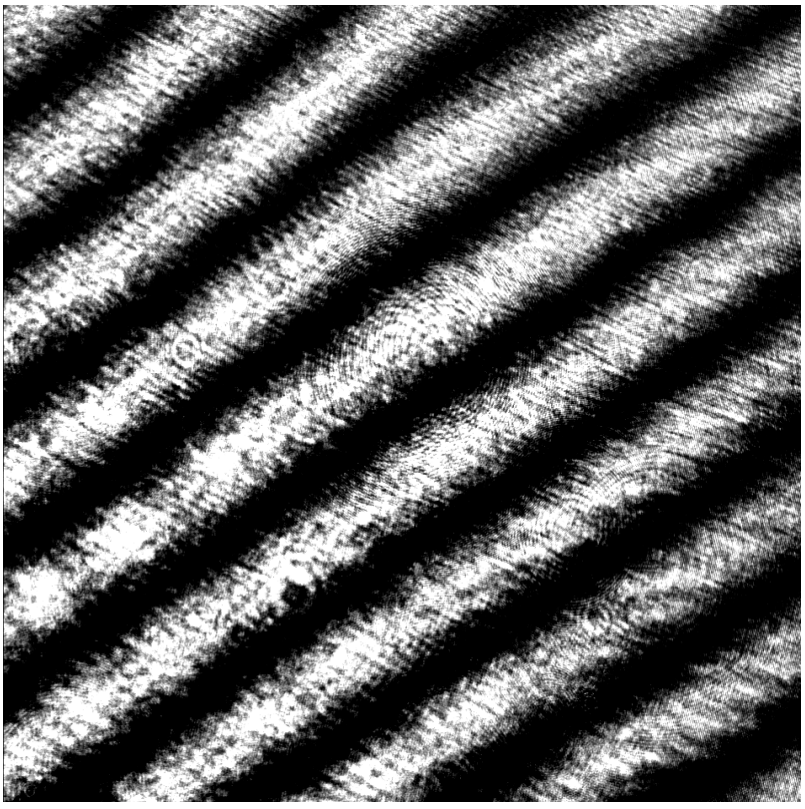


Bild 31: Verdrehmoiré, holografisches Gitter (Carl Zeiss Jena)
1400 Linien/mm, k = 1, p_{eff} = 357 nm, Interferometeranordnung 2

Auch hier zeigt sich, dass das holografische Gitter die besten Ergebnisse liefert. Es wird deshalb als Ausgangsgitter für die experimentelle Analyse der Deformationsübertragung ausgewählt.

3.1.1.4 Technologische Fragen und Versuchsdurchführung

Geeignete holografische Gitter mit Liniendichten von 1000-2000 Linien/mm werden in Form von Originalen oder hochwertigen Kopien von verschiedenen Herstellern angeboten. Das Anfertigen von weiteren Kopien kann mit einer Replica-Technik, bei der das sinusförmige Relief mit einem aushärtenden Formstoff auf einen Träger abgeformt wird, erfolgen. Gut geeignet ist dafür ungefüllter Silikonkautschuk, der im zunächst flüssigen Zustand auf Grund seiner guten Benetzungsfähigkeit in Strukturen im nm-Bereich hineinkriecht. Das damit erzeugte Oberflächenprofil wird dann in einem zweiten Schritt z.B. mit Epoxidharz auf einen weiteren Träger übertragen. Diese Technik ist sowohl für die Gittervervielfältigung als auch für die Präparation des Objektgitters und die Abformung des deformierten Objektgitters geeignet. Im Bild 32 sind die konkreten Arbeitsschritte bei der Präparation des Objektgitters und bei der Abformung des deformierten Objektgitters dargestellt. Ausgangspunkt ist dabei das bereits in seinen optischen Eigenschaften beschriebene Gitter mit 1400 Linien/mm von Carl-Zeiss-Jena. Es besitzt ein sinusförmiges Lackrelief und ist mit Aluminium beschichtet.

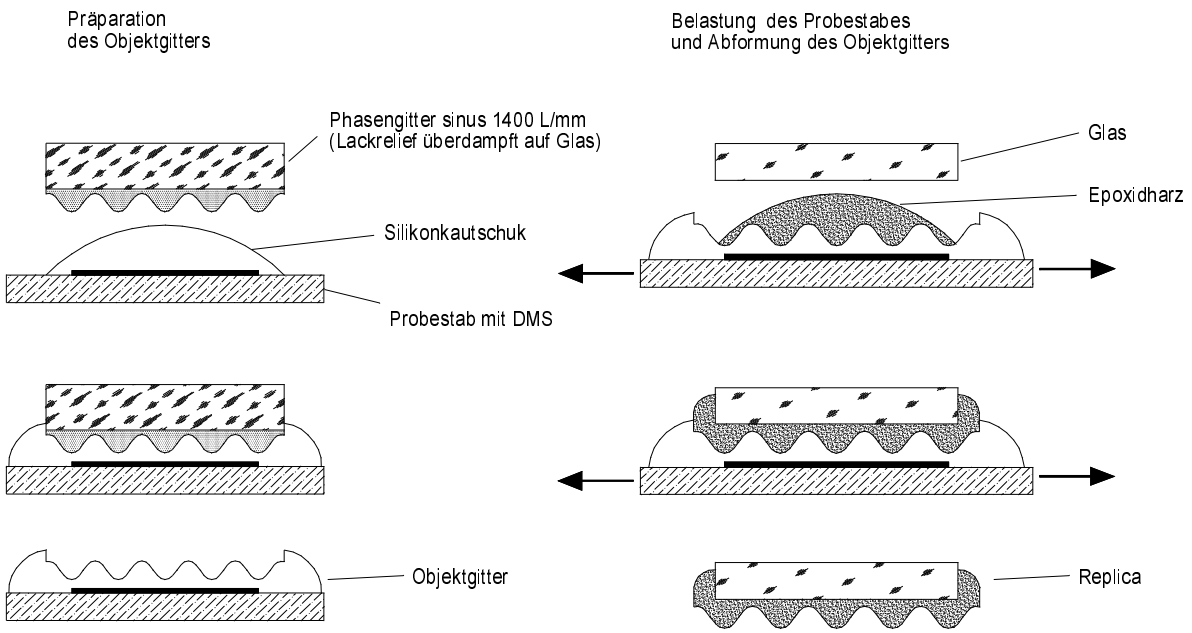


Bild 32: Herstellung des Objektgitters und Abformung eines Replica

Das Oberflächenprofil wird mit dem Silikonkautschuk NG 3150 (zentrifugiert), Vernetzer 2 (Hüls Silikone GmbH Nünchritz) auf den bereits mit dem DMS präparierten Probestab übertragen. Die notwendige Haftung auf der Oberfläche des Stabes und des DMS erzielt man dabei mit dem Haftvermittler NB 6101 vom gleichen Hersteller. Von besonderer Bedeutung ist die Schichtdicke des Objektgitters. Sie muss deutlich unter den kleinsten Abmessungen des Messgitters liegen, damit der Deformationszustand an der Gitteroberfläche annähernd mit dem an der Oberfläche des Messgitters übereinstimmt. Die Schichtdicke verringert sich beim Abdruckvorgang als Funktion der Zeit und hängt von der Fläche, der Kraft und von der Viskosität des Kautschuks ab. Die Viskositätszunahme von angemischtem Silikonkautschuk ist selbst eine nichtlineare Funktion der Zeit. Bei dem verwendeten Produkt steigt die Viskosität bereits nach wenigen Minuten stark an. Nach etwa 45 min ist die Vernetzung soweit fortgeschritten, dass sich die Schichtdicke nicht weiter verringern lässt. Zur Analyse dieser Zusammenhänge wurden experimentelle Voruntersuchungen durchgeführt. Die Ergebnisse sind im Bild 33 dargestellt. Nach etwa 45 Minuten werden die als dünne horizontale Linien eingetragenen Grenzwerte erreicht. Bei der gewählten kreisförmigen Platte

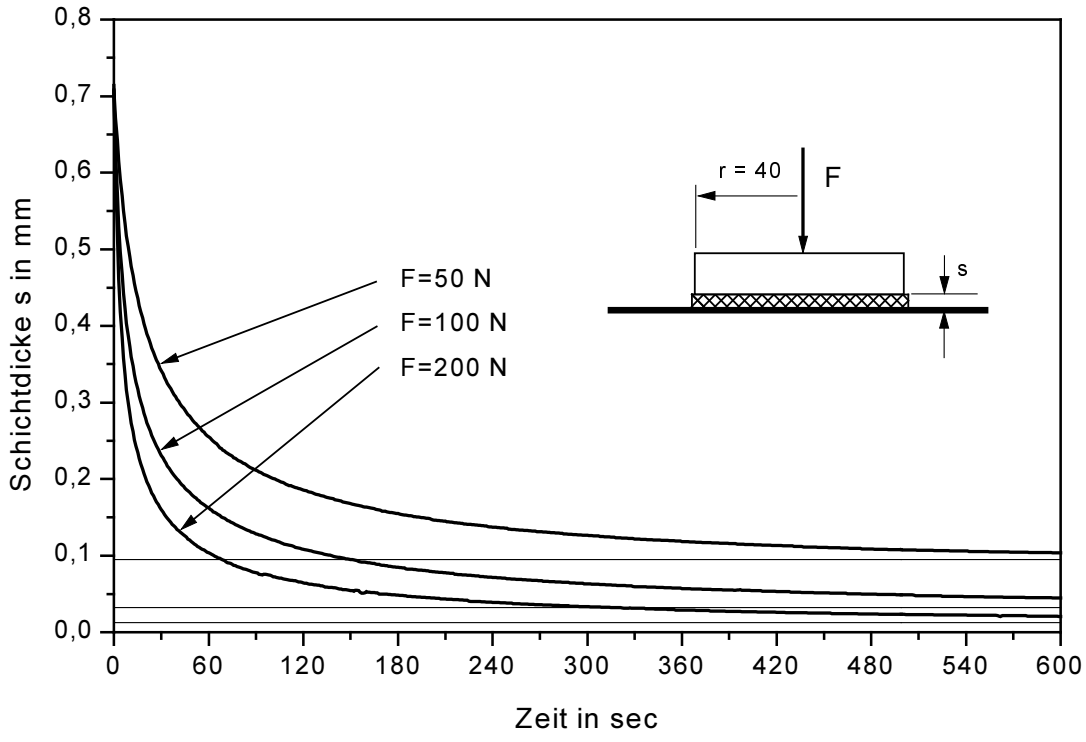


Bild 33: Entwicklung der Schichtdicke von angemischtem Silikonkautschuk unter einer kreisförmigen Platte bei unterschiedlicher Belastung
NG 3150 (zentrifugiert), Vernetzer 2 (Hüls Silikone GmbH Nünchritz)

mit dem Radius r = 40 mm und einer Belastung von F = 200 N beträgt die minimale erreichbare Schichtdicke s_{min} = 12,5 µm. Bei den tatsächlich benutzten Gittern ist die Fläche um zwei Größenordnungen kleiner, so dass sich dieser Wert nochmals deutlich reduzieren bzw. mit wesentlich kleineren Kräften erreichen lässt.

Die Oberflächenstruktur des deformierten Objektgitters wird nach der Belastung mit dem Epoxidharz T 19-20, Härter H 10-31 (Leuna Harze GmbH) auf einen Glasträger übertragen. Damit steht für die Auswertung ein entsprechend der Deformation der Objektoberfläche verzerrtes Transmissionsgitter zur Verfügung. Das Isothetenfeld wird dann in dem im Bild 24 (Seite 42) beschriebenen Durchlichtinterferometer (Anordnung 2) ausgewertet. Bei der praktischen Versuchsdurchführung wird der Probestab gleichzeitig mit zwei kreuzweise angeordneten DMS präpariert. Um die Abformung des deformierten Objektgitters im lastfreien Zustand zu ermöglichen, erfolgt die Belastung bis in den plastischen Bereich. Nach Entlastung bleibt eine Längsdehnung von $\varepsilon_l \approx 0{,}02$ erhalten. Die Entwicklung des Deformationszustandes und der genaue Endwert werden dabei mittels auf der Rückseite des Probestabes präparierter DMS kontrolliert. Die schematische Darstellung im Bild 34 verdeutlicht die Anordnung der DMS und des Objektgitters. Der Probestab aus Stahl 34Cr4 ist mit seinen genauen Abmessungen in den Anlagen (Bild A1) dargestellt. Bei den Dehnungsmessstreifen handelt es sich um EA-06-500BH-120 (MM). Als Klebstoff wurde AE-10 (MM) verwendet. Die Belastung erfolgt in einer Prüfmaschine UTS 100.

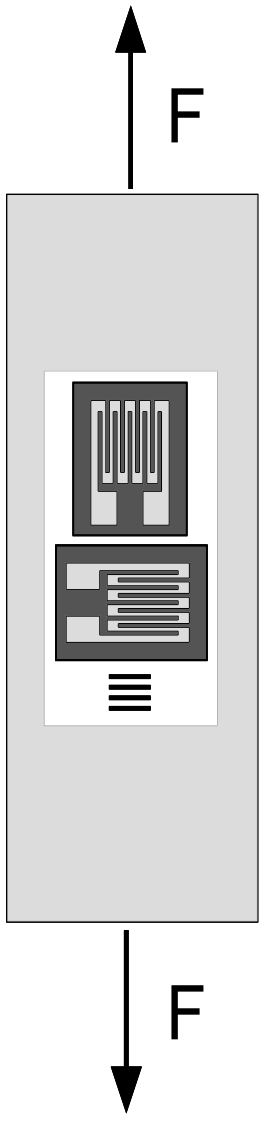


Bild 34: Probestab mit DMS und Gitter zur Analyse der Dehnungsübertragung

Die mit der beschriebenen Versuchstechnik ermittelten Isothetenfelder sind für ausgewählte Bereiche des untersuchten Dehnungsmessstreifens, insbesondere der Stege und Umlenkstellen, im folgenden Abschnitt dargestellt und ausgewertet.

3.1.2 Messergebnisse

3.1.2.1 Übertragung der Längsdehnung

Die Übertragung der Längsdehnung auf die Stege des Messgitters ist die Grundvoraussetzung für die Funktionsfähigkeit des DMS als Dehnungssensor. Bei Foliendehnungsmessstreifen moderner Bauart wird die Einleitung in nahezu idealer Weise über großflächige Umlenkstellen realisiert. Im Steg selbst entspricht die Längsdehnung nahezu vollständig der des Untergrundes. Das Isothetenfeld im Bild 35 verdeutlicht diese Aussage.

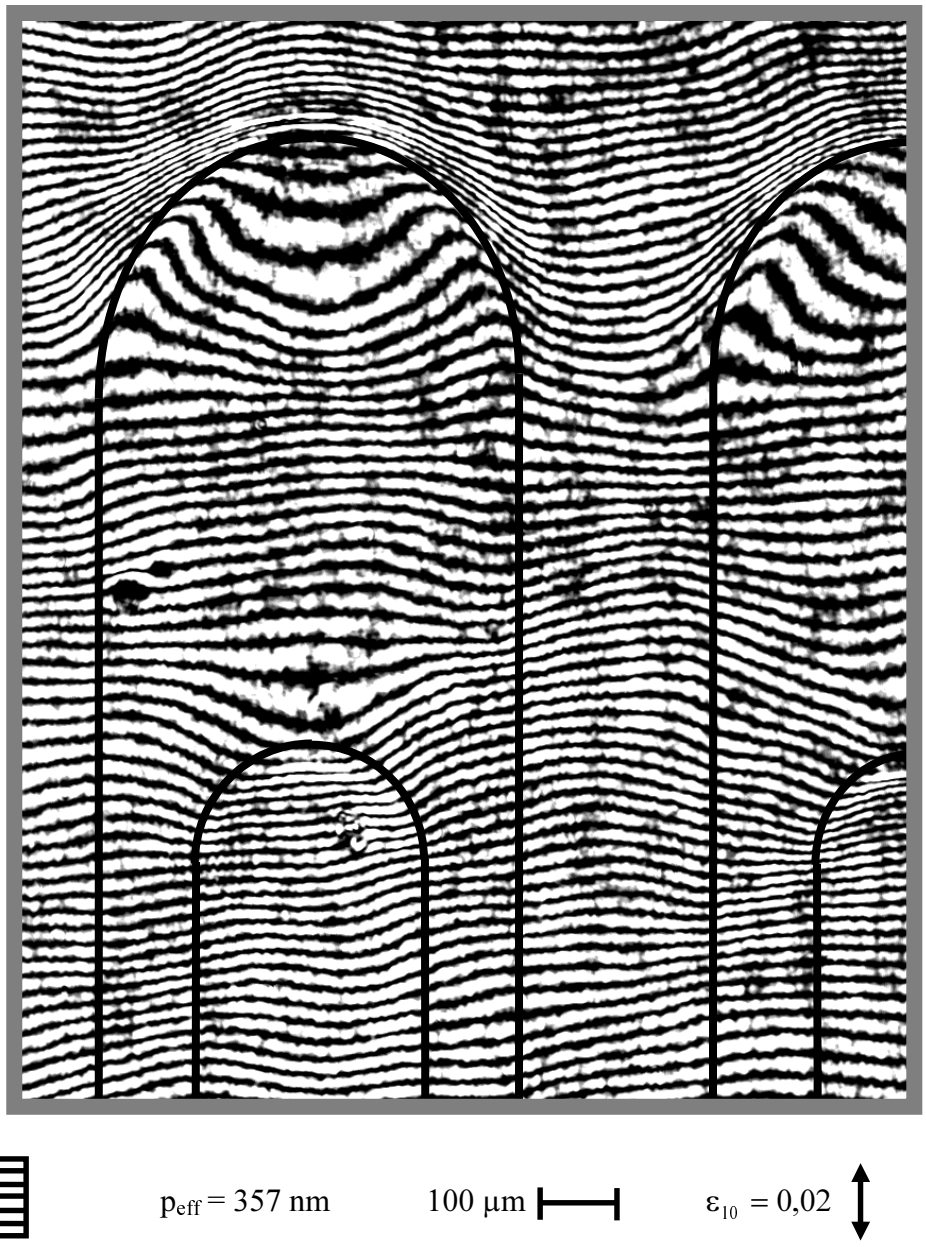


Bild 35: Isothetenfeld von Umlenkstellen und Stegen bei Längsdehnung

Das Dehnungsfeld des Probestabes mit einer Längsdehnungskomponente von $\varepsilon_{10} = 0{,}02$ führt in den Stegen zu äquidistanten Moiréstreifen, deren mittlerer Abstand $\Delta a \approx 19\ \mu m$ beträgt. Die mittlere Längsdehnung im Steg ergibt sich aus der für homogene Dehnungsfelder geltenden Beziehung zu

$$\varepsilon_{1S} = \frac{p_{eff}}{\Delta a} = 0{,}0188, \tag{21}$$

was einem Übertragungsfaktor von 94 % entspricht. Auf Grund der unvermeidlichen Messunsicherheiten muss die Genauigkeit dieses Wertes kritisch betrachtet wird. Es ist aber davon auszugehen, dass die Längsdehnung des Probestabes bei dem untersuchten DMS nahezu vollständig auf die Stege übertragen wird. An den Umlenkstellen sind außen und auch innen (zwischen den Stegen) Einlaufzonen zu beobachten. Die Isothetenabstände sind hier deutlich größer, was einer geringeren Dehnung entspricht.

3.1.2.2 Übertragung der Querdehnung

Die Übertragung der Querdehnungskomponente auf die einzelnen Bestandteile des Messgitters spielt für die Grundfunktion des Dehnungsmessstreifens nur eine untergeordnete Rolle und wurde aus diesem Grund und wegen der experimentellen Schwierigkeiten bisher nicht untersucht. Für eine quantitative Betrachtung der Querempfindlichkeit ist diese Frage allerdings von entscheidender Bedeutung. Neben der bereits behandelten Potentialverteilung stellt sie eine weitere Grundlage für die theoretische Berechnung der Querempfindlichkeit dar. Entsprechend der unterschiedlichen Auswirkung auf die Widerstandsänderung wird die Dehnungsübertragung auf die Stege und die Umlenkstellen separat betrachtet.

Das Isothetenfeld einer Umlenkstelle des quer auf dem Zugstab präparierten DMS ist im Bild 36 dargestellt. Neben der wie im Bild 35 hervorgehobenen Kontur des Messgitters ist in diesem Bild eine punktierte Linie eingezeichnet, die den hauptsächlich am Stromfluss beteiligten Bereich der Umlenkstelle (vgl. Bild 16, S. 33) abgrenzt. Die aus dem schematisierten Isothetenfeld bestimmte Verformung der Außenkontur ist im Bild 37 angegeben. Hier zeigt sich, dass die Stege eine relativ große Starrkörperverschiebung erleiden und die eigentliche Umlenkstelle förmlich aufgebogen wird.

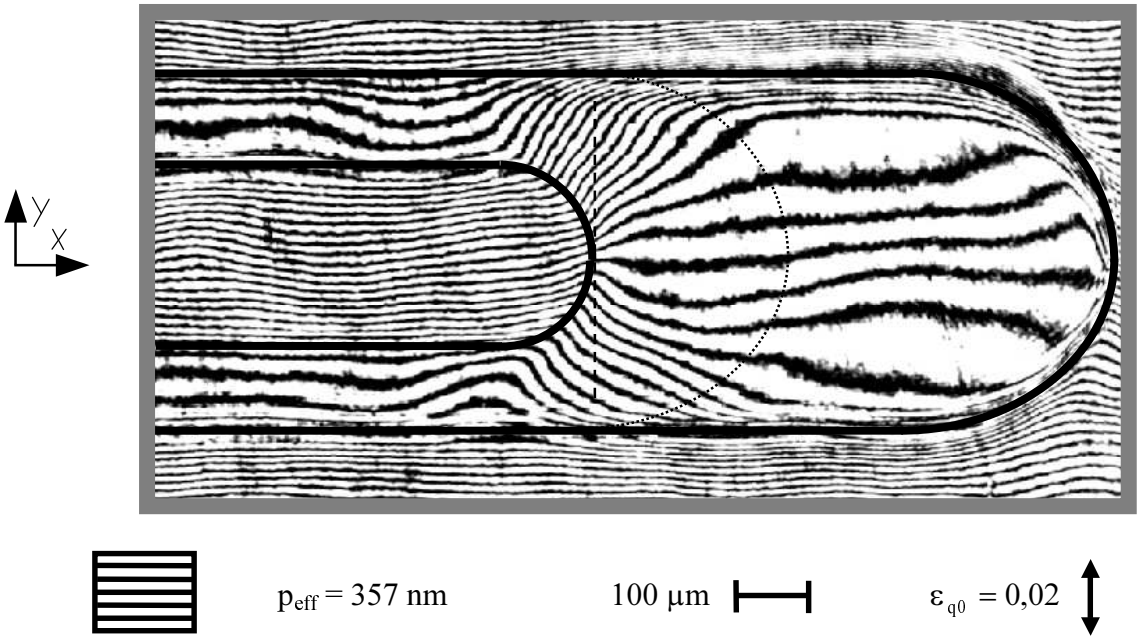


Bild 36: Isothetenfeld einer Umlenkstelle mit Stegen bei Querdehnung

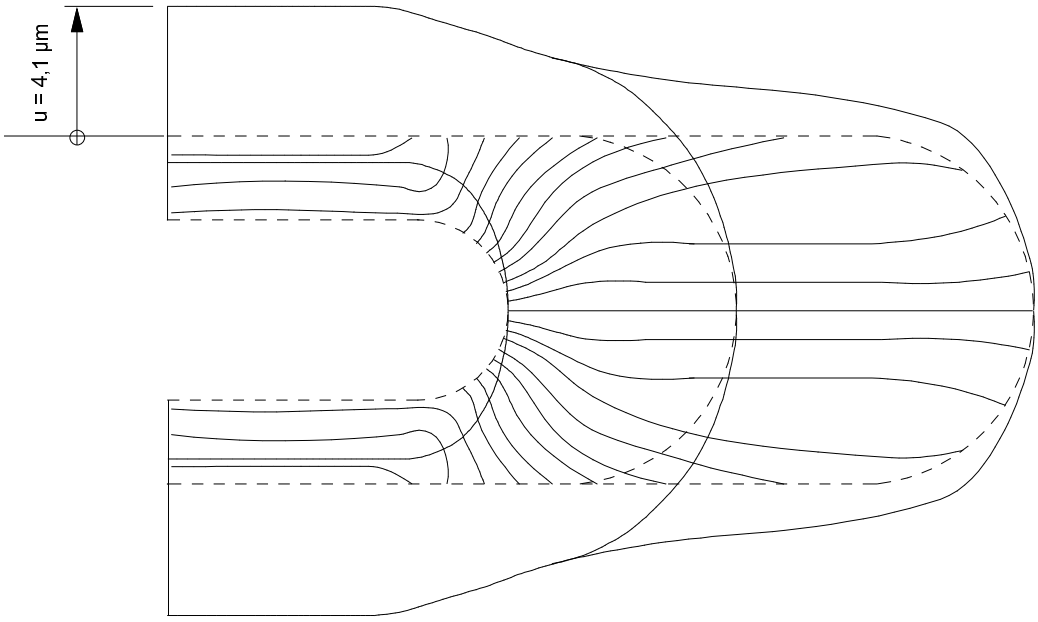


Bild 37: schematisiertes Isothetenfeld und daraus berechnete Verformung der Kontur

In der Kerbmitte existiert ein kleiner Bereich, in dem die Dehnung im Messgitter die auf der Bauteiloberfläche übersteigt. Man erkennt diesen Effekt im Isothetenfeld daran, dass die zwischen den Stegen parallel verlaufenden Moiréstreifen hoher Dichte, die auf die dort vorliegende Dehnungserhöhung hinweisen, sauber in die Umlenkstelle eintreten und erst im Inneren auseinanderlaufen. Entlang einer den Innenrand tangierenden vertikalen Spur

(gestrichelte Linie im Bild 36) wird der Dehnungsverlauf ausgewertet und ist im folgenden Bild angegeben. Die beschriebene Dehnungskonzentration im Kerbgrund wird hier quantitativ deutlich.

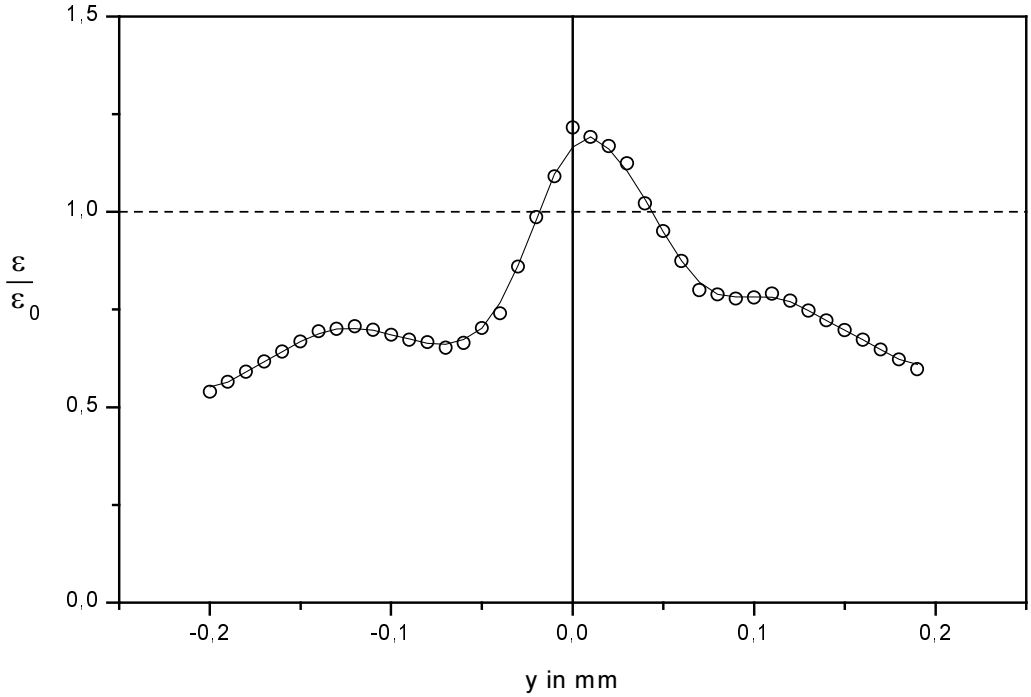


Bild 38: Querdehnungsverlauf entlang einer den Innenrand der Umlenkstelle tangierenden vertikalen Spur

Im Koordinatensystem des DMS kann der Dehnungszustand im Probestab ausgedrückt werden durch

$$\varepsilon_{q0} = 0{,}02 \qquad \text{und} \qquad \varepsilon_{l0} = -\nu_0 \varepsilon_{q0} \approx -0{,}01, \tag{22}$$

worin ν_0 die Querdehnzahl des Probestabes darstellt. Der quer auf dem Probestab applizierte DMS wird damit in seiner Längsrichtung durch eine vom Untergrund vorgegebene negative Dehnung belastet. Diese Dehnungskomponente überträgt sich, wie bereits festgestellt, nahezu vollständig auf die Stege und erzeugt dort einen näherungsweise einachsigen Druckspannungszustand. Dieser Spannungszustand muss bei der Interpretation der Messergebnisse beachtet werden. In Bezug auf die Umlenkstellen ergibt sich damit eine Kraftkomponente, die das Phänomen der Aufbiegung mit verursacht. Damit ist zu erwarten, dass die Übertragung der Querdehnung auf die Umlenkstelle auch von der Längsdehnung beeinflusst wird.

Die Stege werden um $\varepsilon_{10} \approx -0{,}01$ gestaucht und erfahren selbst eine Querdehnung von

$$\varepsilon_{qS0} = -\nu_S \varepsilon_{10} \approx 0{,}005\,. \tag{23}$$

Dieser Querdehnungsanteil hat nichts mit dem Anteil zu tun, der vom Untergrund auf die Stege übertragen wird und ist bei der Auswertung zu berücksichtigen.
Das Isothetenfeld von zwei Stegabschnitten, die im Vergleich zu Bild 36 weiter in der Mitte des Dehnungsmessstreifens liegen, ist im Bild 39 dargestellt.

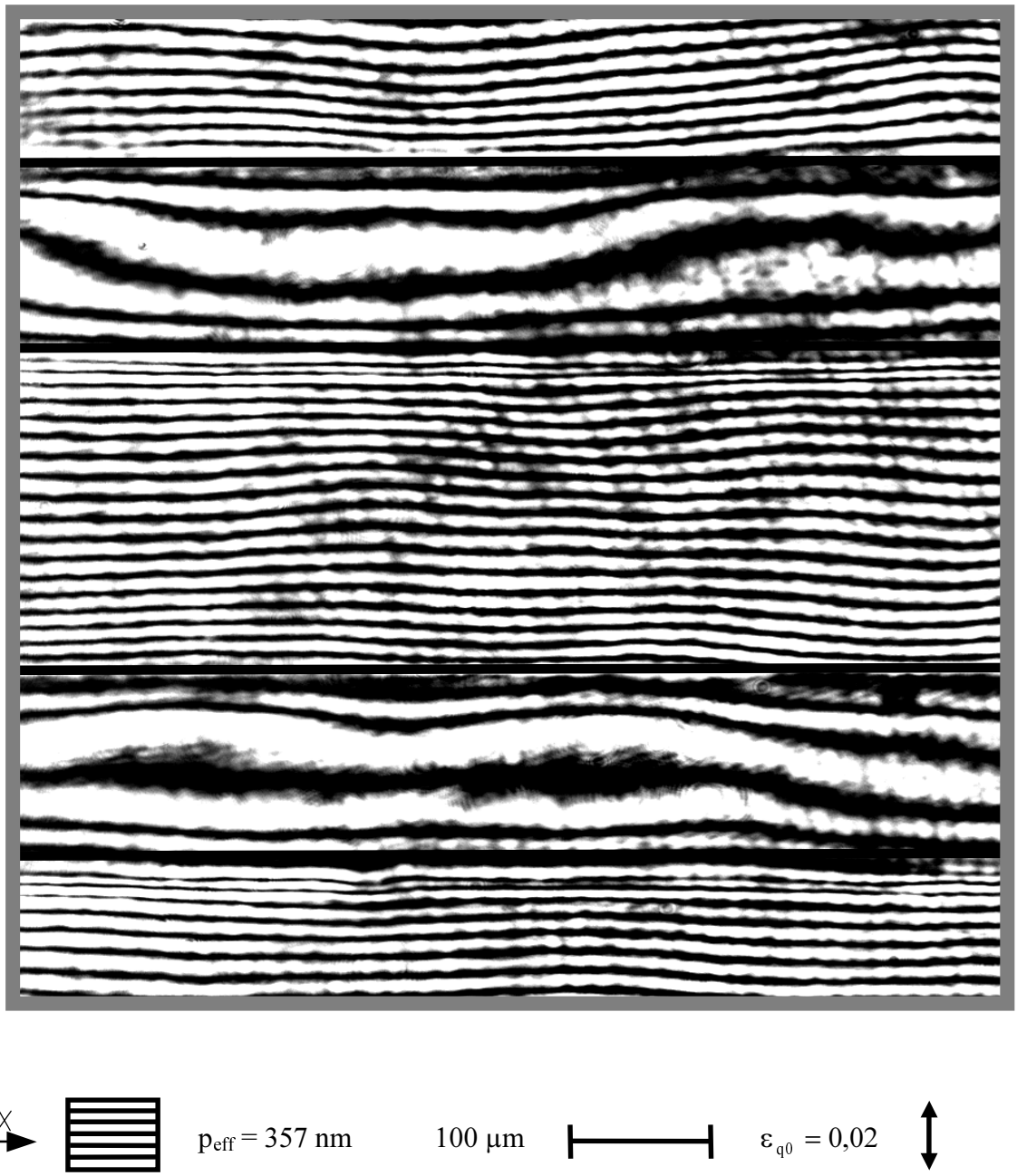


Bild 39: Isothetenfeld von Stegen bei Querdehnung

Die in der Stegmitte aus den mittleren Streifenabständen berechnete Dehnung beträgt $\varepsilon_{Sq} = 0{,}0075$. Davon ist der nach Gl. (23) ermittelte Wert abzuziehen und es verbleibt eine tatsächlich vom Untergrund auf den Steg übertragene Querdehnung von $\varepsilon_{SqÜ} = 0{,}0025$. Der Übertragungsfaktor liegt demzufolge bei etwa 12,5 %. Interessant ist weiterhin die auf der Trägeroberfläche zwischen den Stegen auftretende Querdehnung. Hier ergibt sich mit $\varepsilon_{Tq} = 0{,}025$ ein Wert, der über der Bauteildehnung von $\varepsilon_{q0} = 0{,}02$ liegt. Das ist deshalb der Fall, weil das Integral der Dehnung über der DMS-Breite, Ablösungen ausgeschlossen, mit dem der Bauteildehnung übereinstimmen muss.

Im Bild 40 ist der aus dem Isothetenfeld ermittelte Dehnungsverlauf über zwei Stege und einen Zwischenraum dargestellt. Zum Vergleich dazu sind die Ergebnisse der numerischen Simulation des Experimentes mit eingetragen. Das FE-Modell beinhaltet dabei neben dem gewöhnlichen Aufbau der Messstelle auch eine 20 µm dicke Deckschicht aus Silikonkautschuk, die im Experiment in Form des Objektgitters auf der Oberfläche des DMS vorhanden ist. Nähere Erläuterungen zu den numerischen Simulationen werden im Abschn. 3.2 gegeben.

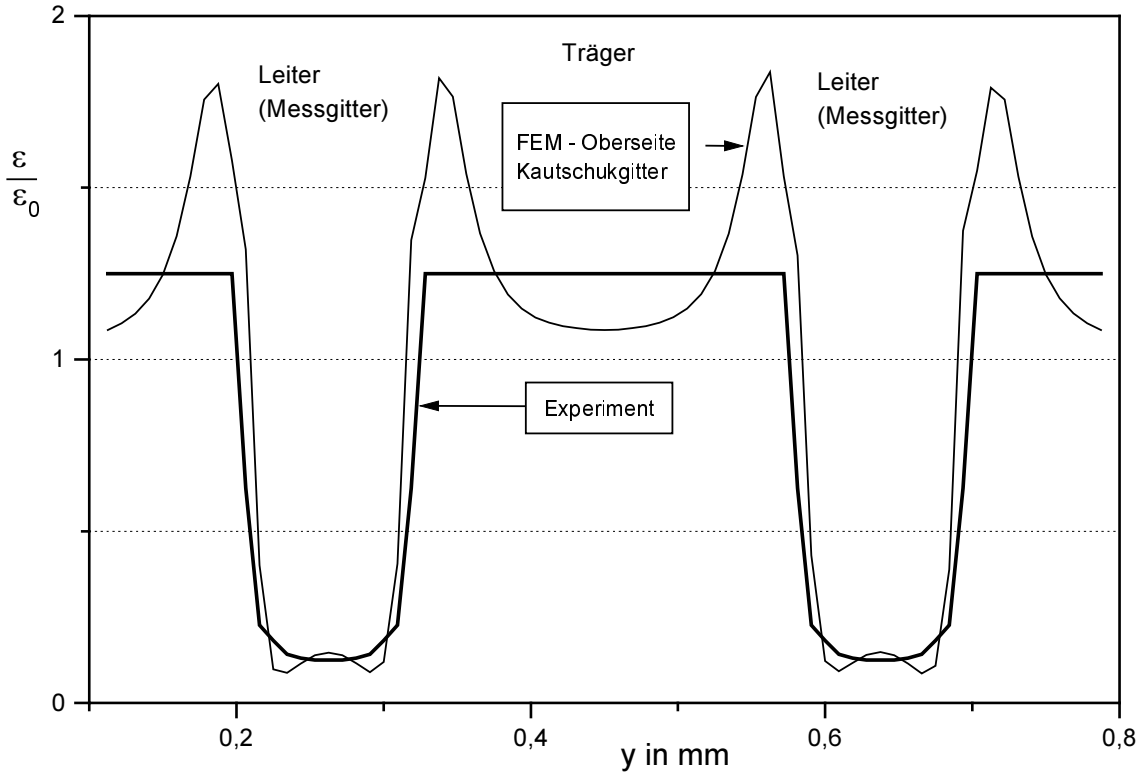


Bild 40: Übertragung der Querdehnung auf die Stege und Zwischenräume
Messergebnis und numerische Simulation des Experiments

3.1.2.3 Sonderzeichen im Dehnungsfeld

Foliendehnungsmessstreifen enthalten Sonderzeichen, die wie das Messgitter selbst aus Konstantanfolie bestehen und beim Ätzprozess mit erzeugt werden. Sie dienen zur Kennzeichnung der DMS, zur Herstellerangabe oder als Positionierungsmarken. Bei der Belastung der Dehnungsmessstreifen durch die Bauteildehnung werden auch diese Zeichen einer mechanischen Beanspruchung unterworfen, die zu Deformationen führt.

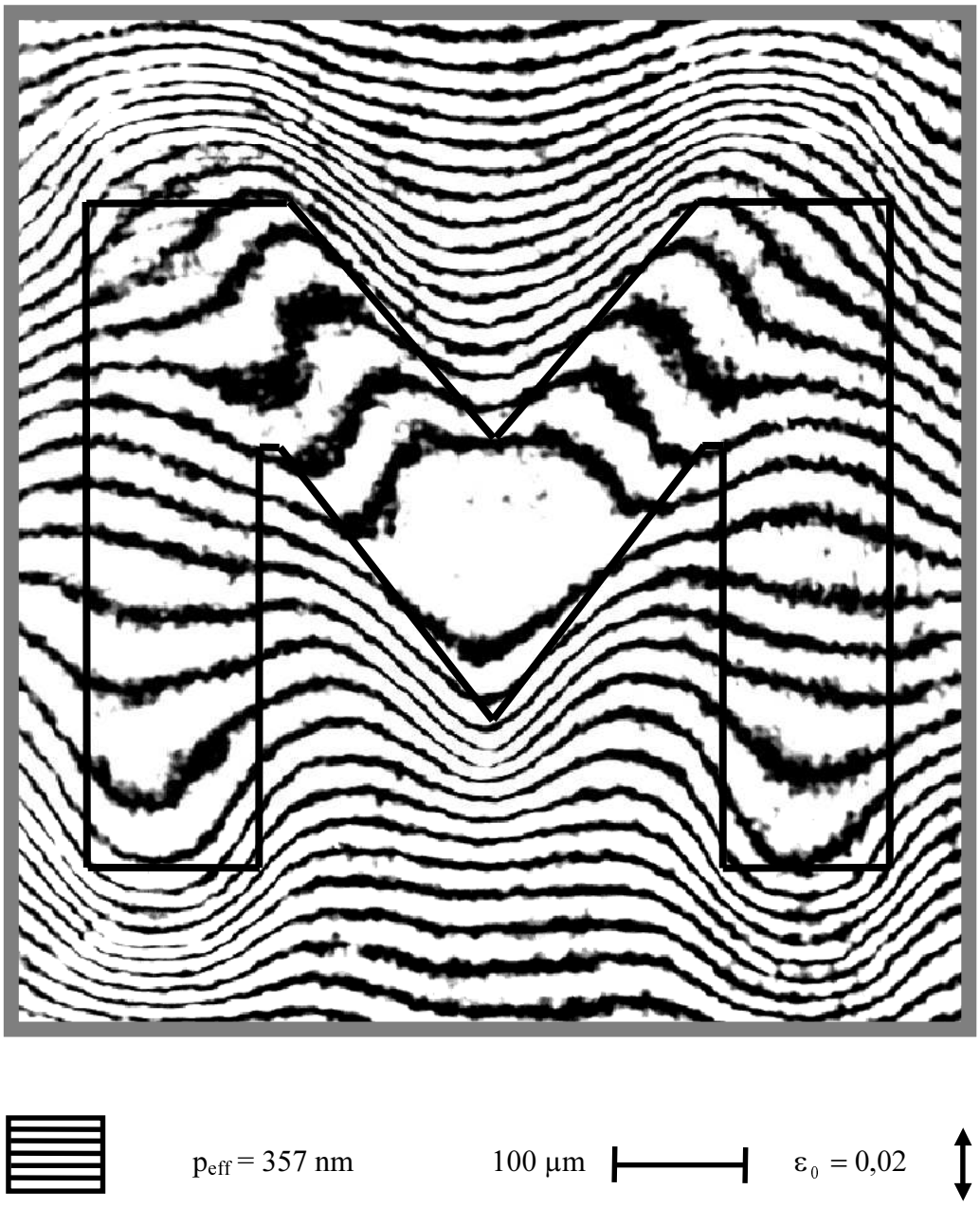


Bild 41: Isothetenfeld des Firmenlogos von **M**icro **M**easurements Group, Inc.
Außenabmessungen des M 542 x 576 µm

Für die Funktionsweise des DMS ist es natürlich bedeutungslos, wie z.B. das Dehnungsfeld einer Positionierungsmarke bei einachsiger Zugbelastung des Probestabes aussieht. Die Tatsache aber, dass es mit dem hier eingesetzten Verfahren der Moiréinterferometrie und der beschriebenen Technologie gemessen werden kann, ist durchaus von praktischer Bedeutung. Unter dem Motiv, die Leistungsfähigkeit des Messverfahrens zu demonstrieren, sind zwei Isothetenfelder dargestellt. Dabei handelt es sich um das M aus dem Firmenlogo von Micro Measurements, Inc. (Bild 41) und eine 45° Positionierungsmarke (Bild 42). Beide Aufnahmen zeigen kontinuierlich verlaufende Isotheten. Ein sicheres Zeichen dafür, dass auch diese kleinen Elemente gut auf der Trägerfolie haften und während der Belastung keine Ablösungen auftraten. Auf die Interpretation der Dehnungsübertragung auf diese Zeichen wird bewusst verzichtet.

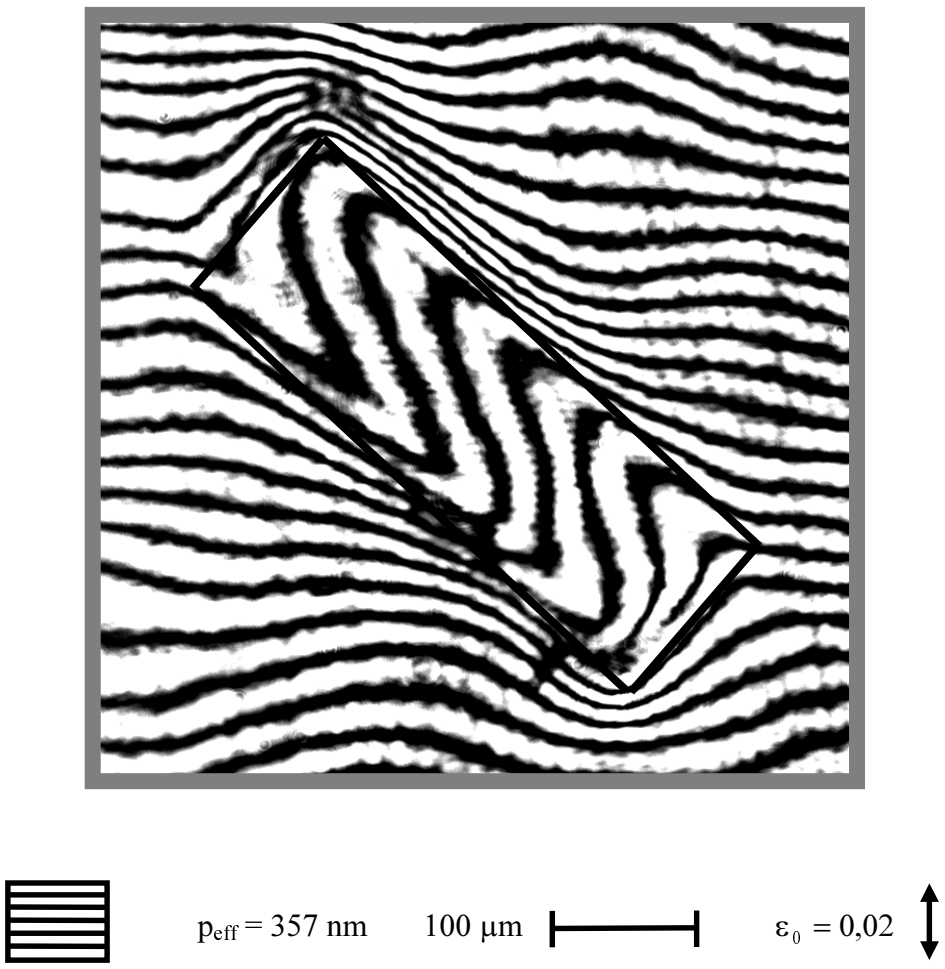


Bild 42: Isothetenfeld einer 45° Positionierungsmarke (120 x 370 µm)

3.2 Numerische Simulation der Dehnungsübertragung

In der klassischen Elastizitätstheorie wird der belastete Körper in seiner Gesamtheit als Kontinuum aufgefasst, für den Differentialgleichungen für die Verformungen und Spannungen aufgestellt und gelöst werden müssen. Diese Vorgehensweise besitzt den Nachteil, dass bereits für vergleichsweise einfache Bauteile komplizierte Ansatzfunktionen zu formulieren sind, die nur in Ausnahmefällen gelöst werden können. Für die Berechnung von Beanspruchungszuständen in komplexen Bauteilen ist diese Vorgehensweise nicht geeignet. Die von Hönisch in [16] bzw. [17] angegebene analytische Lösung für die Deformation des Messdrahtes in Draht-DMS kann deshalb auch nicht auf die komplizierte räumliche Struktur des Messgitters von Foliendehnungsmessstreifen erweitert werden.
Die Methode der finiten Elemente ist ein Näherungsverfahren, bei dem Ansatzfunktionen, z.B. für die Verschiebung, nur für Teilbereiche des Kontinuums, den sog. Elementen, formuliert werden. Da sie nur einen kleinen Bereich beschreiben müssen, können dazu Formfunktionen niederer Ordnung gewählt werden. Für Festigkeitsberechnungen verwendet man lineare oder quadratische Verschiebungsansätze. An den als Knoten bezeichneten Übergängen schließen sie kontinuierlich an den Nachbarbereich, die angrenzenden Elemente an. Eine Genauigkeitssteigerung kann dabei durch eine feinere Aufteilung des Modells oder durch eine höhere Ansatzfunktion erreicht werden. Die unbekannten Koeffizienten der Ansatzfunktionen berechnet man durch Anwendung eines integralen Kriteriums, dem Minimum der potentiellen Energie des Gesamtsystems, die sich aus den Beiträgen der einzelnen Elemente zusammensetzt. Aus dem Extremalprinzip

$$\frac{\partial\ \Pi\{\mathrm{u}\}}{\partial\ \{\mathrm{u}\}} = 0\,, \tag{24}$$

in dem die potentielle Energie Π als Funktion des Knotenverschiebungsvektors $\{\mathrm{u}\}$ formuliert ist, folgt ein Gleichungssystem zur Berechnung der unbekannten Knotenverschiebungen

$$\{u\} = [K]^{-1} \cdot \{F\}\,. \tag{25}$$

Die Matrix $[\mathrm{K}]$ enthält die Material- und Geometriedaten und wird als Steifigkeitsmatrix bezeichnet. $\{\mathrm{F}\}$ ist der Lastvektor. Gegenüber der analytischen Vorgehensweise besitzt diese

allgemeine Formulierung den entscheidenden Vorteil, dass sich die Aufgabe für den Anwender auf die Auswahl geeigneter Elementtypen, die Diskretisierung des Bauteils, die Formulierung der Randbedingungen und die Interpretation der Ergebnisse beschränkt. Die Generierung der Steifigkeitsmatrix sowie der Aufbau und die Lösung des Gleichungssystems ist vollständig automatisierbar und wird mit effizienten Algorithmen numerisch durchgeführt.
Die Berechnung der Dehnungsübertragung vom Bauteil in die Konstantanfolie erfolgt mit dem kommerziellen FEM-Programmsystem ANSYS® 5.4 von Swanson Analysis System, IP, Inc. auf einem PC. Entsprechend der Aufgabenstellung sind die FE-Modelle 2- bzw. 3-dimensional ausgeführt. Die Lage der Modelle ist schematisch im Bild 43 dargestellt. Die wesentlichen Abmessungen entsprechen dem DMS EA-06-500-120, an dem bereits die experimentelle Analyse der Dehnungsübertragung erfolgte.

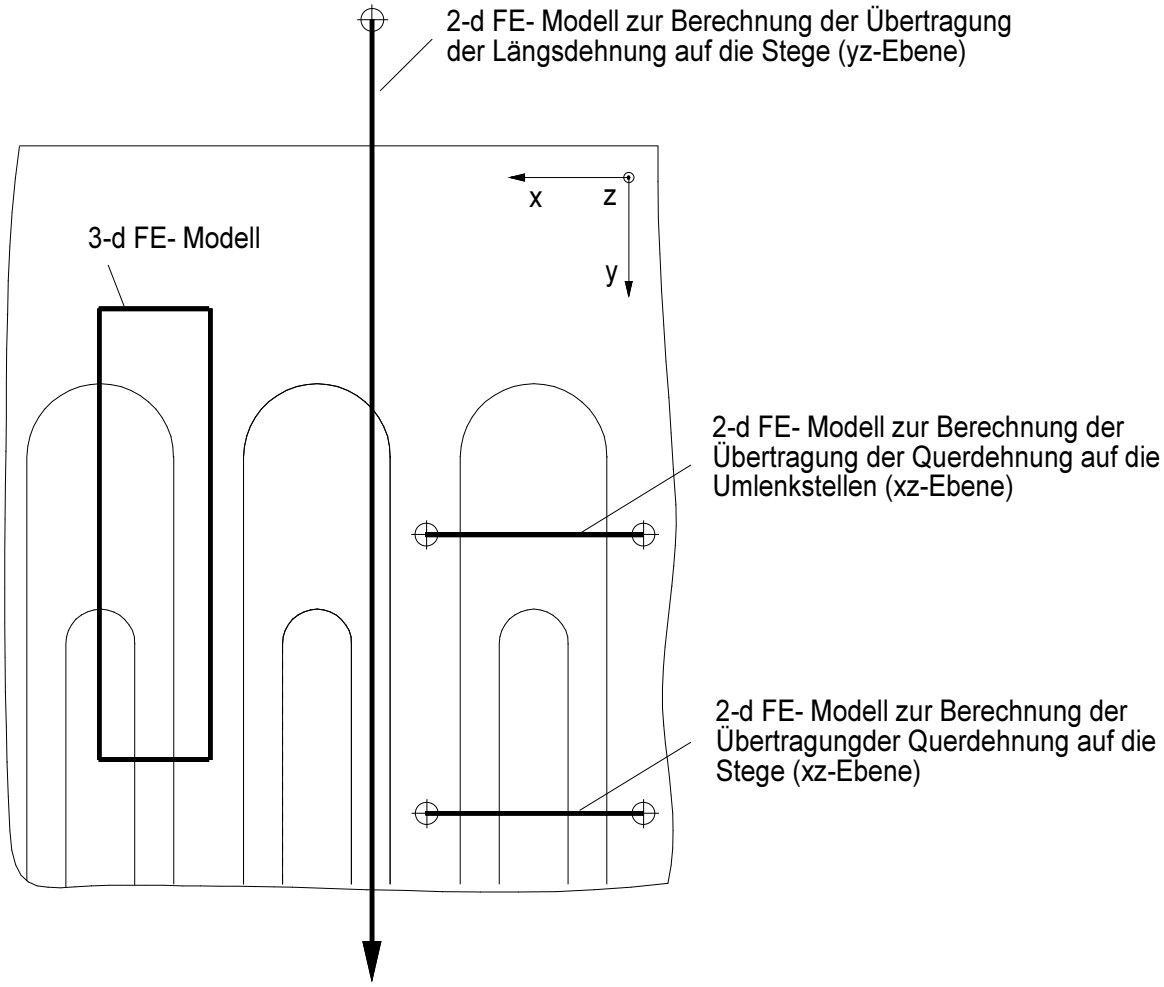


Bild 43: Lage der FE-Berechnungsmodelle in einer DMS-Messstelle

3.2.1 Zweidimensionales Modell

Beschränkt man sich auf die Fragestellung, wie ein auf dem Träger angeordneter Leiterstreifen mit einem konstanten Querschnitt auf Bauteildehnungen reagiert, so ist eine zweidimensionale Modellierung ausreichend. Für die Berechnung der Dehnungsübertragung in Längsrichtung des Leiters bedeutet dies, dass die zur Unterstützung des Einleitungsprozesses an den Enden vorgesehenen Umlenkstellen vernachlässigt werden. Für die Berechnung der Übertragung der Querdehnung auf die Stege und Umlenkstellen werden die Umlenkstellen als unendlich weit entfernt bzw. als unendlich lang angesehen. Das Modell reduziert sich dann auf die Anordnung der Grundelemente Bauteil, Trägerfolie und Leiter in einer Ebene.

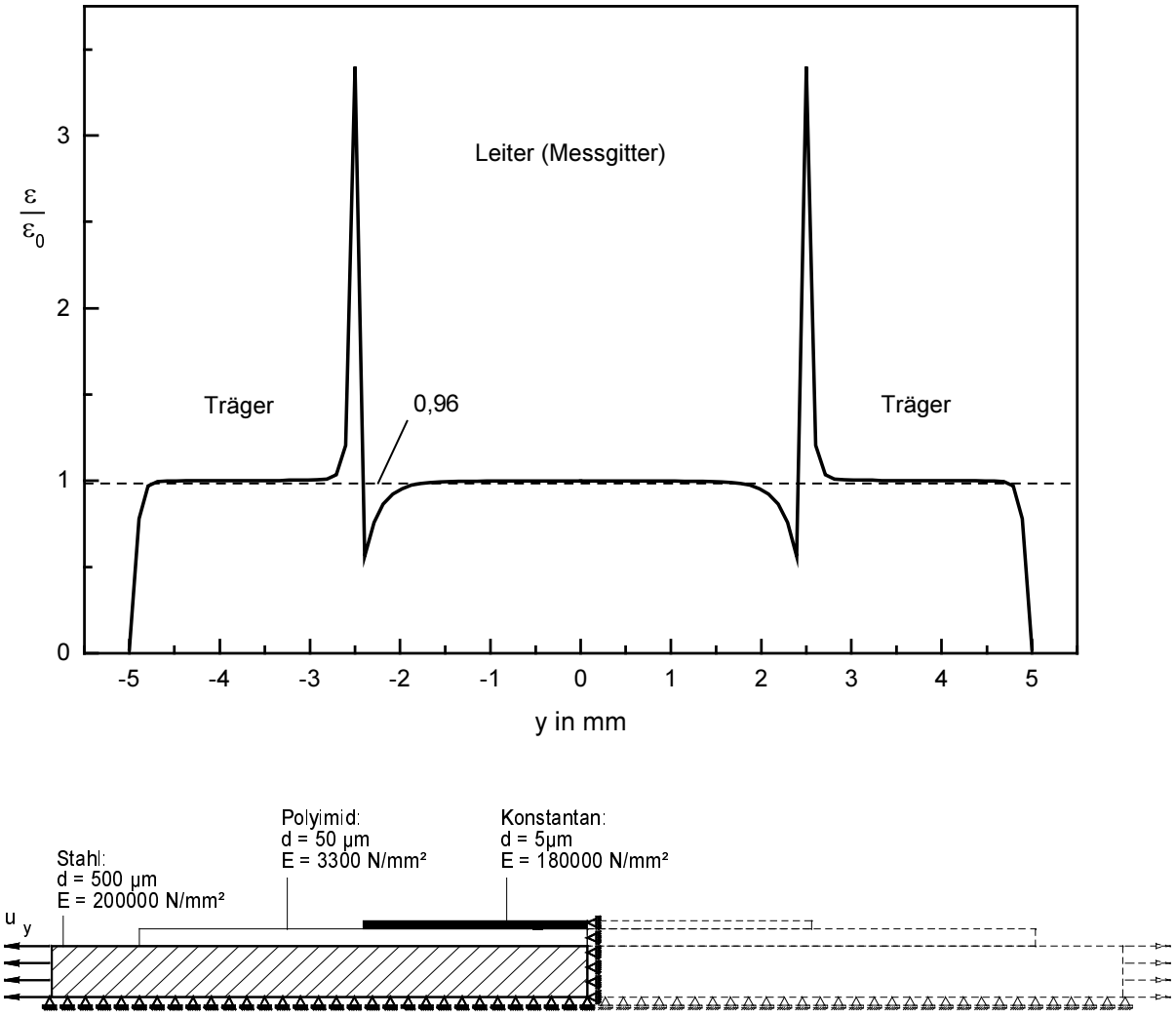


Bild 44: Übertragung der Längsdehnung auf einen Steg (2-d FE-Simulation)
Dehnungsverlauf an der Oberseite des Trägers, FE-Modell (schematisch)

Im Bild 44 ist das zur Berechnung der Übertragung der Längsdehnung auf einen Steg verwendete FE-Modell und der mit diesem Modell berechnete Dehnungsverlauf an der Oberfläche der Trägerfolie dargestellt. Zur Reduzierung des Rechenaufwandes ist nur eine Hälfte des Modells mathematisch abgebildet. Die Diskretisierung erfolgt durch 3887 Flächenelemente (plane 82) mit jeweils 8 bzw. 6 Knoten, wobei die Elementgröße von unten nach oben abnimmt. Die einzelnen Schichten aus unterschiedlichen Materialien sind fest miteinander verbunden. Dabei ist die Klebstoffschicht auf Grund der vergleichbaren Materialeigenschaften nicht separat modelliert, sondern dem Träger zugeordnet. Verschiebungsrandbedingungen realisieren die Symmetriebedingung und die Belastung. In der Modellebene wird ein ebener Deformationszustand vorgegeben.

Die Ergebnisse zeigen, dass die Bauteildehnung problemlos in die weiche Trägerfolie eingeleitet werden kann und auf der Oberseite dieser Trägerfolie bereits nach einer kurzen Einlaufzone die Nenndehnung erreicht wird. Die Übergangsstelle zur harten Konstantanfolie stellt einen singulären Punkt dar. Das heißt, die berechnete Dehnungserhöhung hängt von der Diskretisierung ab und ist theoretisch unendlich groß. Im realen DMS wird dieser Dehnungssprung durch Relativbewegungen und Lastumlagerungen begrenzt. Von praktischer Bedeutung ist der Mittelwert der auf den Steg übertragenen Längsdehnung. Er beträgt im vorliegenden Fall 96 % der Bauteildehnung. Berücksichtigt man, dass bei Foliendehnungsmessstreifen beide Enden des Leiters als Umlenkstelle ausgebildet sind und damit nur die Dehnungsübertragung in einem breiten mittleren Teil eine Rolle spielt, so kann von einer nahezu vollständigen Übertragung der Bauteildehnung in den Steg ausgegangen werden.

In Abhängigkeit von den geometrischen Abmessungen und dem E-Modul-Verhältnis zwischen dem Träger und der Konstantanfolie lassen sich Einlaufzonen angeben, die für die vollständige Übertragung der Dehnung erforderlich sind. Die praktische Bedeutung dieser Angabe liegt darin, dass der Anwender die Trägerfolie des DMS nur bis zu den sog. Beschneidemarken kürzen darf, um die vom Hersteller angegebenen Parameter nicht zu verändern.

Weitere Ergebnisse von numerischen 2-d Simulationen sind in den Bildern 45 und 46 angegeben. Dabei handelt es sich um die Übertragung der Querdehnung auf Umlenkstellen und Stege. Die Lage der FE-Modelle ist im Bild 43 mit eingezeichnet. Sie entsprechen in ihrem Aufbau prinzipiell dem von Bild 44. Auch hier sind die Mittelwerte der auf das Messgitter übertragenen Bauteildehnung interessant. Auf die Umlenkstellen werden etwa 45 % und auf die Stege etwa 16 % der Querdehnung übertragen.

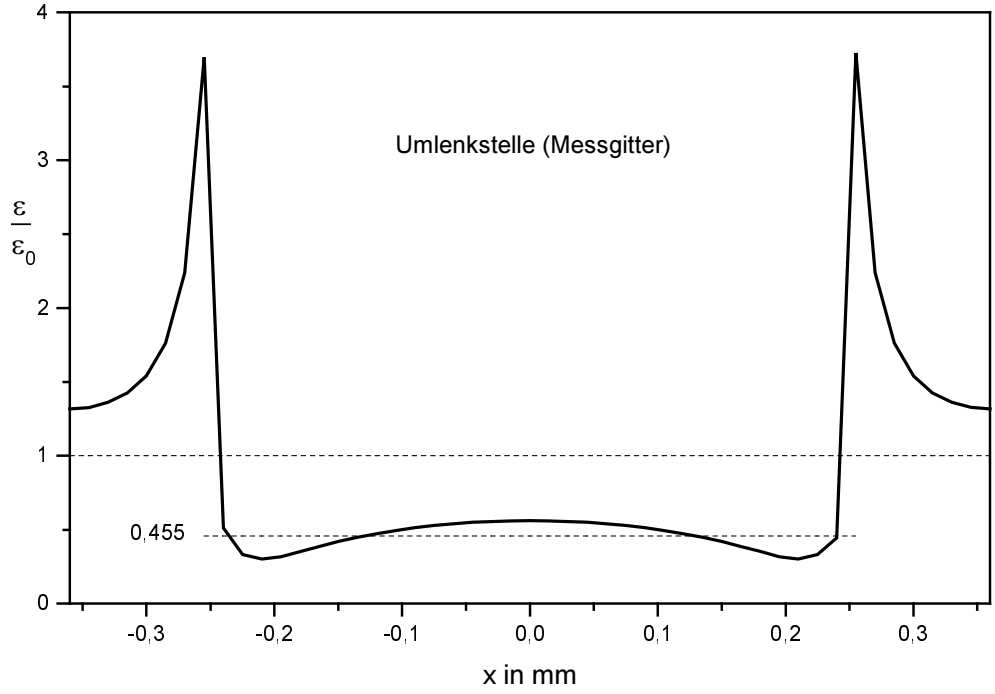


Bild 45: Übertragung der Querdehnung auf eine Umlenkstelle (2-d FE-Simulation)

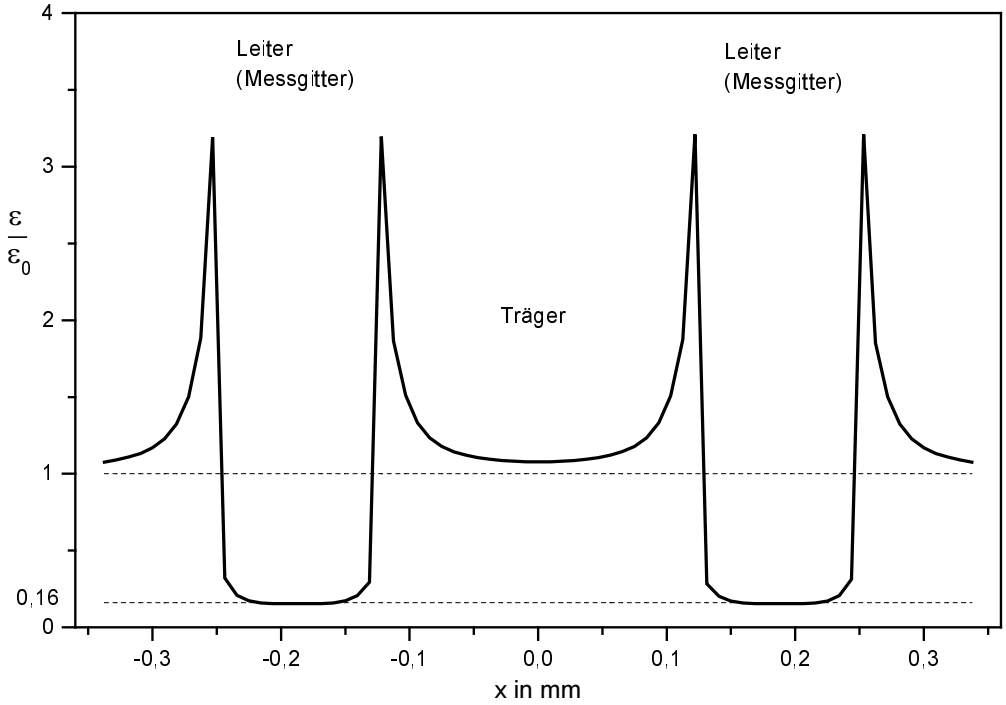


Bild 46: Übertragung der Querdehnung auf zwei Stege (2-d FE-Simulation)

3.2.2 Dreidimensionales Modell

Die Reaktion der räumlichen Umlenkstelle auf den Dehnungszustand an der Bauteiloberfläche ist vor allem unter dem Gesichtspunkt der Querempfindlichkeit von besonderem Interesse. Ihre numerische Simulation erfordert eine vollständige dreidimensionale Modellierung. Das FE-Modell ist im Bild 47 dargestellt. Es ist aus 4496 Volumenelementen (solid 95) mit jeweils 20 Knoten aufgebaut, die in mehreren Ebenen übereinander liegen und im Horizontalschnitt die gleiche Struktur besitzen. Damit kann auf einfache Weise eine Kopplung der einzelnen Schichten (Bauteil, Trägerfolie, Messgitter) über die Knoten erfolgen. Das Bauteil und das Messgitter sind in der Dicke durch ein Element, die Trägerfolie durch zwei Elemente modelliert. Trotz dieser relativ einfachen Modellierung entsteht ein System mit 66900 Freiheitsgraden. Die Rechenzeit beträgt auf einem PC Pentium-pro 150 MHz mit 128 Mbyte RAM etwa 30 Minuten. Auch in diesem Fall werden die Symmetriebedingung und die Beanspruchung durch Verschiebungsrandbedingungen realisiert. Die Beanspruchung erfolgt durch reine Querdehnung. In den Bildern 48 und 49 sind die für die Deformationsübertragung wesentlichen Ergebnisse dargestellt.

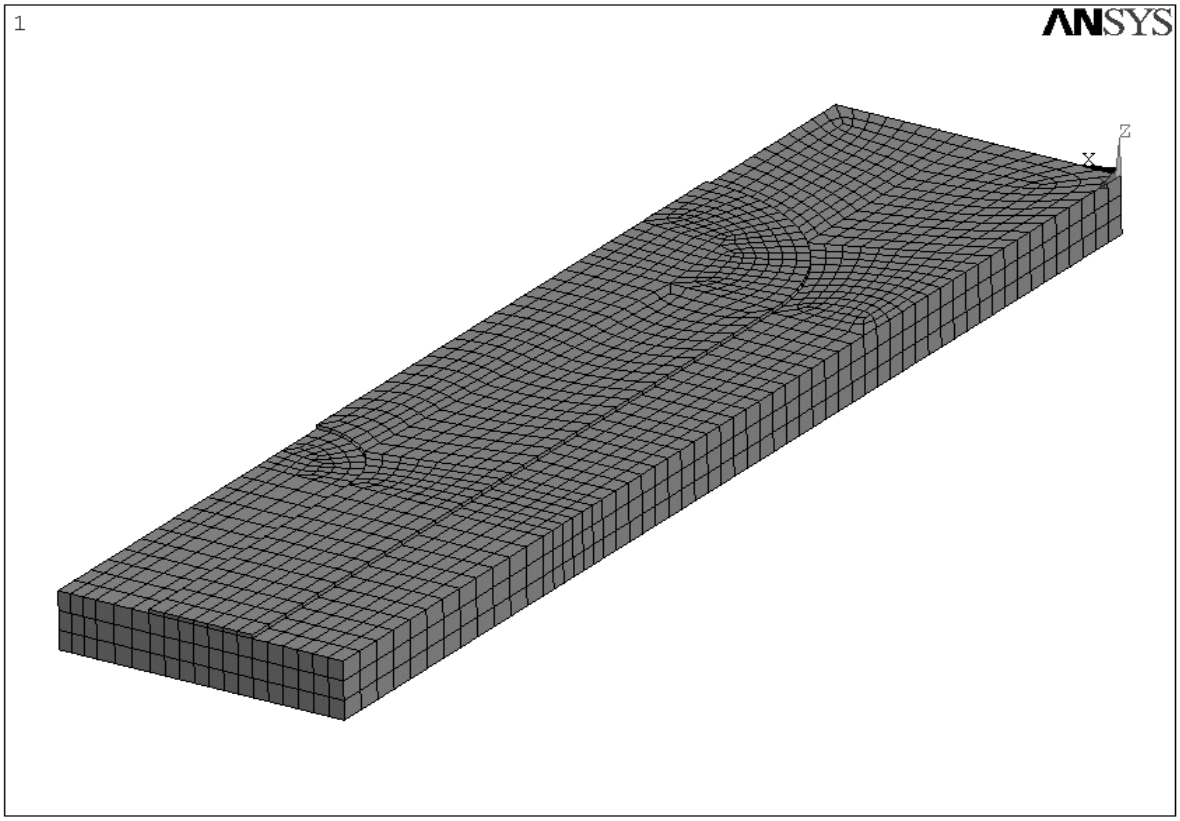


Bild 47: 3-d FE-Netz zur Berechnung der Querdehnungsübertragung auf die Umlenkstelle

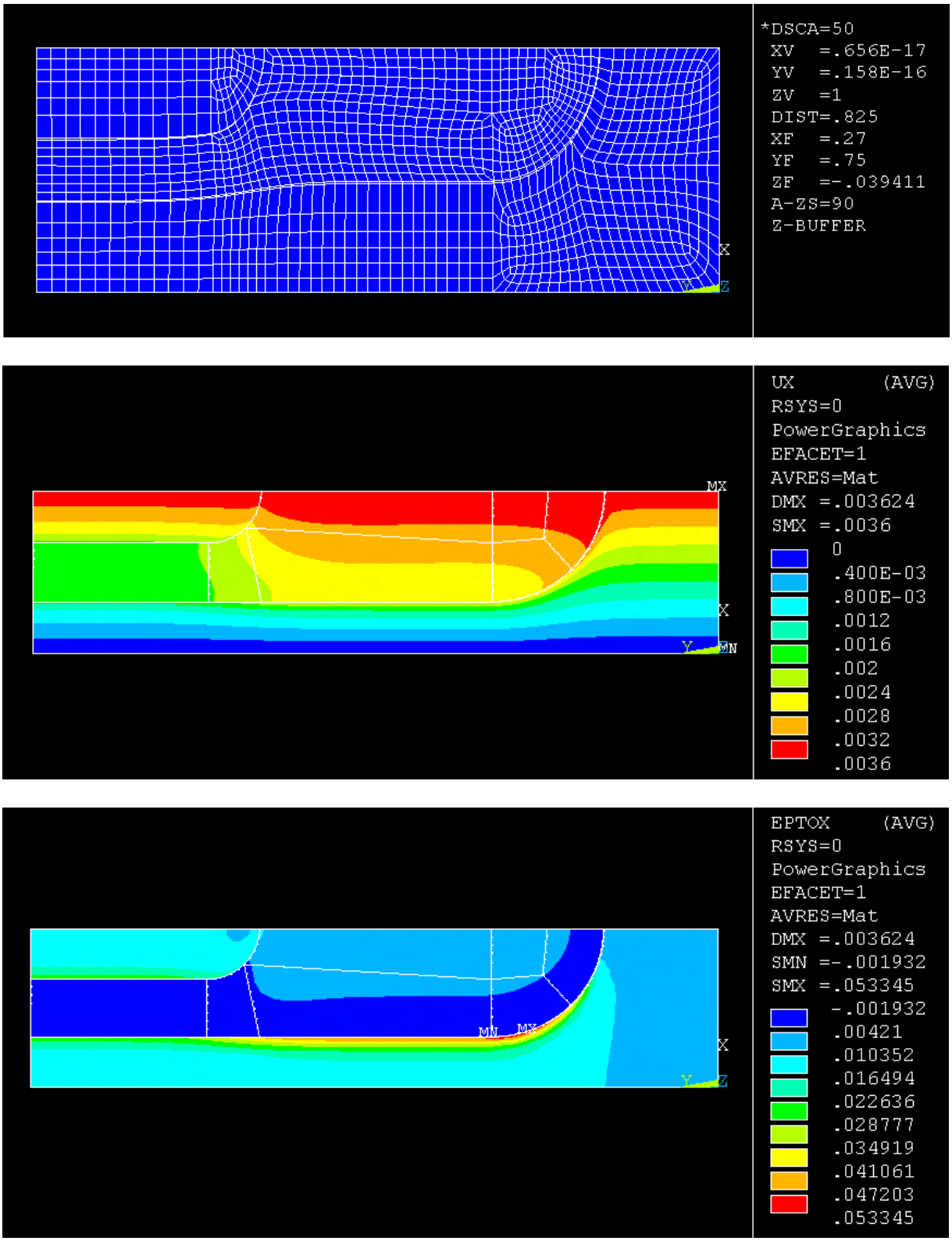


Bild 48: Ergebnisse der 3-d FE-Simulation der Dehnungsübertragung auf die Umlenkstelle eines Foliendehnungsmessstreifens, $\varepsilon_q = \varepsilon_x = 0{,}01$, $\varepsilon_l = \varepsilon_y = 0$

- deformiertes Netz, Verschiebungsmaßstab 50:1
- Verschiebung in Querrichtung u_x
- Querdehnung ε_x

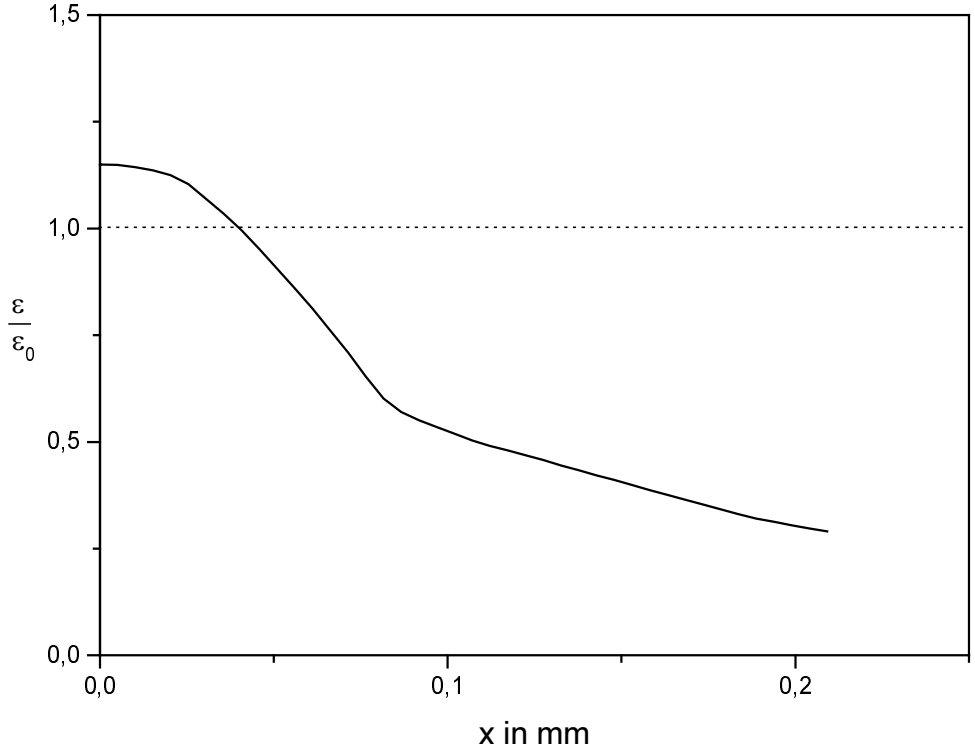


Bild 49: Dehnungsverlauf entlang einer den Innenrand der Umlenkstelle tangierenden vertikalen Spur (vgl. Bild 38, S. 56)

Die Ergebnisse der numerischen Simulation zeigen eine prinzipiell gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Verschiebungsfeldern. Am Innenrand der Umlenkstelle kommt es auch hier zu einer Dehnungskonzentration. Das heißt, der maximale Dehnungswert in der Konstantanfolie ist größer als die Bauteildehnung. Dieser bereits bei der experimentellen Analyse festgestellte Effekt ist im Zusammenhang mit der Stromdichteverteilung (vgl. Bild 16, S. 33) zu betrachten. Die Bereiche der Dehnungskonzentration und der Stromdichtekonzentration fallen zusammen. Die Übertragung der Querdehnung auf den von den Stegen weiter entfernten Teil der Umlenkstelle ist damit weniger von Interesse. Es bleibt festzuhalten, dass die Gestaltung dieser Ausrundung sowohl die Dehnungs- als auch die Potentialverteilung beeinflusst und damit zur Steuerung des Querempfindlichkeitsanteils der Umlenkstelle herangezogen werden kann.

Die numerische Simulation der vollständigen Aufgabenstellung, bei der die Widerstandsänderung im Messgitter direkt aus der Bauteildehnung folgt, bleibt weiteren Arbeiten vorbehalten. Sie erfordert neben der Lösung des mechanischen und des elektrischen Feldproblems realistische mehrachsige Leitfähigkeitsansätze und die entsprechenden Materialparameter.

4 Widerstandsänderung bei mechanischer Beanspruchung

4.1 Vergleich und Wertung bekannter Ergebnisse

4.1.1 Elastische Deformationen

Im Abschnitt 1 wurden die wesentlichen aus der Literatur bekannten Arbeiten zur experimentellen und theoretischen Analyse der Widerstandsänderung von Metallen und Legierungen bereits zitiert und in die Themenstellung der vorliegenden Arbeit eingeordnet. Einige dieser Veröffentlichungen enthalten eine Fülle von rein numerischen Versuchsergebnissen, deren Interpretation und Wertung für sich schwierig ist. Das betrifft vor allem die in [23] von P. W. Bridgman angegebenen Messwerte der Widerstandsänderung von Legierungen. Diese Messwerte sind hier aufgearbeitet, grafisch dargestellt und mit Versuchsergebnissen von E. W. Kammer, T. E. Pardue [25]; E. Jones, K. R. Maslen [26]; R. Bertodo [28] und D. Y. Chen ,Y. M. Gupta, M. H. Miles [29] verglichen, die mit anderen Spannungszuständen und Probenformen erzielt wurden.

Um die Abhängigkeit der elektrischen Widerstandsänderung von der mechanischen Beanspruchung gut beobachten zu können, sind Experimente erforderlich, bei denen die Spannungszustände in den Probekörpern klar definiert sind und sich auch bei hohen Belastungen nicht verändern. Bridgman benutzte dafür den hydrostatischen Druckspannungszustand. Er untersuchte insgesamt 15 Legierungssysteme mit jeweils bis zu 10 Mischungsverhältnissen im Lastbereich bis 10000 Mpa. Dabei zeigte sich, dass der elektrische Widerstand bei den meisten Metallen und Legierungen in einem Anfangsbereich nahezu linear mit steigendem hydrostatischem Druck fällt. Bei höheren Drücken[3] wird dieser Zusammenhang leicht nichtlinear. Eine weitere generelle Aussage besteht darin, dass die relative Widerstandsänderung in Folge hydrostatischen Drucks bei reinen Metallen wesentlich größer ist als bei Legierungen. Das trifft auch auf das Kupfer-Nickel-System zu, in dem die Legierung CuNi45 das in der DMS-Technik wesentliche Konstantan darstellt. Im Bild 50 sind Messergebnisse von Bridgman für dieses System dargestellt. Da die Volumenänderung eines hydrostatisch beanspruchten Festkörpers nur über die Elastizitätskonstanten E und ν mit dem Druck verbunden ist und plastische Deformationsanteile nicht existieren, folgt unabhängig von der Belastungshöhe aus einem linearen Zusammenhang zwischen Druck und Widerstandsänderung auch immer ein linearer Zusammenhang zwischen Volumendehnung und Widerstandsänderung.

[3] Im Bereich von 3000-10000 MPa wird der Druck mit dem Festkörper AgCl auf die Proben übertragen

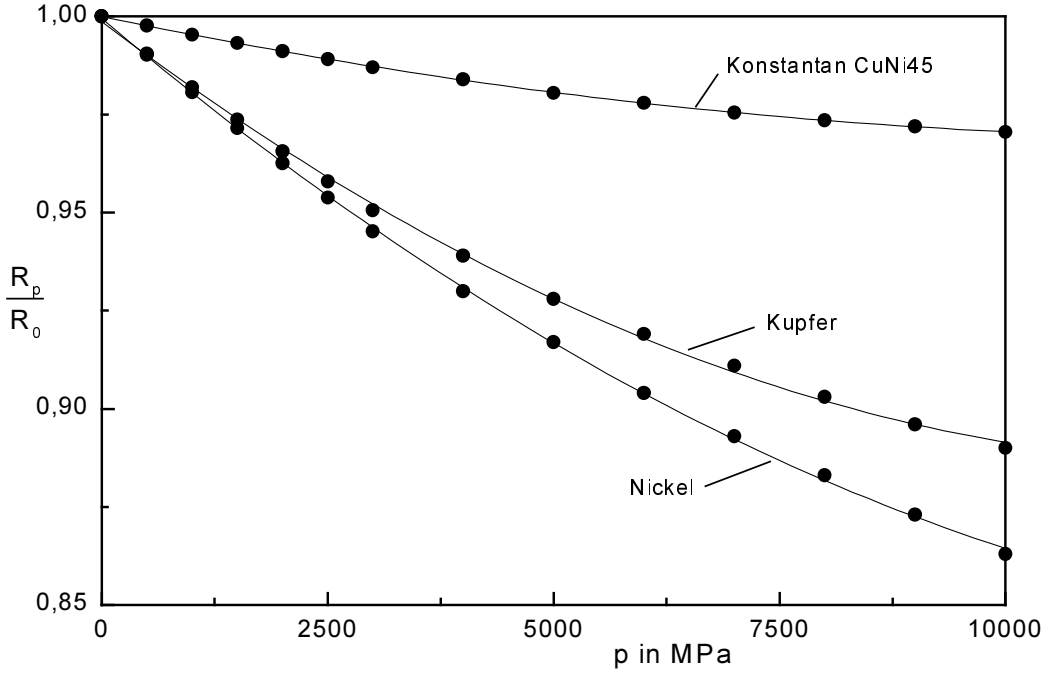


Bild 50: Widerstandsänderung als Funktion des hydrostatischen Drucks
(Auswertung auf der Grundlage der Versuchsergebnisse von Bridgman [23])

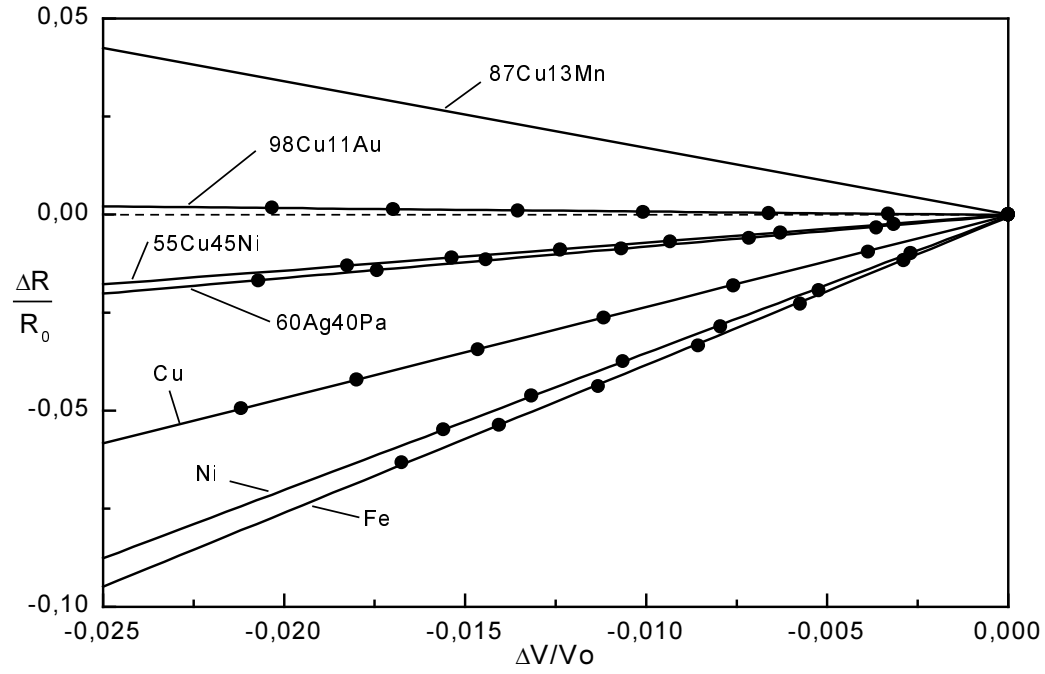


Bild 51: Widerstandsänderung in Abhängigkeit von der Volumenkontraktion
(Auswertung auf der Grundlage der Versuchsergebnisse von Bridgman [23])

Im Bereich bis 3000 Mpa gibt Bridgman die ermittelte Volumenkontraktion mit an, so dass ohne zusätzliche Annahmen für die Elastizitätskonstanten die Widerstandsänderung über der

Volumenänderung dargestellt werden kann. Im Bild 51 ist dies für drei ausgewählte Legierungen und drei reine Metalle getan. Die Werte für Konstantan 55Cu45Ni sind wie im Bild 50 aus den angegebenen Messwerten für 60Cu40Ni und 50Cu50Ni interpoliert. Zum Vergleich dazu ist der interessante Verlauf von Manganin 87Cu13Mn mit eingetragen. Die Druckempfindlichkeit von Manganin wurde dem Handbuch [9] von R. L. Hannah und S. E. Reed entnommen und auf die Volumenänderung umgerechnet.

Die Ausgleichsgeraden zeigen, dass zwar in allen Fällen eine gute Proportionalität vorliegt, die Anstiege aber deutlich voneinander abweichen. Im einzelnen ergeben sich für die Geradengleichung

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \beta_V \frac{\Delta V}{V_0} \tag{26}$$

folgende Faktoren

87 % Kupfer 13 % Mangan	$\beta_V = -1{,}70$
89 % Kupfer 11 % Gold	$\beta_V = -0{,}09$
55 % Kupfer 45 % Nickel	$\beta_V = 0{,}71$
60 % Silber 40 % Palladium	$\beta_V = 0{,}80$
Kupfer	$\beta_V = 2{,}32$
Nickel	$\beta_V = 3{,}49$
Eisen	$\beta_V = 3{,}77$.

β_V stellt hier den Proportionalitätsfaktor zwischen der Widerstandsänderung und der Volumenänderung dar. Bemerkenswert sind dabei die großen Unterschiede zwischen den einzelnen Metallen und Legierungen, die sich sogar in verschiedenen Vorzeichen äußern.

Ausgehend von diesen bekannten Zusammenhängen wird vielfach ein skalarer Ansatz zur Beschreibung der Leitfähigkeitsänderung verwendet, bei dem die Volumendehnung linear mit der Änderung des spezifischen Widerstandes verbunden ist. Für diesen auch von Keil [1] vorgeschlagenen Ansatz

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \beta_\rho \cdot \frac{\Delta V}{V_0} \tag{27}$$

können nun die Faktoren β_ρ aus den für die aufgeführten Metalle und Legierungen bekannten Faktoren β_V berechnet werden. Dazu wird die relative Widerstandsänderung eines Leiters

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} - \frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho} \tag{28}$$

unter der Voraussetzung isotroper elastischer Eigenschaften und kleiner Dehnungen in die für den hydrostatischen Spannungszustand geltende Form

$$\frac{\Delta R}{R_0} = -\varepsilon + \frac{\Delta\rho}{\rho_0} = -\frac{1}{3}\frac{\Delta V}{V_0} + \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \tag{29}$$

gebracht. Unter Einbeziehung von Gl. (26) ergibt sich

$$\beta_\rho = \beta_V + \frac{1}{3}. \tag{30}$$

Die im folgenden aufgeführten Faktoren β_ρ charakterisieren nun die Proportionalität zwischen der Änderung des spezifischen Widerstandes und der des Volumens.

87 % Kupfer 13 % Mangan	β_ρ=-1,37
89 % Kupfer 11 % Gold	β_ρ = 0,24
55 %Kupfer 45 % Nickel	β_ρ = 1,04
60 % Silber 40 % Palladium	β_ρ = 1,13
Kupfer	β_ρ = 2,65
Nickel	β_ρ = 3,82
Eisen	β_ρ = 4,10

Es wäre falsch anzunehmen, dass damit die Widerstandsänderung in Folge mechanischer Beanspruchung bereits realitätsnah beschrieben werden kann. Um dies beurteilen zu können, muss geprüft werden, ob der Volumenansatz nach Gl. (27) auch bei allen anderen denkbaren

Beanspruchungszuständen zutreffend ist. Wenigstens ist ein zweiter aber bzgl. des Spannungs- und Deformationszustandes völlig anders gearteter Versuch auszuwerten.
Auf Grund der einfachen Versuchstechnik wurden von verschiedenen Wissenschaftlern Untersuchungen zum Widerstands-Dehnungs-Verhalten von frei gespannten Drähten durchgeführt, die zum Vergleich herangezogen werden können. Der Spannungszustand ist in diesem Fall dadurch charakterisiert, dass nur eine konstante, bezogen auf die Querschnittsfläche normale Spannungskomponente existiert. Für den daraus resultierenden dreiachsigen Dehnungszustand heißt das, die Querdehnung

$$\varepsilon_q = -\nu\varepsilon_l \tag{31}$$

ist über die Querdehnzahl ν mit der Längsdehnung verbunden, wobei ν stets positiv und bei Metallen etwa 0,3 ist. Im einachsigen Spannungszustand folgt aus Gl. (28) und dem Ansatz entsprechend Gl. (27)

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \left[(1+2\nu)+\beta_\rho(1-2\nu)\right]\cdot\varepsilon_l = k\cdot\varepsilon_l . \tag{32}$$

Die damit aus β_ρ berechneten Proportionalitätsfaktoren zwischen der Widerstandsänderung und der Dehnung in Längsrichtung werden als k-Faktoren bezeichnet. Sie sind in der folgenden Tabelle den Messergebnissen aus [25], [26], [28] und [29] gegenübergestellt.

Material	k-Faktor im einachsigen Spannungszustand (elastische Deformationen)	
	nach Gl. (32)	aus [25], [26], [28], [29]
55 % Kupfer 45 % Nickel	2,01	2,0 … 2,2
Kupfer	2,63	2,5 … 2,6
Eisen	3,17	3,6 … 4,2
87 % Kupfer 13 % Mangan	1,10	0,6
60 % Silber 40 % Palladium	2,05	0,9
Nickel	3,07	-11 … -10

Tabelle 1: Vergleich der nach Gl. (32) vom hydrostatischen Druck auf den einachsigen Spannungszustand umgerechneten k-Faktoren mit Werten aus [25], [26], [28] und [29]

Es fällt auf, dass die Übereinstimmung sehr unterschiedlich ist. Während bei Konstantan und Kupfer die bei hydrostatischem Druck gewonnene Empfindlichkeit gut auf den völlig anders gearteten einachsigen Zugspannungszustand übertragen werden kann, treten bei Eisen, Manganin und der Silber-Palladium-Legierung Abweichungen auf. Bei Nickel wird die im einachsigen Spannungszustand seit langem bekannte negative Empfindlichkeit durch Umrechnung der im hydrostatischen Spannungszustand gewonnenen Werte nicht wiedergegeben.

Man kann daraus schlussfolgern, dass der Ansatz nach Gl. (27) für verschiedene Metalle bzw. Legierungen mehr oder weniger gut zur Beschreibung der Widerstandsänderung infolge mechanischer Beanspruchung geeignet ist. Das heißt, im allgemeinen Fall sind die Dehnungskomponenten ε_1, ε_2 und ε_3 nicht gleichberechtigt mit der Änderung des spezifischen Widerstandes verbunden, sondern es ist ein Ansatz zu wählen, der unterschiedliche Einflussfaktoren in Längsrichtung (Stromflussrichtung) und in Querrichtung enthält.

Die Frage, inwieweit sich dieser Quereinfluss bei bestimmten Legierungen wie z.B. Konstantan reduziert, kann auf der Grundlage der hier ausgewerteten Versuchsergebnisse, die mit Materialien unterschiedlicher Herkunft durchgeführt wurden, noch nicht beantwortet werden.

4.1.2 Elastisch-plastische Deformationen

Im Gegensatz zu elastischen Deformationen, bei denen die Gitterstruktur kristalliner Werkstoffe verzerrt wird, treten bei plastischen Deformationen Gleitbewegungen auf, die die Kristallstruktur selbst weitgehend unverändert lassen, aber zu irreversiblen Formänderungen führen. Der Zusammenhang zwischen der Widerstandsänderung und der mechanischen Beanspruchung verliert dadurch seine stoffliche Abhängigkeit und wird rein geometrisch. Das heißt, dass unter der Voraussetzung der Volumenkonstanz aus der differentiellen Widerstandsänderung eines Leiters nach Gl. (28) für die plastischen Deformationsanteile die einfache Beziehung

$$\left(\frac{\mathrm{dR}}{\mathrm{R}}\right)^{\mathrm{pl}} = 2 \cdot \left(\frac{\mathrm{dl}}{\mathrm{l}}\right)^{\mathrm{pl}} \tag{33}$$

folgt.

Diese erstaunliche Tatsache wird experimentell für die meisten Metalle und Legierungen durch eine Vielzahl von Untersuchungen belegt. In den bereits erwähnten Arbeiten von E. W. Kammer, T. E. Pardue [25]; E. Jones, K. R. Maslen [26]; R. Bertodo [28] und D. Y. Chen ,Y. M. Gupta, M. H. Miles [29] sind Messergebnisse enthalten.

Die folgenden Darstellungen wurden stellvertretend der Arbeit von Bertodo [28] entnommen.

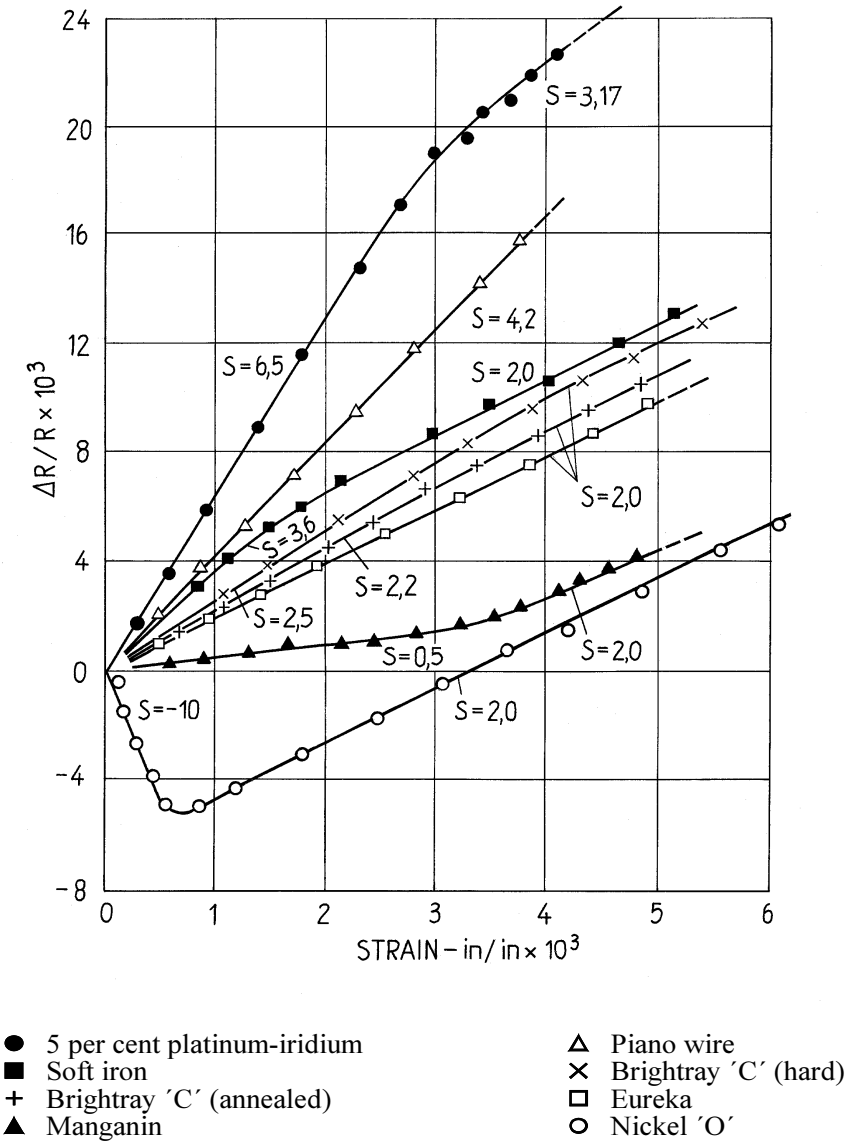


Bild 52: Widerstands-Dehnungs-Verläufe von Drähten bei elastischen- und elastisch-plastischen Deformationen (grafische Darstellung aus [28])

Die grafische Darstellung zeigt, dass unabhängig vom Anstieg im elastischen Bereich nahezu alle untersuchten Materialien im plastischen Bereich die gleiche Empfindlichkeit aufweisen. Interessant ist weiterhin eine zahlenmäßige Darstellung, in der der Proportionalitätsfaktor zwischen der Widerstandsänderung und der Längsdehnung für verschiedene Materialien in

Abhängigkeit von der Wärmebehandlung angegeben ist. Sie ist auszugsweise in der folgenden Tabelle dargestellt. Analog zu der Bezeichnung in Gl. (32) und Tabelle 1 wird als Proportionalitätsfaktor darin der Begriff k-Faktor verwendet.

Material	k-Faktor im einachsigen Spannungszustand nach [26] (elastische und elastisch-plastische Deformationen)			
	hart (hohe Streckgrenze)		geglüht (niedrige Streckgrenze)	
	elast. Deformation	elast.-plast. Deformation	elast. Deformation	elast.-plast. Deformation
Silber	2,9	2,4	3,0	2,3
Platin	6,1	2,4	5,9	2,3
Kupfer	2,6	2,2	2,2	2,2
Eisen	3,9	2,4	3,7	2,1
Nickel	negativ	2,7	negativ	2,3
Konstantan	2,2	2,1	2,2	2,2

Tabelle 2: k-Faktor für verschiedene Materialien (nach [26])

Beim Vergleich der für elastisch-plastische Deformationen bei harten und weich geglühten Materialien angegebenen Werte wird deutlich, dass die Faktoren für weich geglühte Materialien etwas näher an dem in Gl. (33) angegebenen Wert 2 liegen. Das ist aus mechanischer Sicht logisch, da messtechnisch nur eine effektive Empfindlichkeit ermittelt werden kann, bei der sowohl elastische als auch plastische Deformationsanteile wirksam sind. Wird die Streckgrenze z.B. durch Wärmebehandlung reduziert, so verringert sich relativ der elastische Deformationsanteil und es gilt immer stärker der für den plastischen Deformationsanteil geltende Zusammenhang nach Gl. (33).

Eine anisotrope Reaktion des elektrischen Widerstandes auf plastische Deformationen kann den bekannten Experimenten nicht entnommen werden. Sie erscheint unwahrscheinlich, weil die für diesen Effekt in Frage kommende Änderung des spezifischen Widerstandes nur im elastischen Bereich auftritt.

Es bleibt festzuhalten, dass bei einer allgemeingültigen Formulierung der Widerstands-Dehnungsbeziehung von metallischen Werkstoffen zwei wesentliche Effekte berücksichtigt werden müssen.

1. Bei elastischen Deformationen ist die Änderung des spezifischen Widerstandes über unterschiedliche Einflussfaktoren mit den Dehnungskomponenten in Längsrichtung (Stromflussrichtung) und in Querrichtung verbunden.

2. Bei plastischen Deformationen ergibt sich die Widerstandsänderung ausschließlich aus der geometrischen Änderung des Leiters.

4.2 Widerstands-Dehnungsbeziehung

4.2.1 Einzelner Leiterstreifen

Für einen flachen Leiterstreifen, der durch festen Kontakt mit einem Bauteil dessen Deformationen erleidet, wird im folgenden eine theoretische Beziehung zwischen den Deformationen an der Oberfläche des Untergrundes und der Widerstandsänderung des Leiters hergeleitet. Dabei werden die beiden beschriebenen Effekte berücksichtigt.

Der augenblickliche elektrische Widerstand eines geraden elektrischen Leiters mit konstantem Querschnitt ergibt sich entsprechend Gl. (5) zu

$$R(\rho, l, A) = \rho \cdot \frac{l}{A},$$

R … elektr. Widerstand des Leiters
ρ … spezifischer Widerstand
l … Länge des Leiters
A … Querschnittsfläche des Leiters,

wobei der differentielle Zusammenhang zwischen der Änderung des Widerstandes und den Änderungen der einzelnen Einflussgrößen durch Bildung des totalen Differentials (Gl. (28)) dargestellt werden kann

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} - \frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho}.$$

Zunächst wird vorausgesetzt, dass die Dehnungskomponenten ε_1 und ε_2 von der Oberfläche des Bauteils vollständig in den Leiter übertragen werden und dort einen ebenen Spannungszustand hervorrufen.

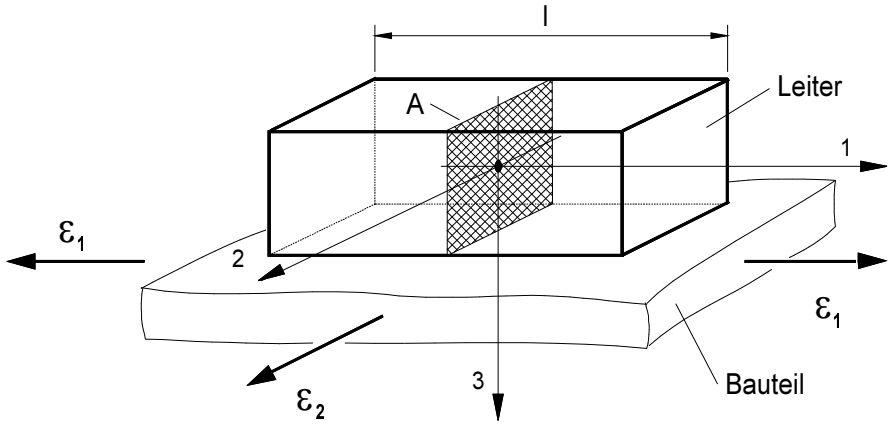


Bild 53: Idealisierter Leiterstreifen auf einem Bauteil

Damit folgt die Dehnungskomponente ε_3 in Dickenrichtung aus

$$\varepsilon_3 = -\frac{\nu}{1-\nu}\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right) , \tag{34}$$

worin ν die Querkontraktionszahl des Leiters ist. Bei kleinen Dehnungen gilt für die Änderung der Länge und der Querschnittsfläche

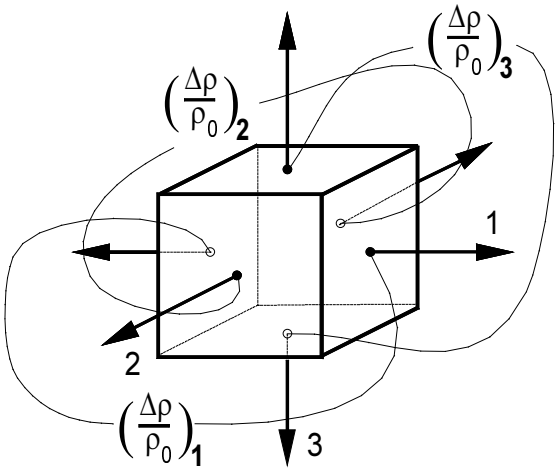
$$\frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon_1 \tag{35}$$

bzw.

$$\frac{\Delta A}{A_0} = -\frac{\nu}{1-\nu}\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right) + \varepsilon_2 . \tag{36}$$

Dazu ist das Inkrement der natürlichen Dehnung $d\varphi = \frac{dl}{l}$, dessen Integral vom Ausgangszustand in den Augenblickszustand $\varphi = \ln\frac{l_1}{l_0}$ ergibt, durch die technische Dehnung $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_1}{l_0} - 1$ ersetzt.

Während der Tensorcharakter der Leitfähigkeit für den einzelnen Kristall seit langem bekannt ist und z.B. von Simonyi in [40] beschrieben wird, betrachtet man Metalle gewöhnlich als eine ungeregelte Anhäufung von Kristallen, in denen es keine resultierenden ausgezeichneten Richtungen mehr gibt. Diese Aussage kann nicht selbstverständlich auch auf den elastisch anisotrop deformierten Leiter übernommen werden. Deshalb wird mit Gl. (37) an dieser Stelle ein Ansatz eingeführt, der einen richtungsabhängigen Einfluss der Dehnung auf die Änderung des spezifischen Widerstandes berücksichtigt.



$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)_1 = \beta_l\varepsilon_1 + \beta_q\varepsilon_2 + \beta_q\varepsilon_3 \tag{37}$$

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)_2 = \beta_q\varepsilon_1 + \beta_l\varepsilon_2 + \beta_q\varepsilon_3$$

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)_3 = \beta_q\varepsilon_1 + \beta_q\varepsilon_2 + \beta_l\varepsilon_3$$

Bild 54: Richtungsabhängigkeit der Leitfähigkeitsänderung

Eine Berücksichtigung der Anisotropie durch den Ansatz (37) führt mit der in der DMS-Terminologie üblichen Schreibweise

$$(\varepsilon_1 = \varepsilon_L, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_Q) \tag{38}$$

zu einer Formulierung, die die Änderung des Widerstandes in Längsrichtung bei elastischen Deformationen des Leiterstreifens in Längs- und Querrichtung beschreibt.

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \varepsilon_L^{el}\left[\frac{\nu}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right)+\beta_l+1\right] + \varepsilon_Q^{el}\left[\frac{\nu}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right)+\beta_q-1\right] \tag{39}$$

Im Vergleich dazu gehen die bekannten Darstellungen zur Ableitung der Widerstands-Dehnungsbeziehungen im elastischen Bereich von einer strengen Proportionalität zwischen der Volumenänderung und der Änderung des spezifischen Widerstandes aus (vgl. Keil [1])

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \beta\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3\right) \tag{40}$$

und stellen damit den isotropen Sonderfall des Ansatzes (37) mit $\beta = \beta_l = \beta_q$ dar.

Die Eigenschaft der Volumenkonstanz bei endlicher plastischer Dehnung ergibt zunächst den rein geometrischen Zusammenhang

$$\left(\frac{dA}{A}\right)^{pl} = -\left(\frac{dl}{l}\right)^{pl}. \tag{41}$$

Wie bereits erwähnt, treten bei plastischen Deformationen Gleitbewegungen auf, die zu irreversiblen Formänderungen führen, die Kristallstruktur selbst aber weitgehend unverändert lassen. Dies berechtigt zu der Annahme, dass der spezifische Widerstand von der plastischen Dehnung nicht verändert wird, was durch

$$\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)^{pl} = 0. \tag{42}$$

ausgedrückt werden kann.

Die differentielle Widerstands-Dehnungs-Beziehung für plastische Dehnungsanteile hat somit die einfache Form, Gl. (33)

$$\left(\frac{dR}{R}\right)^{pl} = 2 \cdot \left(\frac{dl}{l}\right)^{pl}.$$

Eine Aufteilung in Längs- und Querrichtung, wie in Gl. (39) entfällt hier und es ergibt sich mit

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \varepsilon_L^{el}\left[\frac{\nu}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right)+\beta_l+1\right]+\varepsilon_Q^{el}\left[\frac{\nu}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right)+\beta_q-1\right]+2\varepsilon_L^{pl} \tag{43}$$

eine Beziehung, die sowohl die anisotropen Eigenschaften im elastischen Bereich beschreibt, als auch die notwendige Aufteilung in elastische und plastische Deformationsanteile vornimmt.

4.2.2 Vollständiger DMS

Als wesentliches Merkmal enthalten Foliendehnungsmessstreifen Umlenkstellen, die einen mäanderförmigen Aufbau von parallel angeordneten, in Reihe geschalteten Leiterstreifen ermöglichen. Um die Umlenkstellen und Stege separat betrachten zu können, muss die Gesamtwiderstandsänderung differentiell

$$\frac{dR}{R_0} = \frac{dR_S}{R_S}\cdot\frac{nR_S}{R_0}+\frac{dR_U}{R_U}\cdot\frac{mR_U}{R_0} \tag{44}$$

zunächst in die entsprechenden Anteile aufgespaltet werden. Die Verknüpfung erfolgt additiv unter Berücksichtigung des Teilwiderstandes R_S eines Steges und R_U einer Umlenkstelle am Gesamtwiderstand R_0 des DMS. Die Anzahl der Stege bzw. Umlenkstellen ist durch n und m bezeichnet. Für die weitere Darstellung wird die vereinfachte Schreibweise

$$\frac{nR_S}{R_0} = S_R \qquad \frac{mR_U}{R_0} = U_R \tag{45}$$

eingeführt, wobei S_R und U_R die auf den Gesamtwiderstand bezogenen Anteile der Stege und Umlenkstellen darstellen. Weiterhin gilt der Zusammenhang

$$U_R + S_R = 1. \tag{46}$$

Bei realen Foliendehnungsmessstreifen kann der Widerstandsanteil der Umlenkstellen sehr stark differieren. In Abhängigkeit von der Gestaltung des Messgitters liegt er bei

$0{,}005 \le U_R \le 0{,}05$ (vgl. Abschn. 2.2.2.2, S. 33). Die Widerstands-Dehnungsbeziehung von Gl. (43) nimmt damit die für kleine Dehnung geltende Form

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \left\{ \varepsilon_L^{el} \left[\frac{\nu}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right) + \beta_l + 1 \right] + \varepsilon_Q^{el} \left[\frac{\nu}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right) + \beta_q - 1 \right] + 2\varepsilon_L^{pl} \right\} S_R + 2\varepsilon_Q U_R \qquad (47)$$

an.

Als nächster wesentlicher Punkt ist zu berücksichtigen, dass der Deformationszustand an der Oberfläche des Bauteils nicht dem im Messgitter entspricht. Um beide Zustände in der Notation unterscheiden zu können, werden die Dehnungskomponenten im Bauteil mit kleinen Indizes $(\varepsilon_l,\ \varepsilon_q)$ bezeichnet. Große Indizes $(\varepsilon_L,\ \varepsilon_Q)$ werden für die Dehnungskomponenten im Messgitter verwendet. Die Bezeichnungen $..^{el}$ und $..^{pl}$ beziehen sich dagegen stets auf den Zustand des Messgitters.

Im Abschnitt 3 ist experimentell und numerisch nachgewiesen, dass die Übertragung der Längsdehnung auf die Stege vollständig, die Übertragung der Querdehnung auf die Stege und Umlenkstellen aber nur teilweise erfolgt. Zur Charakterisierung dieses Verhaltens werden die Übertragungsfaktoren $S_Ü$ (Steg) und $U_Ü$ (Umlenkstelle) für die Mittelwerte der jeweiligen Dehnungen definiert. Bei elastischem Verhalten von Polyimidfolie und Konstantanmessgitter sind $S_Ü$ und $U_Ü$ mit $0 \le S_Ü \le 1,\ 0 \le U_Ü \le 1$ für eine bestimmte DMS-Geometrie konstant und es gilt für die Stege:

Übertragung der Querdehnung auf die Stege $$\varepsilon_Q^{Steg} = -\nu\varepsilon_l + S_Ü\left(\varepsilon_q + \nu\varepsilon_l\right) \qquad (48)$$

Übertragung der Längsdehnung auf die Stege $$\varepsilon_L^{Steg} = \varepsilon_l \qquad (49)$$

Gl. (48) stellt dar, dass die vom Bauteil auf den Steg übertragene Querdehnung nur eine Veränderung der durch die Beanspruchung des Steges in Längsrichtung erzeugten Querdehnung bewirken kann. Die drei wesentlichen Sonderfälle

$$\varepsilon_l = 0:\ \varepsilon_Q^{Steg} = S_Ü\varepsilon_q, \qquad S_Ü = 1:\ \varepsilon_Q^{Steg} = \varepsilon_q \qquad \text{und} \qquad S_Ü = 0:\ \varepsilon_Q^{Steg} = -\nu\varepsilon_l$$

sind darin enthalten.

Die Übertragung der Querdehnung auf die Umlenkstellen wird durch den Zusammenhang

$$\varepsilon_Q^{Uml.} = U_Ü \varepsilon_q \tag{50}$$

definiert. Die Mechanik der Dehnungsübertragung ist hier im Vergleich zum Steg wesentlich komplizierter, weil die Längsdehnung in die Umlenkstelle ebenfalls nur teilweise übertragen wird und Umlenkstellen oft geometrisch kompliziert geformt sind. Die vereinfachte Darstellung nach Gl. (50) ist dennoch sinnvoll, weil der Widerstandsanteil U_R sehr gering ist, so dass der Einfluss des Übertragungsfaktors der Querdehnung auf die Umlenkstellen auf die Gesamtwiderstandsänderung klein bleibt.

Zur Analyse des Aspekts der Mechanik der Dehnungsübertragung sind insbesondere, wie im Abschnitt 3.2 gezeigt, FE-Berechnungen geeignet. Für praxisrelevante DMS-Bauformen können entsprechend der Bilder 45 und 46 $0 \le S_Ü \le 0{,}2$ bzw. $0{,}3 \le U_Ü \le 0{,}8$ erwartet werden.

Kommt es dagegen bei zunehmenden Deformationen im Konstantan-Messgitter (oder auch in der Polyimidfolie) zu elastisch-plastischem Materialverhalten, so ist mit einem Ansteigen der Übertragungsfaktoren zu rechnen. Dennoch wird nachfolgend vereinfachend angenommen, dass $S_Ü$ und $U_Ü$ weiterhin konstant bleiben und der Einfluss der plastischen Deformationsanteile additiv hinzugefügt werden kann.

Ausgehend von der Gl. (47) lautet dann damit die endgültige Form der Auswertegleichung

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \left\{ \begin{aligned} &\varepsilon_l^{el}\left[2\nu\left(1-\beta_q\right) + \beta_l + 1 + \frac{\nu(2\nu-1)}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right)S_Ü \right] + \\ &+ \varepsilon_q^{el}\left[\frac{\nu}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right) + \beta_q - 1 \right] S_Ü + 2\varepsilon_l^{pl} \end{aligned} \right\} S_R + 2\varepsilon_q U_Ü U_R \,. \tag{51}$$

Gl. (51) verknüpft unter Einbeziehung der Mechanik der Dehnungsübertragung die Dehnungen im Bauteil mit der Widerstandsänderung im Messgitter des DMS. Nochmals wird

darauf hingewiesen, dass mit ε_l^{el}, ε_q^{el}, ε_l^{pl} diejenigen Dehnungsanteile im Bauteil bezeichnet sind, denen im Messgitter des DMS elastische bzw. plastische Dehnungsanteile entsprechen.

Bei größeren Deformationen muss die Formulierung differentiell und im natürlichen Dehnungsmaß erfolgen. Die differentielle Widerstandsänderung

$$\frac{dR}{R} = \left\{ \begin{array}{l} d\varphi_l^{el}\left[2\nu\left(1-\beta_q\right)+\beta_l+1+\dfrac{\nu(2\nu-1)}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right)S_{\ddot{U}} \right] + \\ + d\varphi_q^{el}\left[\dfrac{\nu}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right)+\beta_q-1 \right] S_{\ddot{U}} + 2d\varphi_l^{pl} \end{array} \right\} S_R + 2d\varphi_q U_{\ddot{U}} U_R \qquad (52)$$

ist dabei zunächst mit den Dehnungsinkrementen verbunden. Die Integration vom Ausgangs- in den Augenblickszustand liefert

$$\ln\frac{R_0+\Delta R}{R_0} = \left\{ \begin{array}{l} \varphi_l^{el}\left[2\nu\left(1-\beta_q\right)+\beta_l+1+\dfrac{\nu(2\nu-1)}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right)S_{\ddot{U}} \right] + \\ + \varphi_q^{el}\left[\dfrac{\nu}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right)+\beta_q-1 \right] S_{\ddot{U}} + 2\varphi_l^{pl} \end{array} \right\} S_R + 2\varphi_q U_{\ddot{U}} U_R \qquad (53)$$

bzw.

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \exp\left\{ \begin{array}{l} \varphi_l^{el}\left[2\nu\left(1-\beta_q\right)+\beta_l+1+\dfrac{\nu(2\nu-1)}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right)S_{\ddot{U}} \right] S_R + \\ + \varphi_q^{el}\left[\dfrac{\nu}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right)+\beta_q-1 \right] S_{\ddot{U}} S_R + 2\varphi_l^{pl} S_R + 2\varphi_q U_{\ddot{U}} U_R \end{array} \right\} - 1 \qquad (54)$$

Die Gln. (51) und (54) stellen für kleine bzw. große Dehnungen den Zusammenhang zwischen dem Deformationszustand auf der Bauteiloberfläche –in den Hauptrichtungen des DMS– und der relativen Widerstandsänderung im Messgitter dar.

4.2.3 Empfindlichkeitsdarstellung

Die Auswertung der Dehnung erfolgt bei elektrischen Dehnungsmessstreifen traditionell nach Gleichungen, in denen die Empfindlichkeiten der vollständigen Messstelle in Längs- und Querrichtung als Proportionalitätsfaktor enthalten sind. Diese Faktoren werden vom Hersteller für jeden DMS-Typ mittels standardisierter Versuche [41] experimentell mit hoher Genauigkeit bestimmt und sind im Datenblatt jedes Dehnungsmessstreifens ausgewiesen. Es handelt sich dabei um den sog. k-Faktor, der die Empfindlichkeit in Längsrichtung angibt, und die Querempfindlichkeit q. Aus Gründen der einfachen Versuchsdurchführung wird der k-Faktor mit Versuchen bestimmt, bei denen im Probekörper ein einachsiger Spannungszustand vorliegt. Die Berechnung des k-Faktors erfolgt nach der Definition

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k\varepsilon_l\,, \tag{55}$$

die auch gleichzeitig die einfachst mögliche Auswertegleichung darstellt. Das Verhältnis von Quer- und Längsdehnung ist bei diesem Versuch durch eine vorgeschriebene Querkontraktionszahl des Probekörpers von $\nu_0 = 0{,}285$ festgelegt. Um die Querempfindlichkeit in die Auswertegleichung einbeziehen zu können, wurden in Form des Ansatzes

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k_l\varepsilon_l + k_q\varepsilon_q \tag{56}$$

zwei Empfindlichkeiten eingeführt, wobei die Querempfindlichkeit q als Quotient

$$q = \frac{k_q}{k_l} \tag{57}$$

definiert ist. Die Empfindlichkeit in Längsrichtung k_l entspricht nicht dem vom Hersteller angegebenen k-Faktor, kann aber nach der Beziehung

$$k_l = \frac{k}{1 - q\nu_0} \tag{58}$$

daraus berechnet werden. Die erweiterte Auswertegleichung lautet damit

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{k}{1 - q\nu_0}\left(\varepsilon_l + q\varepsilon_q\right) . \tag{59}$$

Diese Gleichung ist in allen Standardwerken der DMS-Technik enthalten und gestattet eine mathematische Korrektur der Querempfindlichkeit. Sie gilt entsprechend den Kalibrierbedingungen nur im elastischen Deformationsbereich.
Nachfolgend wird Gl. (59) formal auf den elastisch-plastischen Deformationsbereich (Messgitter) erweitert. Der Ansatz nach Gl. (56) wird durch die jetzt neu hinzukommenden plastischen Deformationsanteile, die Widerstandsanteile und einen Übertragungsfaktor ergänzt und besitzt jetzt die Form

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k_l\varepsilon_l^{el} + k_q\varepsilon_q^{el} + 2\varepsilon_l^{pl}S_R + 2\varepsilon_q^{pl}U_{Ü}U_R . \tag{60}$$

ε_l^{el} … stellt darin die Dehnung ε_l des Bauteils dar, die im DMS elastische Deformationen hervorruft, usw. Als Empfindlichkeitsfaktor für plastische Deformationen gilt einheitlich der begründete Wert 2. Die Wirkungsanteile folgen aus den Widerstandsanteilen und den Übertragungsfaktoren. In der Schreibweise mit den vom Hersteller angegebenen Empfindlichkeiten k und q ergibt sich

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{k}{1 - q\nu_0}\left(\varepsilon_l^{el} + q\varepsilon_q^{el}\right) + 2\left(\varepsilon_l^{pl}S_R + \varepsilon_q^{pl}U_{Ü}U_R\right) . \tag{61}$$

Bei größeren Deformationen ist auch hier eine differentielle Formulierung

$$\frac{dR}{R} = \frac{k}{1 - q\nu_0}\left(d\varphi_l^{el} + q\,d\varphi_q^{el}\right) + 2\left(d\varphi_l^{pl}S_R + d\varphi_q^{pl}U_{Ü}U_R\right) \tag{62}$$

vorzunehmen, die nach Integration

$$\ln\frac{R_0 + \Delta R}{R_0} = \frac{k}{1 - q\nu_0}\left(\varphi_l^{el} + q\varphi_q^{el}\right) + 2\left(\varphi_l^{pl}S_R + \varphi_q^{pl}U_{Ü}U_R\right) \tag{63}$$

in die folgende Darstellung überführt werden kann.

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \exp\left\{ \frac{k}{1 - q\nu_0} \left(\varphi_l^{el} + q\varphi_q^{el} \right) + 2\left(\varphi_l^{pl} S_R + \varphi_q^{pl} U_Ü U_R \right) \right\} - 1 \tag{64}$$

Abschließend soll noch auf einen interessanten Sonderfall hingewiesen werden, der unter der Voraussetzung gilt, dass der Quereinfluss vernachlässigt werden kann. Das ist der Fall, wenn der Dehnungsmessstreifen im elastischen Bereich keine Querempfindlichkeit besitzt oder das Verhältnis der Dehnungen genau dem entspricht, welches beim Kalibrierversuch durch ν_0 gegeben war. Im plastischen Bereich ist diese Voraussetzung annähernd erfüllt, wenn die Längsdehnung dominiert und die Faktoren $U_Ü$ und U_R sehr klein sind. In diesen Fällen ergibt sich

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \exp\left(k\varphi^{el} + 2\varphi^{pl} \right) - 1 . \tag{65}$$

Eine Potenzreihenentwicklung der e-Funktion führt zu

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k\varphi^{el} + 2\varphi^{pl} + \frac{1}{2}\left(k\varphi^{el} + 2\varphi^{pl} \right)^2 + \frac{1}{6}\left(k\varphi^{el} + 2\varphi^{pl} \right)^3 + \ldots, \tag{66}$$

wobei für die praktische Auswertung die folgende Näherung, in der quadratische und höhere Anteile der elastischen Dehnung und kubische und höhere Anteile der plastischen Dehnung vernachlässigt sind, angewendet werden kann.

$$\frac{\Delta R}{R_0} \approx k \cdot \varphi^{el} + 2 \cdot \varphi^{pl} + 2k \cdot \varphi^{el}\varphi^{pl} + 2 \cdot \left(\varphi^{pl} \right)^2 \tag{67}$$

Die Dehnungsauswertung nach den Gln. (51) und (54) bzw. (61 und (64) erfordert neben Leitfähigkeitskonstanten, Empfindlichkeiten, Widerstandsanteilen und Übertragungsfaktoren auch Kenntnisse über das Materialverhalten des Leitermaterials, damit eine Aufteilung der Gesamtdehnung entsprechend der Fließbedingung und Fließregel vorgenommen werden kann. In den Abschnitten zur Dehnungsauswertung bei konkreten DMS-Messstellen längs und quer zum einachsigen Spannungsfeld werden Möglichkeiten dazu aufgezeigt.

4.3 Experimentelle Bestimmung der Leitfähigkeitskonstanten

4.3.1 Versuchskonzept Kreisplatte

Zur Bestimmung der in den Auswertegleichungen (51) und (54) enthaltenen Leitfähigkeitskonstanten β_l und β_q sind wenigstens zwei Versuche durchzuführen, bei denen Leiterstreifen aus dem zu untersuchenden Material unterschiedlichen Dehnungszuständen ausgesetzt werden. Bei der Auswahl geeigneter Experimente ist zu beachten, dass der Dehnungszustand entlang der Leiter konstant, bezüglich der Versuche aber deutlich unterschiedlich sein muss. Prinzipiell sind dazu verschiedene Experimente geeignet, wie z.B. die einachsige Beanspruchung eines Probekörpers mit kreuzweise in Längs- und Querrichtung präparierten Leiterzügen. Eleganter und genauer wird das Verfahren, wenn man an einem einzigen Probekörper gleichzeitig eine Vielzahl von experimentellen Daten gewinnt und die Materialparameter nach der Methode des Fehlerquadratminimums approximieren kann. Eine Möglichkeit dazu bietet der aus mechanischer Sicht bemerkenswerte Beanspruchungszustand einer am Außenrand eingespannten Kreisplatte unter Flächenlast.

Bei konstanter Flächenlast ist der Deformationszustand an der Oberfläche der Platte dadurch gekennzeichnet, dass die Radialdehnung ε_r und die Ringdehnung ε_φ sehr stark von der Radiuskoordinate r abhängen. Die Verhältnisse der Dehnungskomponenten können dabei z.B. die Werte $\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_\varphi} = -\infty \ldots -10 \ldots -1 \ldots -0{,}5 \ldots 0 \ldots 0{,}5 \ldots 1$ annehmen. Positioniert man auf der Platte ringförmige Leiterstreifen, so werden diese in ihrer Längsrichtung durch die Ringdehnung $\varepsilon_l = \varepsilon_\varphi$ und in ihrer Querrichtung durch die Radialdehnung $\varepsilon_q = \varepsilon_r$ beansprucht. Da es leicht möglich ist, mehrere Leiterstreifen auf einer Platte anzuordnen, können im Rahmen eines Versuchs gleichzeitig eine ganze Reihe von Messwerten zur Bestimmung der Leitfähigkeitskonstanten gewonnen werden. Lastumkehr führt zum Vorzeichenwechsel aller Dehnungskomponenten und verdoppelt nochmals die Anzahl der Messwerte. Die Kreisplatte wird dazu entweder durch den von außen anliegenden atmosphärischen Luftdruck oder von innen durch einen entsprechenden Überdruck belastet. Im Bild 55 ist eine Kreisplatte, wie sie in der folgenden Untersuchung verwendet wird, mit der entsprechenden Dehnungsverteilung und den gewählten Leiterpositionen schematisch dargestellt. Im realen Versuch wird eine Epoxidharzplatte aus Araldit B mit einer Dicke von 4 mm und einem freien Durchmesser von 100 mm verwendet. Die Platte wird zunächst einseitig mit einer 5 µm dicken Konstantanfolie (Typ A 297/04 von HBM) beklebt. Zur Verbesserung der Hafteigenschaften ist die Folie einseitig chemisch angerauht. Als Klebstoff wird der Epoxidharzklebstoff AE-10 von MM

verwendet. Anschließend erfolgt die fotochemische Herstellung der Leiterzüge, wobei die Technologie prinzipiell der der DMS-Herstellung entspricht. Das Layout ist in Form von fünf offenen Ringen und einer schlangenförmigen Anordnung in der Plattenmitte ausgeführt (Abmessungen siehe Anlagen, Bild A2). Um die thermische Drift gering zu halten, sind die Zuleitungen bis unmittelbar an die Leiterzüge in Vierleitertechnik herangeführt.

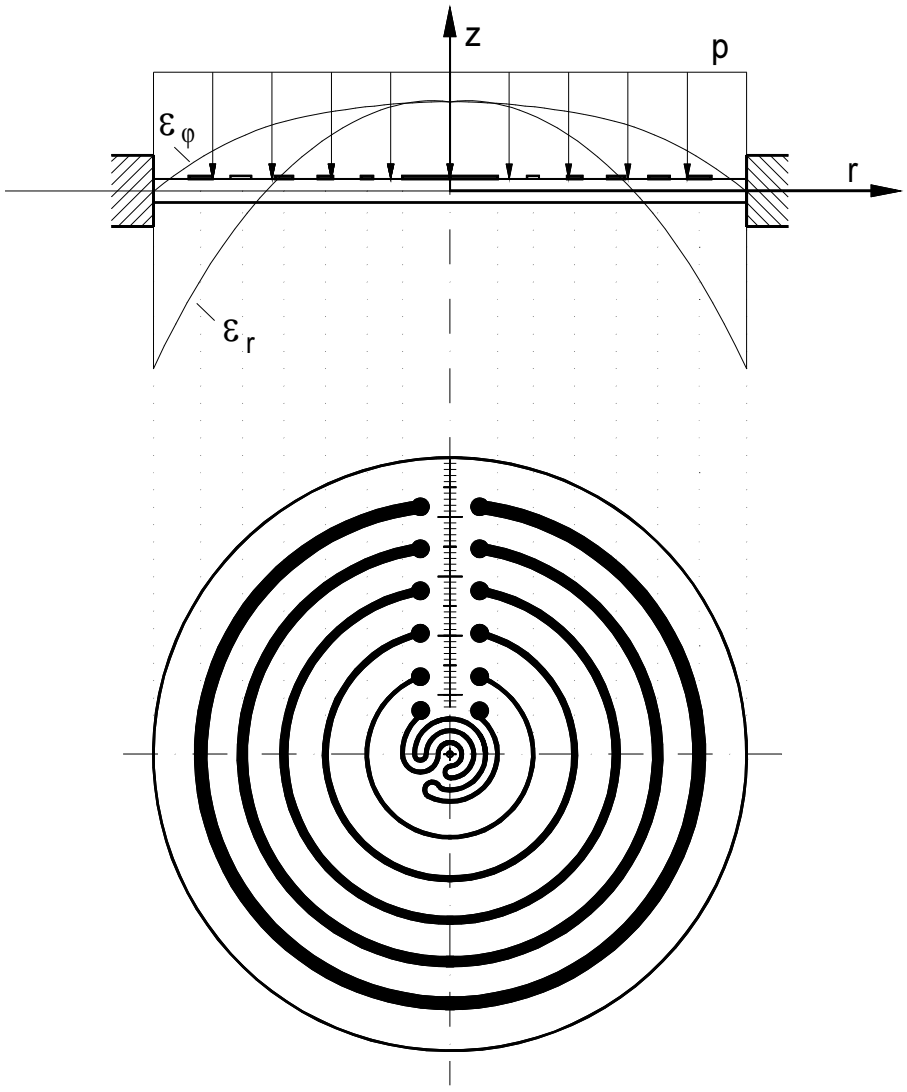


Bild 55: Kreisplatte unter Flächenlast, Dehnungsverteilung und Leiterzüge

Für die mechanische Beanspruchung ist die Platte am Rand fest in eine massive Belastungsvorrichtung (Druckkammer) eingespannt und verklebt (siehe Anlagen, Bild A3).
Die Belastung erfolgt durch einen vorgegebenen Über- bzw. Unterdruck an der Unterseite der Platte, wobei sich die resultierende Last aus der Differenz zum Luftdruck ergibt, der immer an

der Oberseite der Platte anliegt. Im Bild 56 ist die Platte mit der Belastungsvorrichtung dargestellt.

Bild 56: Platte mit Belastungsvorrichtung und digitalem Wegaufnehmer

4.3.2 Auswertung und Ergebnisse

Messtechnisch wird der Widerstand der einzelnen Leiterstreifen mit dem Ohmkonverter des Digitalmultimeters FLUKE 8505A mit einer Auflösung von 10 μΩ bestimmt. Bei einem Nennwiderstand der einzelnen Leiterbahnen von 12 Ω kann damit eine relative Widerstandsänderung von weniger als 10^{-6} erfasst werden.

Die Bestimmung der Referenzdehnung erfolgt auf der Grundlage von Durchbiegungsmessungen. Dazu wurde der Durchbiegungsverlauf auf drei strahlenförmigen Messspuren (0°, 120°, 240°) in Abhängigkeit vom Radius mit digitalen Messtastern (Heidenhain MT25) bestimmt und mit der Ansatzfunktion

$$w(r) = A + Br^2 + Cr^4 \tag{68}$$

approximiert. Dieser Ansatz entspricht in der linearen Plattentheorie nach Kirchhoff der allgemeinen Lösung für eine am Außenrand gelagerte, rotationssymmetrisch belastete Kreisplatte. Die Einschränkung einer idealen festen Einspannung am Außenrand ist darin nicht enthalten. Im Bild 57 sind beispielgebend die gemessenen Durchsenkungen w für die Lastzyklen Überdruck in der Druckkammer und der daraus nach Gl. (68) approximierte Verlauf dargestellt.

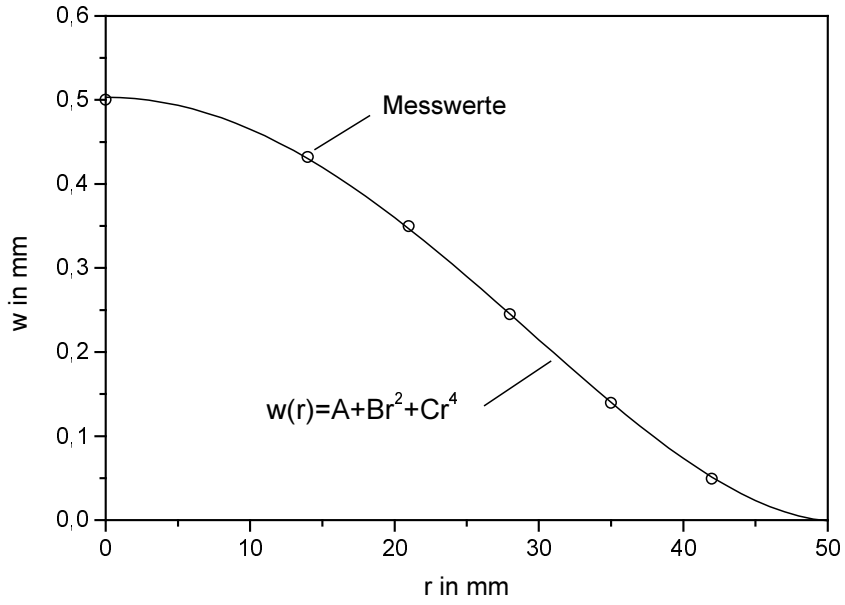


Bild 57: Approximation des Durchbiegungsverlaufes aus diskreten Messwerten

Bei der Dehnungsberechnung werden Membrandehnungen grundsätzlich nicht berücksichtigt. Diese Vereinfachung erscheint im vorliegenden Fall möglich, weil die im Versuch erreichten maximalen Durchsenkungen in der Plattenmitte nur 1/8 der Plattendicke betragen.
Die Dehnungsverläufe ergeben sich aus

$$\varepsilon_\varphi = -z\frac{dw}{dr}\cdot\frac{1}{r} \tag{69}$$

und

$$\varepsilon_r = -z\frac{d^2w}{dr^2}. \tag{70}$$

Bei der Auswertung ist zu beachten, dass auf Grund der großen Unterschiede im Elastizitätsmodul zwischen Araldit und Konstantan die Querdehnung an der Oberfläche der Platte nur teilweise auf die schmalen Konstantanstreifen übertragen werden kann. Deshalb wurden FE-Simulationen zur quantitativen Erfassung dieses Übertragungsverhaltens durchgeführt. Die Ergebnisse sind bei der Auswertung der Leitfähigkeitskonstanten berücksichtigt. Im Bild 58 ist als Beispiel der berechnete Dehnungsverlauf im Bereich eines mittleren Leiters mit einer Breite von 2 mm dargestellt.

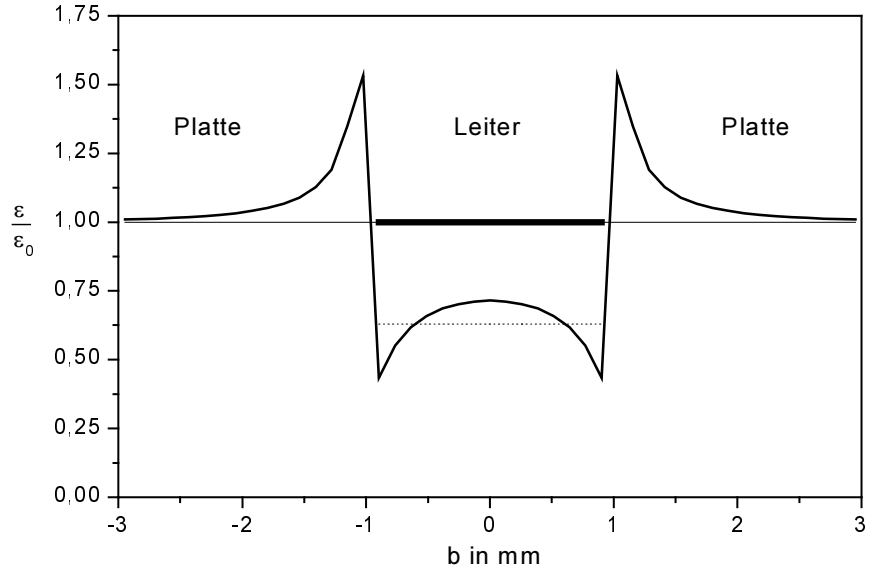


Bild 58: Querdehnungsübertragung an einem Leiterstreifen der Kreisplatte

Bei der praktischen Versuchsdurchführung wird die Platte mehrmals immer abwechselnd in beide Richtungen statisch belastet. Die Messung der Durchbiegungs- und Widerstandswerte erfolgt dabei nacheinander, wobei in jedem Belastungszyklus zwei Durchbiegungswerte (w(r = 0), w(r)) und ein Widerstandswert aufgenommen wurde. Die Registrierung der Messwerte erfolgte dabei weggesteuert, bei jeweils identischer maximaler Durchbiegung von $w_{max} = \pm 0{,}500\,\text{mm}$. Die Druckdifferenz zum atmosphärischen Luftdruck beträgt dabei $p \approx \pm 0{,}67\ \text{bar}$. Diese Vorgehensweise, bei der nicht alle Messwerte gleichzeitig aufgenommen werden, birgt natürlich die Gefahr einer erhöhten Messunsicherheit. In Vorversuchen wurde dazu festgestellt, dass die Last-Verschiebungskurve in hohem Maße reproduzierbar ist. In zehn Lastzyklen lag die Streuung der maximalen Durchsenkungen unmittelbar nach Lasteinwirkung bei unter 1 %. Unterschiede ergaben sich hingegen zwischen den bei positiver und negativer Druckdifferenz gemessenen Deformationen der Platte. Dieser Effekt deutet auf eine nicht ganz symmetrische Einspannung oder eine leichte

Anfangskrümmung der Platte hin. Er wirkt sich nicht auf die Genauigkeit der Ergebnisse aus, da bei der Auswertung der Dehnungsverlauf separat für jeden Lastfall berechnet ist. Die gemessenen Widerstandsänderungen sind zusammen mit den Dehnungsverläufen im Bild 59 angegeben. Sie stellen jeweils Mittelwerte aus drei völlig separaten Messreihen dar. Die Skalierung ist in dieser Darstellung so gewählt, dass bei einer angenommenen Empfindlichkeit der Leiterstreifen in Längsrichtung von $k = 2$ die Verläufe der Widerstandsänderung und der Dehnung zusammenfallen würden.

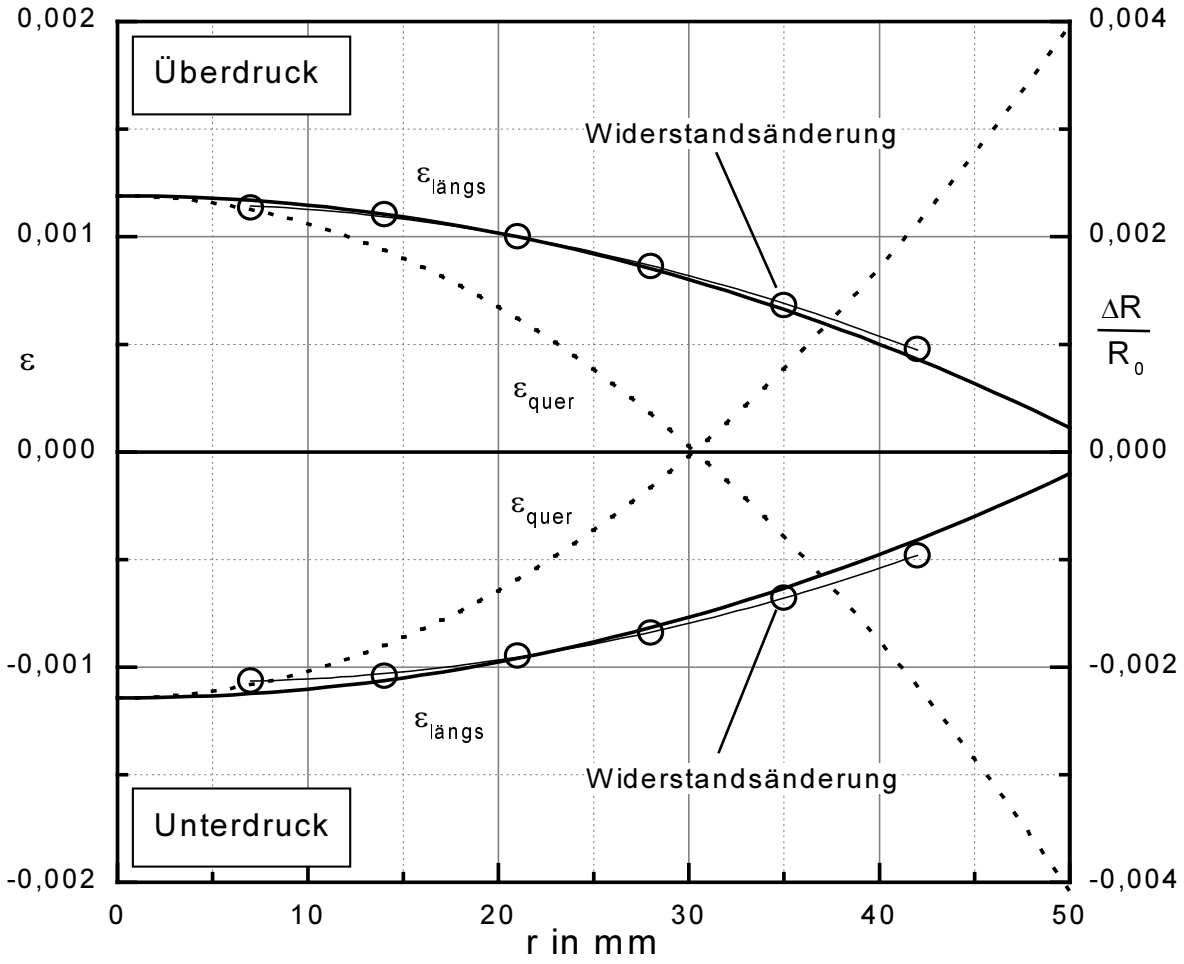


Bild 59: Experimentell bestimmter Dehnungsverlauf an der Oberseite der Platte bei Belastung in beiden Richtungen, gemessene Widerstandsänderung der Konstantanstreifen $p \approx \pm 0{,}67$ bar , Plattendicke d = 4 mm, Araldit B

Bereits ohne Auswertung wird sichtbar, dass sich die Empfindlichkeit der verwendeten Konstantanfolie in Längsrichtung kontinuierlich mit der Querdehnung verändert. Im mittleren Bereich der Platte, in dem beide Dehnungskomponenten annähernd gleich groß sind, ist die scheinbare Empfindlichkeit in Längsrichtung zunächst $k_l < 2$. Die Empfindlichkeit steigt

zum Plattenrand deutlich an, überschreitet $k_l = 2$ und erreicht danach umso höhere Werte, je größer die Differenz der Dehnungen ist.

Die beiden Parameter β_l und β_q werden unter Verwendung von 2 x 6 Messwertsätzen (Überdruck und Unterdruck) mittels Gl. (39) approximiert. Dabei entsteht zweimal das folgende überbestimmte System mit 6 Gleichungen und zwei Unbekannten

$$\beta_l A_i + \beta_q B_i + C_i = r_i \tag{71}$$

$$A_i = \varepsilon_{Li}$$

$$B_i = \varepsilon_{Qi} - \frac{\nu}{1-\nu}\left(\varepsilon_L + \varepsilon_Q\right)_i$$

$$C_i = \varepsilon_{Li} - \varepsilon_{Qi} - \frac{\Delta R}{R_0} + \frac{\nu}{1-\nu}\left(\varepsilon_L + \varepsilon_Q\right)_i,$$

das so gelöst wird, dass die Summe der Quadrate der Residuen oder Abweichungen r_i den kleinst möglichen Wert annimmt. Die Bedingung dafür lautet

$$\sum_{i=1}^{6} r_i^2 \Rightarrow \text{Min} \tag{72}$$

bzw.

$$\sum_{i=1}^{6}\left(\beta_l A_i + \beta_q B_i + C_i\right)^2 = s\left(\beta_l, \beta_q\right) \Rightarrow \text{Min}\,. \tag{73}$$

Bei diesem auf GAUSS zurückgehenden Prinzip werden zur Lösung die partiellen Ableitungen der Funktion s nach den beiden gesuchten Parametern β_l und β_q Null gesetzt. Damit ergeben sich direkt die Bestimmungsgleichungen

$$\frac{\partial s}{\partial \beta_l} = \beta_l \sum_{i=1}^{6} A_i^2 + \beta_q \sum_{i=1}^{6} A_i B_i + \sum_{i=1}^{6} A_i C_i = 0 \tag{74}$$

und

$$\frac{\partial s}{\partial \beta_q} = \beta_l \sum_{i=1}^{6} A_i B_i + \beta_q \sum_{i=1}^{6} B_i^2 + \sum_{i=1}^{6} B_i C_i = 0\,. \tag{75}$$

Die berechneten Leitfähigkeitskonstanten, gemittelt zwischen den Lastfällen Überdruck und Unterdruck, betragen

$$\mathbf{ß_l = 0{,}97} \text{ und } \mathbf{ß_q = 0{,}82}.$$

Setzt man diese Konstanten und die für Konstantan geltende Querkontraktionszahl von $\nu = 0{,}3$ in die Gl. (39) ein, so ergibt sich mit

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \left(2{,}05 - 0{,}1 \frac{\varepsilon_Q}{\varepsilon_L} \right) \cdot \varepsilon_L \tag{76}$$

eine einfache Beziehung, in der die Abhängigkeit des Empfindlichkeits- bzw. k-Faktors von der Querdehnungskomponente deutlich wird. Im Bild 60 ist dieser Effekt grafisch dargestellt.

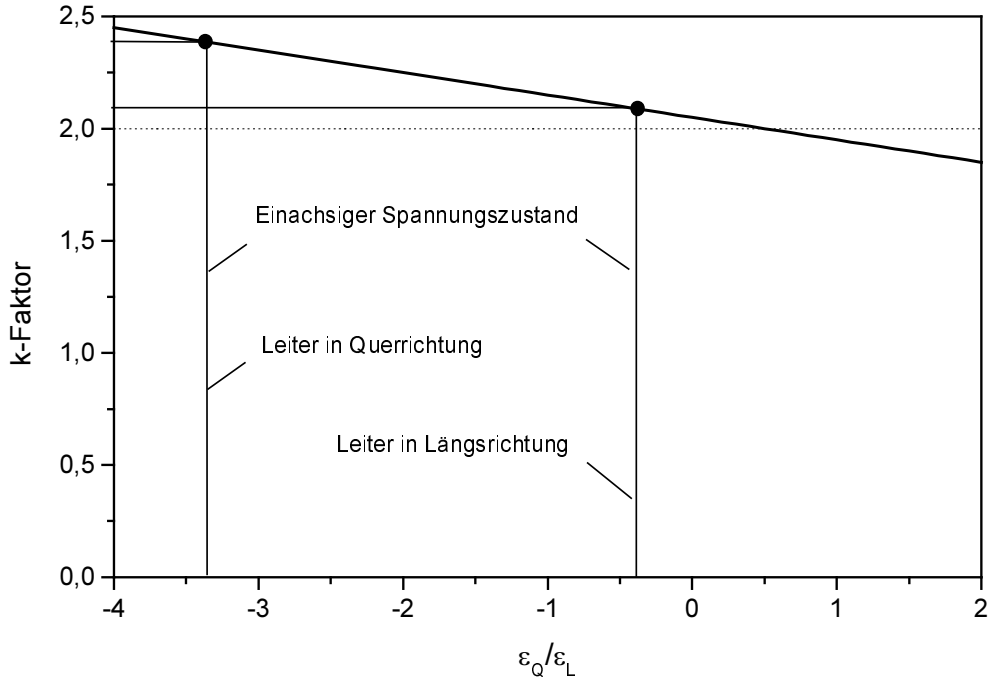


Bild 60: Abhängigkeit des k-Faktors eines Leiterstreifens vom Dehnungsverhältnis $\varepsilon_Q / \varepsilon_L$

Präpariert man den Leiter z.B. auf einen einachsig beanspruchten Zugstab mit einer Querkontraktionszahl des Grundmaterials von $\nu = 0{,}3$, so folgt

$\frac{\Delta R}{R_0} = 2{,}08 \cdot \varepsilon$, wenn mit dem Leiter in Belastungsrichtung und

$\frac{\Delta R}{R_0} = 2{,}38 \cdot \varepsilon$, wenn mit dem Leiter quer zur Belastungsrichtung gemessen wird.

5 DMS-Messstelle längs zum einachsigen Spannungsfeld

5.1 Dehnungsauswertung

Die Erfahrungen zeigen, dass Messstellen mit Standarddehnungsmessstreifen bis zu Dehnungen von 2-3 % und mit Hochdehnungsmessstreifen bis zu Dehnungen von 5-15 % funktionsfähig sind. Diese Werte werden deshalb von den Herstellern als Einsatzgrenzen für die experimentelle Beanspruchungsanalyse mittels DMS angegeben. Dem Anwender ist dabei vielfach nicht bewusst, dass bei großen Dehnungen die lineare Auswertung auf der Grundlage des k-Faktors stark fehlerbehaftet sein kann. Die Ursache dafür liegt hauptsächlich in dem im Abschnitt 4 diskutierten prinzipiell unterschiedlichen Widerstands-Dehnungs-Verhalten des Leitermaterials (Konstantan) bei elastischen und elastisch-plastischen Deformationen.

Verschiedene Wissenschaftler beschäftigten sich bereits mit der experimentellen Bestimmung und der mathematischen Beschreibung dieses nichtlinearen Verhaltens von kompletten DMS-Messstellen bei größeren Dehnungen. Dabei sind zunächst die Veröffentlichungen zu nennen, die experimentell die Genauigkeit der bei plastischen Dehnungen theoretisch begründeten k-Faktor-Funktion $k(\varepsilon) = 2 + \varepsilon$ bzw. geringfügigen Korrekturen dazu untersuchen. Die Experimente von Hoffmann und Keil [42], [43] zeigen beispielhafte Ergebnisse bis zu Dehnungen von 15 %. Die Ergebnisse sind auszugsweise nochmals in [1] dargestellt.

Rein empirisch wird die k-Faktor-Funktion $k(\varepsilon) = 1{,}9357 + 1{,}8163 \cdot \varepsilon$ von Huang und Khan [44] an einem dynamisch belasteten Aufprallstab (Hopkinson-Test) bestimmt. Bemerkenswert ist die dabei gemessene Dehnung von nahe 35 %, ein Wert, der mit konventionellen Hochdehnungsmessstreifen sehr schwer zu erreichen ist.

Grundlegende Untersuchungen zum Linearitätsverhalten von Dehnungsmessstreifen im Hochdehnungsbereich wurden ebenfalls von Kockelmann und Diem [45] durchgeführt. Die Referenzdehnungsmessung erfolgte hier teilweise mit Hilfe der Moiré-Technik. Neben einer korrekten Betrachtung der Widerstands-Dehnungs-Beziehung für plastische Deformationen wird auch auf die unterschiedlichen Zusammenhänge zwischen Ausgangsspannung und Dehnungssignal bei Spannungs- und Stromspeisung der Wheatstoneschen Brückenschaltung eingegangen.

In einer interessanten Arbeit von Andreae [46], in der ebenfalls die Abhängigkeit des k-Faktors von der Dehnung experimentell untersucht wird, ist bereits ein Ansatz zur Auswertung von gemessenen Widerstandsänderungen angegeben, bei dem die Gesamtdeformation in einen elastischen und einen plastischen Anteil aufgespaltet wird. Erwähnenswert ist hier weiterhin die detaillierte Dokumentation der beobachteten Defekte

wie Rissbildung und Aufwellungen an Hochdehnungsmessstreifen bei Überlastung. Verschiedene der beschriebenen Defekte wurden in vergleichbarer Weise bei den eigenen Untersuchungen beobachtet.

Rees [47], [48] nimmt ebenfalls eine Einteilung in elastische und plastische Deformationen vor und definiert separate k-Faktoren. Die gewählten Ansätze müssen jedoch kritisch bewertet werden.

Weitere wesentliche Veröffentlichungen stammen von Kloos und Boehler [49], Krempl [50] und Perry [19].

In diesen Arbeiten werden von den Autoren durchaus unterschiedliche Ansätze zur Dehnungsauswertung im Hochdehnungsbereich vorgeschlagen. Übereinstimmung besteht darin, dass die im elastischen Bereich geltenden Gesetzmäßigkeiten bei höheren Anforderungen an die Messgenauigkeit auch bei Konstantan-DMS nicht auf den plastischen Bereich übertragbar sind.

In der messtechnischen Praxis erfolgt die Dehnungsauswertung nach Gl. (55), wobei im elastischen Bereich mit dem vom Hersteller vorgegebenen k-Faktor (technischer k-Faktor) und im plastischen Bereich die k-Faktor-Funktion $k(\varepsilon) = 2 + \varepsilon$ verwendet wird. Die dabei vorgenommene Einteilung in elastische und plastische Deformationsanteile bezieht sich auf das Materialverhalten der Konstantanfolie.

Diese Vorgehensweise bietet bei kleinen Verformungen auf Grund der vom Hersteller vorgenommenen Kalibrierung eine hohe Sicherheit. Sie ist auch bei größeren Verformungen näherungsweise richtig, wenn der elastische Deformationsanteil relativ zum plastischen Anteil vernachlässigt werden kann. Im Übergangsbereich, bei elastischen und plastischen Dehnungsanteilen gleicher Größenordnung sind allerdings Fehler unvermeidbar, wenn der technische k-Faktor von 2 abweicht.

Diese grundsätzliche Schwierigkeit wird vermieden, wenn die Dehnungsauswertung nach den im Abschnitt 4 abgeleiteten Beziehungen erfolgt. In der Empfindlichkeitsformulierung ergibt sich für den vorliegenden Beanspruchungsfall, bei dem die Quereinflüsse näherungsweise vernachlässigt werden können, die in Gl. (66) bereits dargestellte Beziehung

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k\varphi^{el} + 2\varphi^{pl} + \frac{1}{2}\left(k\varphi^{el} + 2\varphi^{pl}\right)^2 + \frac{1}{6}\left(k\varphi^{el} + 2\varphi^{pl}\right)^3 + \ldots . \quad .$$

Nach Überschreiten der Fließgrenze wird der Anteil der elastischen Dehnung φ^{el} für jeden Belastungspunkt vom Deformationsgesetz bestimmt. Zur Approximation wird die Darstellung nach Ludwik in der Form

$$\varphi^{el} = \varphi_f \left[1 + a\left(\varphi - \varphi_f\right)^n\right] \tag{77}$$

φ_f … Fließdehnung

a, n … Verfestigungsparameter

verwendet, wobei die Fließgrenze und die Verfestigungsparameter numerisch angepasst werden müssen (vgl. Abschn. 2.1.1, S. 18).

Die Darstellung im natürlichen Dehnungsmaß gestattet es, die Gesamtdehnung φ additiv aus den elastischen und plastischen Dehnungsanteile zu berechnen.

$$\varphi = \varphi^{el} + \varphi^{pl} \tag{78}$$

Da als Endergebnis oftmals die konventionelle technische Dehnung ε benötigt wird, ist als letzter Schritt noch eine Umrechnung der Dehnungsmaße vorzunehmen.

$$\varepsilon = e^{\varphi} - 1 \tag{79}$$

Die Gln. (66), (77) - (79) stellen die Verbindung zwischen Widerstandsänderung und technischer Dehnung im gesamten Dehnungsbereich dar, wobei sich im Übergangsbereich auch bei $k \neq 2$ ein kontinuierlicher Dehnungsverlauf ergibt. Voraussetzung ist eine aktive kontinuierliche Belastung des Dehnungsmessstreifens, da bei Teilentlastung nach vorangegangener plastischer Verformung keine eindeutige Zerlegung der Gesamtdehnung in einen elastischen und einen plastischen Anteil mehr möglich ist.
Um die angegebenen Auswertemöglichkeiten direkt mit der konventionellen Dehnungsberechnung vergleichen zu können, wird die Widerstandsänderung mit der technischen Dehnung über einen effektiven k-Faktor entsprechend

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k_{eff}(\varepsilon) \cdot \varepsilon \tag{80}$$

verbunden. Im Bild 61 sind die so definierten effektiven k-Faktoren $k_{eff}(\varepsilon)$ für einen Konstantan-Folien-DMS gegenübergestellt. Nach Überschreiten der Fließgrenze des Messgitters fällt der effektive k-Faktor steil vom Niveau des technischen k-Faktors, der für rein elastisches Materialverhalten gilt, ab und nähert sich mit zunehmender Dehnung der für starr-plastisches Materialverhalten geltenden Geraden.

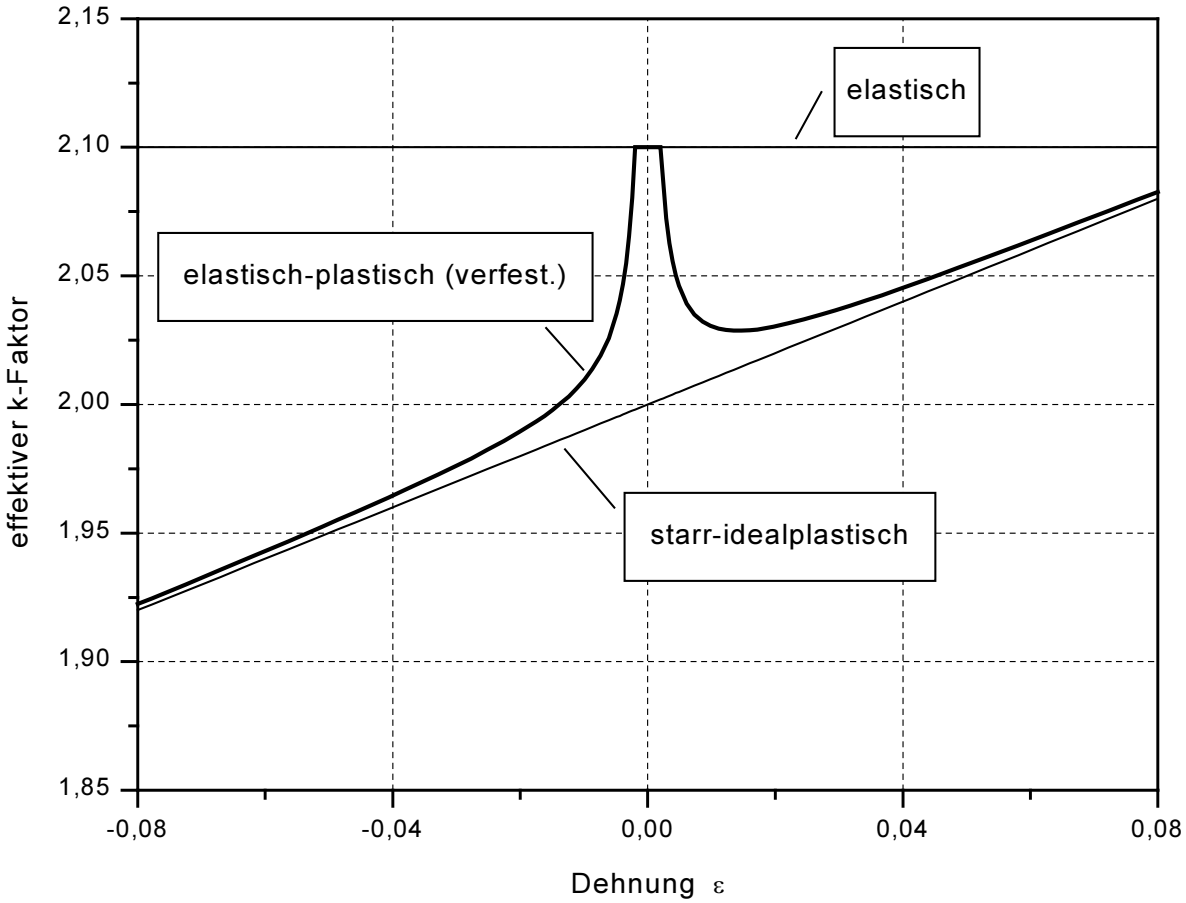


Bild 61: Effektiver k-Faktor für unterschiedliche Auswerteverfahren entsprechend dem modelliertem Materialverhalten des Messgitters

elastisch: $k_{eff} = k_{tech} = 2{,}10$

starr-idealplastisch: $k_{eff} = k(\varepsilon) = 2 + \varepsilon$

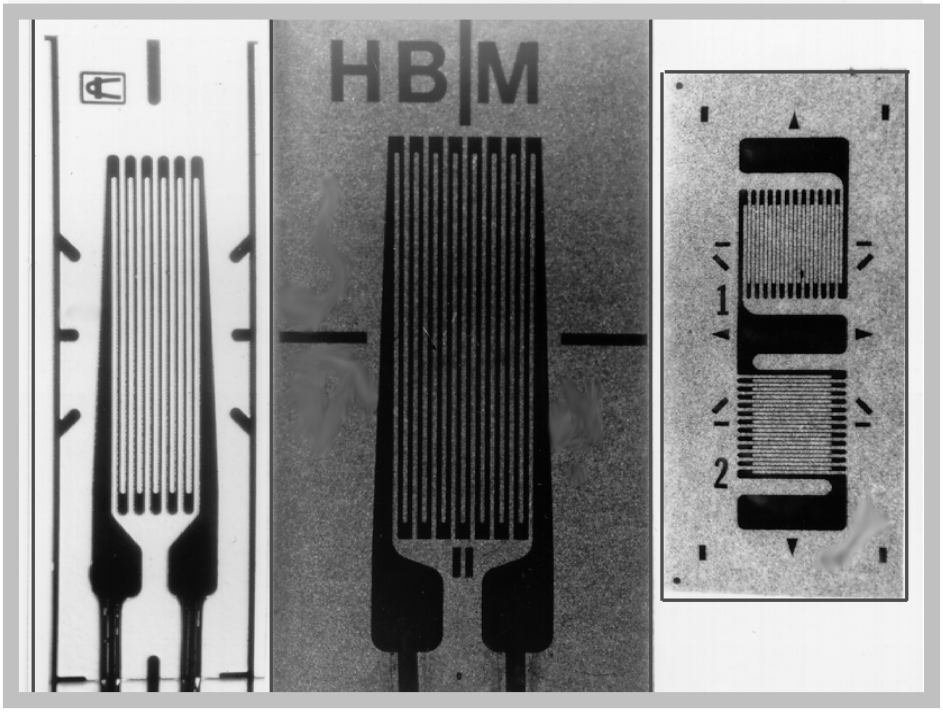
elastisch-plastisch (verfest.) $\frac{\Delta R}{R_0} \rightarrow$ (Gln. (66), (77) - (79)) $\rightarrow \varepsilon = \frac{1}{k_{eff}} \cdot \frac{\Delta R}{R_0}$

Für genaue Messungen kann daher nicht allein einer der beiden Grenzzustände des elastischen bzw. starr-plastischen Materialverhaltens zugrunde gelegt werden, sondern es ist eine Auswertung mit den Gln. (66), (77) - (79) vorzunehmen.

5.2 Experimentelle Untersuchungen

5.2.1 Versuchskonzept Biegebalken

Um die Qualität der Dehnungsanpassung durch Auswertung gemessener Widerstandsänderungen von DMS mit den Gln. (66), (77) - (79) einschätzen zu können, wurden weggesteuerte Biegeversuche an Probekörpern mit Hochdehnungsmessstreifen unterschiedlicher Hersteller und Bauart durchgeführt. Ausgewählt wurden zwei Einzel-DMS und eine T-Rosette. Im Bild 62 sind die verwendeten Dehnungsmessstreifen stark vergrößert dargestellt.



1. **2.** **3.**

Bild 62: geprüfte Hochdehnungsmessstreifen

1. KFE-5-120-C1
   KYOWA Electr.
   Instr. Co LTD
   Japan
2. LD 20 6/120
   Hottinger Baldwin
   Messtechnik GmbH
   Deutschland
3. EP-08-050 TG-350
   Measurements Group, Inc.
   USA

Die Präparation der Messstellen erfolgte in allen Fällen mit dem Klebstoff AE 10 von Micro Measurements, Inc.

Als Dehnungsbereich wird $0{,}002 < |\varepsilon| < 0{,}08$ vorgegeben. Für $|\varepsilon| < 0{,}002$ gilt die Genauigkeit durch den standardisierten Prüfversuch vom Hersteller als abgesichert und bei Dehnungen $|\varepsilon| > 0{,}08$ traten bei Vorversuchen im System der Dehnungsübertragung oder an der Metallfolie selbst unterschiedliche Schadensfälle auf, so dass die Messwerte in diesem Bereich als nicht gesichert angesehen werden.

Zur Auswertung der Widerstandsmessung wurde das Vielstellenmessgerät UGR 60 mit dem Einschub UMH 3209 (HBM) in Viertelbrückenschaltung verwendet. Die eingebauten Ergänzungswiderstände 120 Ω ±0,1 % sind dazu durch Präzisionswiderstände von 120 Ω bzw. 350 Ω der Genauigkeitsklasse 0,01 % ersetzt worden. Die Brückennichtlinearität ist in allen Fällen mathematisch berücksichtigt. Kontrollmessungen erfolgten dazu durch Vermessung von Präzisionswiderständen mit dem genannten Vielstellenmessgerät und dem Ohmkonverter des Digitalmultimeters FLUKE 8505A.

Als Probekörper wird, wie bei Kalibrierversuchen zur Bestimmung des k-Faktors in der DMS-Technik üblich, ein Biegebalken verwendet. Auf Grund der großen Deformationen ist dieser Biegebalken anders konstruiert, als in [41] und [51] angegeben. Er besitzt im mittleren Teil einen rechteckigen Querschnitt mit der Breite b = 5 mm und der Höhe h = 20 mm. Die Enden sind in einem weiten Bereich quadratisch (b = 20 mm) ausgeführt (siehe Anlagen, Bild A4). Die Dehnungsmessstreifen sind auf der Ober- und Unterseite im Abstand von 12 mm von der Mitte präpariert.

Die Konstruktion der Versuchseinrichtung ist in den Bildern 63 und 64 dargestellt. In der Belastungsvorrichtung wird der Biegebalken über 4 Einzelkräfte so belastet, dass im mittleren Bereich ein reines Biegemoment wirkt. Alle Lager sind als Zylinderrollenlager ausgeführt, so dass der Balken horizontal frei beweglich ist. Die Deformation wird durch eine Spindel, die auf eine ebenfalls frei bewegliche Brücke drückt, drehwinkelgesteuert in Lastschritten vorgegeben. Kraft-, Durchbiegungs- und Temperaturmessungen dienen zur Steuerung und Kontrolle des Versuchsablaufes. Bei einer maximalen Randfaserdehnung von $\varepsilon_{max} \approx 0{,}08$ ist die Krümmung beachtlich (siehe Bild 63). Die Auswertungen mit dem Isothetenverfahren zeigen später, dass auch bei großen Deformationen ein linearer Dehnungsverlauf über der Balkenhöhe vorliegt und die Querschnitte eben bleiben.

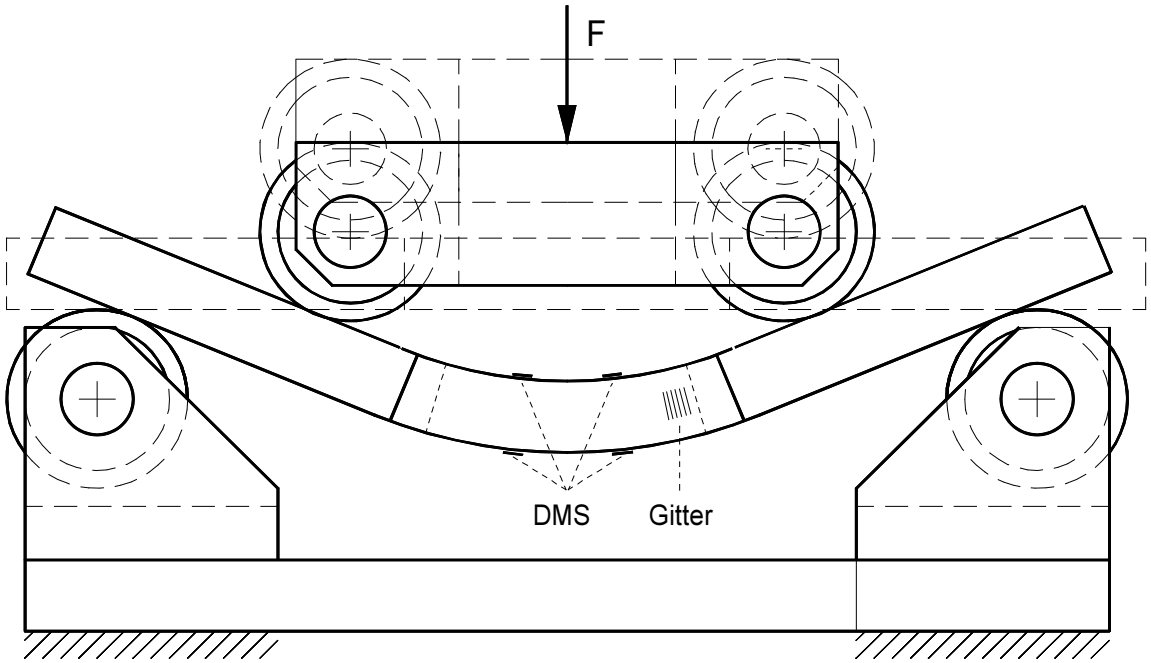


Bild 63: Belastungsvorrichtung mit Probekörper
(deformierter Balken entspricht etwa der max. Randfaserdehnung $\varepsilon_{max} \approx 0{,}08$)

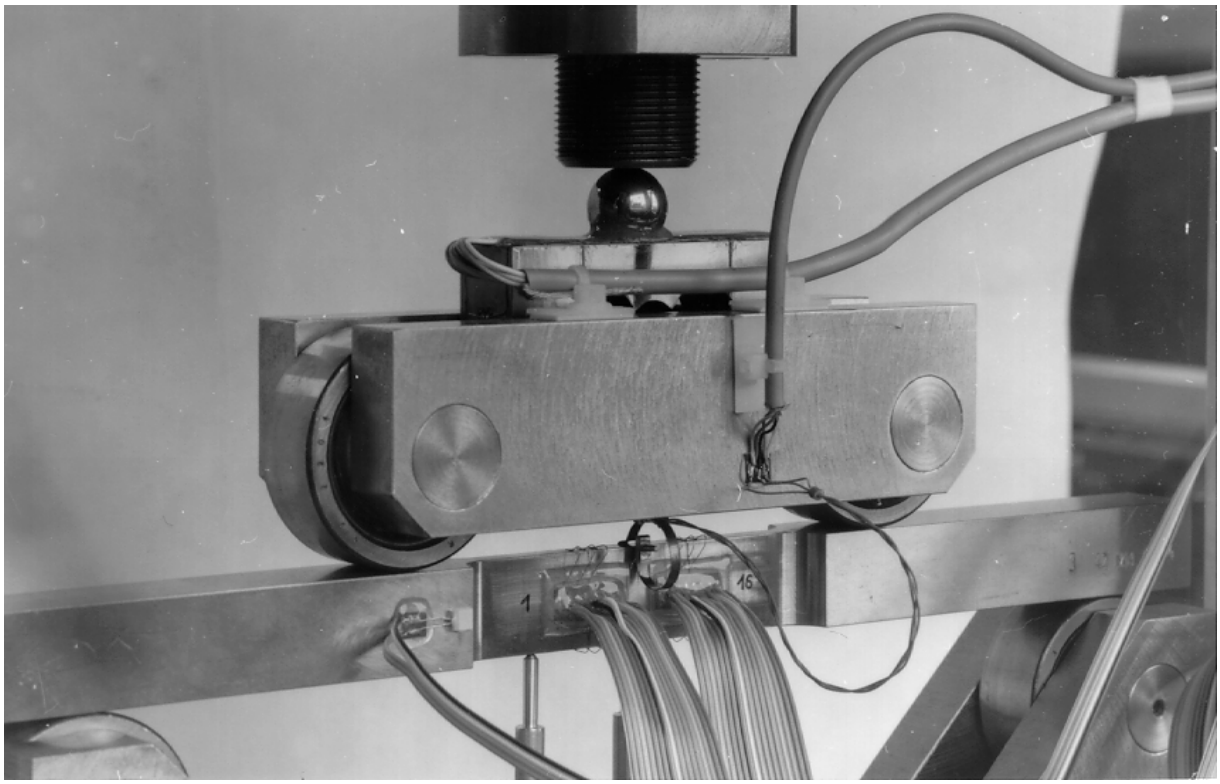


Bild 64: Belastungsvorrichtung mit Probekörper (Ansicht von hinten)

5.2.2 Auswertung der Referenzdehnung

Zur Ermittlung der Referenzdehnung wird das Moiréverfahren eingesetzt. Im Gegensatz zu der von Watson und Post [52] zur DMS-Kalibrierung eingesetzten Moiréinterferometrie handelt es sich hier auf Grund des erweiterten Dehnungsbereiches um ein geometrisches Moiréverfahren.

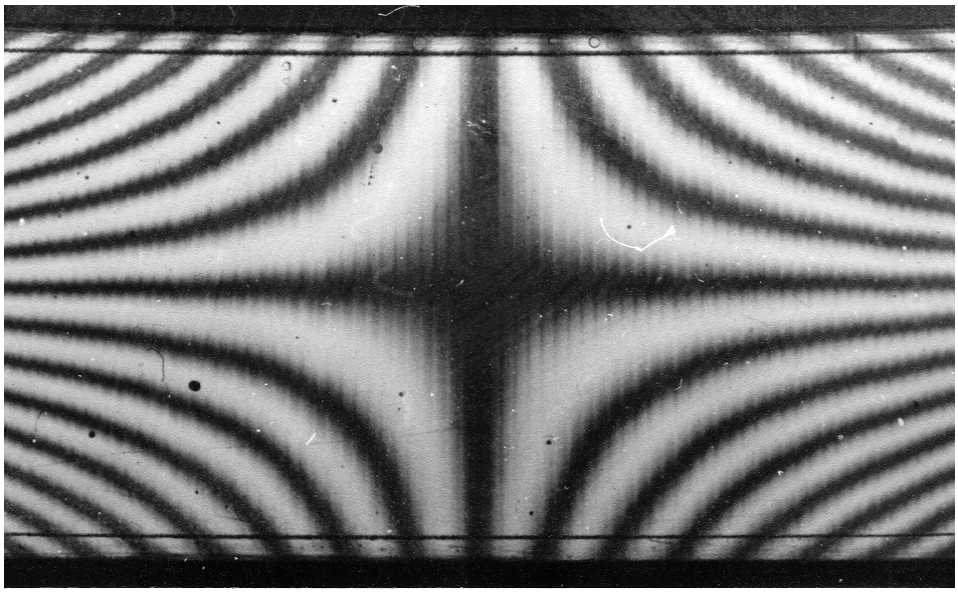


Bild 65: Isothetenfeld bei etwa 0,8 % Randfaserdehnung

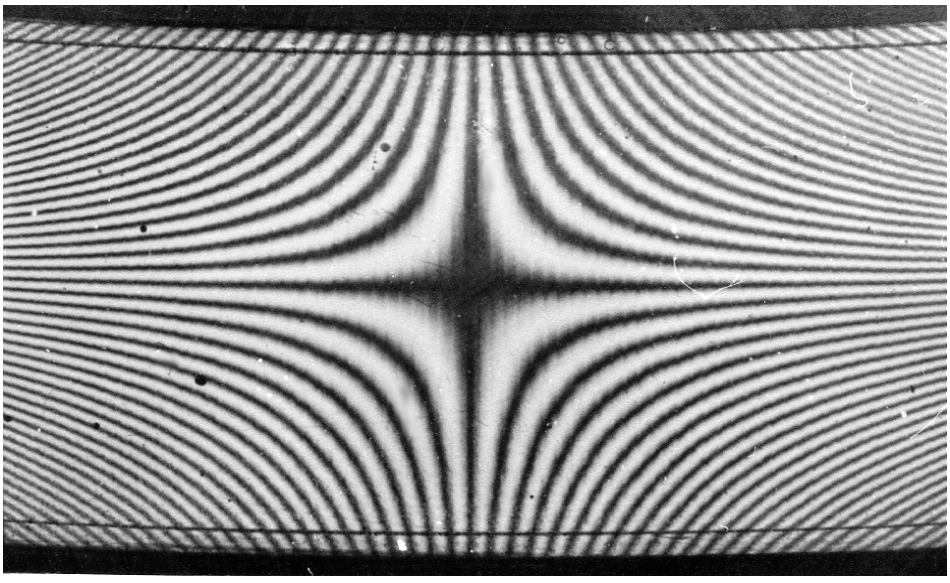


Bild 66: Isothetenfeld bei etwa 4 % Randfaserdehnung

Dazu ist jeweils die Vorderseite der Biegebalken mit einem senkrecht zur Längsachse orientierten Indiumraster mit 50 Linien pro mm (p = 0,02 mm) präpariert und während des Versuches mit Silikonöl bei minimalem Spalt an ein Bezugsraster ursprünglich gleicher Teilung und Orientierung gekoppelt. Bei dieser Anordnung entsteht im Auflicht durch geometrische Überlagerung der beiden Rasterstrukturen ein Streifensystem, bei dem jeder Streifen eine Isothete (Linie gleicher Verschiebungskomponente) orthogonal zur Rasterorientierung darstellt. Diese Isothetenfelder werden in jedem Lastschritt fotografisch aufgezeichnet und ausgewertet. In den Bildern 65 und 66 sind als Beispiel zwei Isothetenfelder unterschiedlicher Laststufen dargestellt.

Die Berechnung der Längsdehnung aus diesen Isothetenfeldern erfolgt separat für den Schnittpunkt jeder Isothete mit einer markierten randnahen Faser. Zur Erläuterung der Auswertegleichung ist die Dehnung einer beliebigen Faser von ihrer Ausgangslänge l_0 zur Länge l im Bild 67 dargestellt.

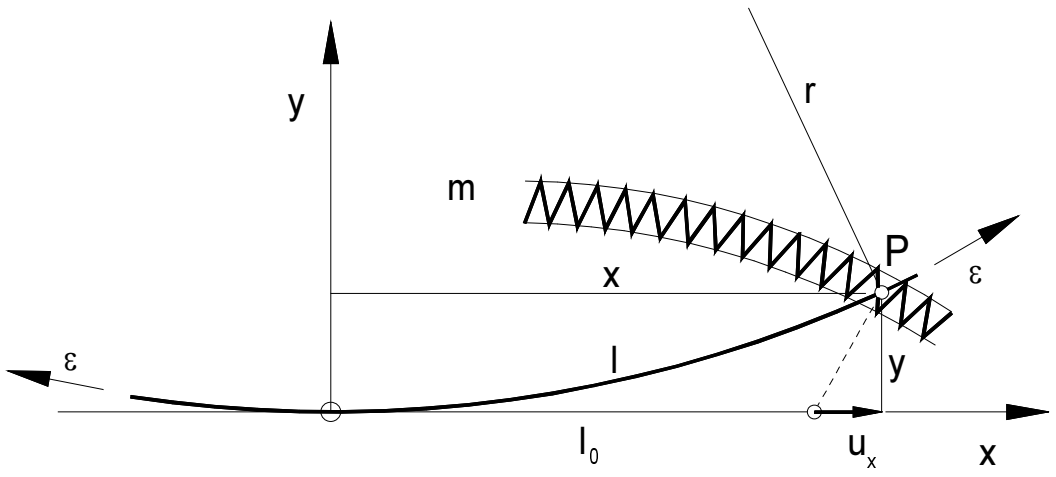


Bild 67: Dehnung einer Faser

Als Messwerte stehen die Koordinaten x und y des Schnittpunktes P und die Isothetenordnung m zur Verfügung. Unter der Voraussetzung, dass die Faser ein Kreisbogen mit dem Radius r ist, kann die Dehnung der Faser ausgedrückt werden durch

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{x^2 + y^2}{2y(x - u_x)} \cdot \arctan\left(\frac{2xy}{x^2 - y^2}\right) - 1, \qquad (81)$$

wobei die Verschiebungskomponente aus der Gleichung des Isothetenverfahrens

$$u_x = m \cdot p \tag{82}$$

folgt.

Bei der praktischen Auswertung werden die in jeder Laststufe fotografisch aufgenommenen Isothetenfelder auf einem digitalen Werkzeugmikroskop (Auflösung 1 µm) einzeln in einem größeren Bereich entlang der markierten Faser vermessen. Damit stehen nach der Berechnung pro Laststufe und Rand eine Vielzahl von unabhängigen Dehnungswerten zur Verfügung.

Im Bild 68 sind als Beispiel die Schnittpunkte der Isotheten mit der markierten randnahen Faser und die berechneten Dehnungswerte am Zugrand einer mittleren Laststufe dargestellt. Es zeigt sich, dass die Streuung der berechneten Werte sehr klein und zufällig ist. Es treten keine, von der Koordinate des Messpunktes abhängigen systematischen Fehler auf, was indirekt auch die für die Gl. (81) getroffene Annahme einer Deformation der Fasern zu Kreisbögen bestätigt.

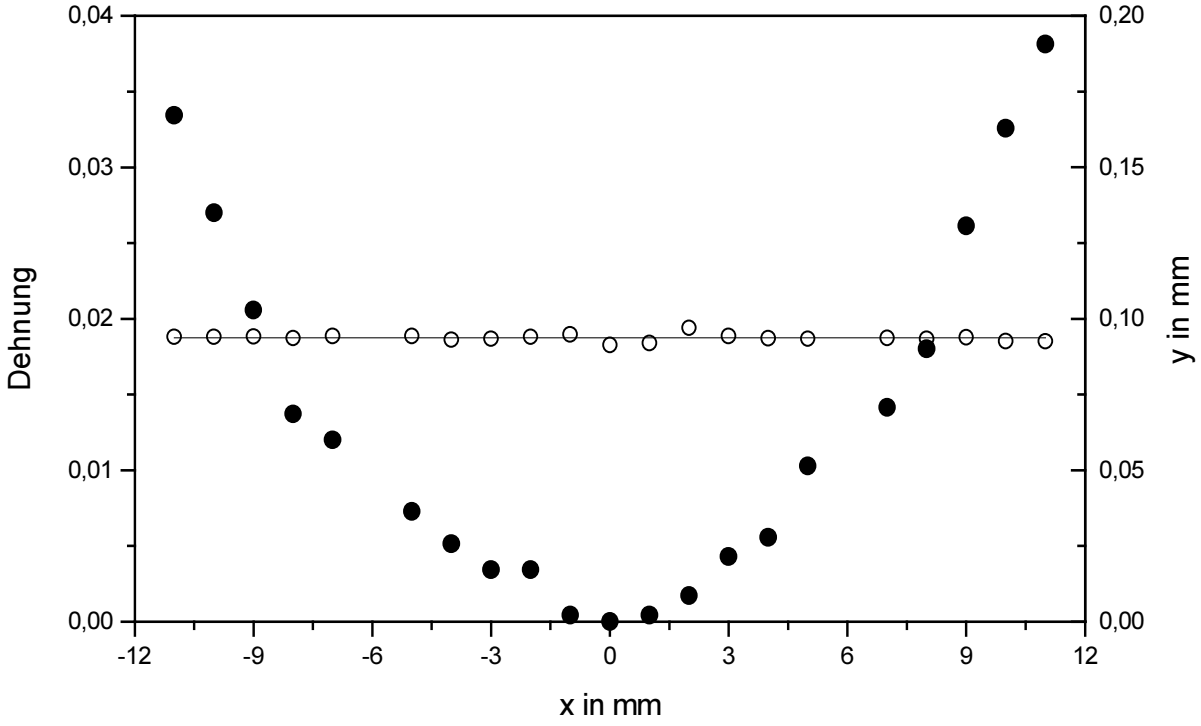


Bild 68: Beispiel zur Dehnungsauswertung nach den Gln. (81) und (82)

● Schnittpunkte der Isotheten mit einer markierten Faser (Koordinate)
—○— Einzelwerte und Mittelwert der berechneten Dehnung (Dehnung)

Diese für alle Schnittpunkte der Zug- bzw. Druckseite einer Laststufe berechneten Dehnungen werden gemittelt und unter Voraussetzung einer linearen Verteilung zum Rand extrapoliert. Der Dehnungsnullpunkt bzw. die „neutrale Faser“ liegt dabei nicht zwangsläufig in der Mitte des Biegebalkens.

5.2.3 Ergebnisse

In den folgenden Bildern sind ausgewählte Ergebnisse der Untersuchung angegeben, wobei alle Größen als Funktion der mit dem Moiréverfahren ermittelten Referenzdehnung dargestellt sind. Die Bilder 69 bis 71 zeigen zunächst die relativen Widerstandsänderungen. Hier ergibt sich der bekannte nichtlineare Verlauf. In der gewählten Darstellung sind nur geringfügige Unterschiede zwischen den unterschiedlichen Dehnungsmessstreifen erkennbar.
In den weiteren Darstellungen sind die aus den gemessenen Widerstandsänderungen ausgewerteten Dehnungen über der Referenzdehnung dargestellt. Die Auswertung erfolgte dabei sowohl nach der linearen Beziehung, Gl. (55)

$$\varepsilon = \frac{1}{k} \cdot \frac{\Delta R}{R_0}$$

mit dem vom Hersteller vorgegebenen k-Faktor $\left(k_{tech}\right)$ als auch entsprechend den dargelegten theoretischen Ansätze nach den Gln. (66), (77) - (79). Da eine direkte Auflösung des Gleichungssatzes nach der Dehnung nicht möglich ist, wurden alle Werte iterativ berechnet. Praktische Nachteile sind damit bei quasistatischen Untersuchungen nicht verbunden, weil die Rechenzeit auch bei hoher Genauigkeit, auf einem modernen PC deutlich unter einer Sekunde liegt. Als Werkstoffparameter von geglühtem Konstantan wurden die im Abschn. 2.1.1 ermittelten Werte verwendet.
Es zeigt sich, dass die nach beiden Methoden berechneten Werte im Zugbereich gut mit der Referenzdehnung übereinstimmen. Im Druckbereich hingegen weichen die mit der Gl. (55) berechneten Werte deutlich ab, während die Gln. (66), (77) - (79) auch hier nahezu exakte Ergebnisse liefern. Verwendet man Gl. (55), bedeutet $k > 2$ eine vorzeichenbehaftete dehnungsabhängige Verkleinerung der berechneten Werte, so dass sich die Nichtlinearität im positiven Bereich reduziert, im negativen Bereich aber vergrößert wird.

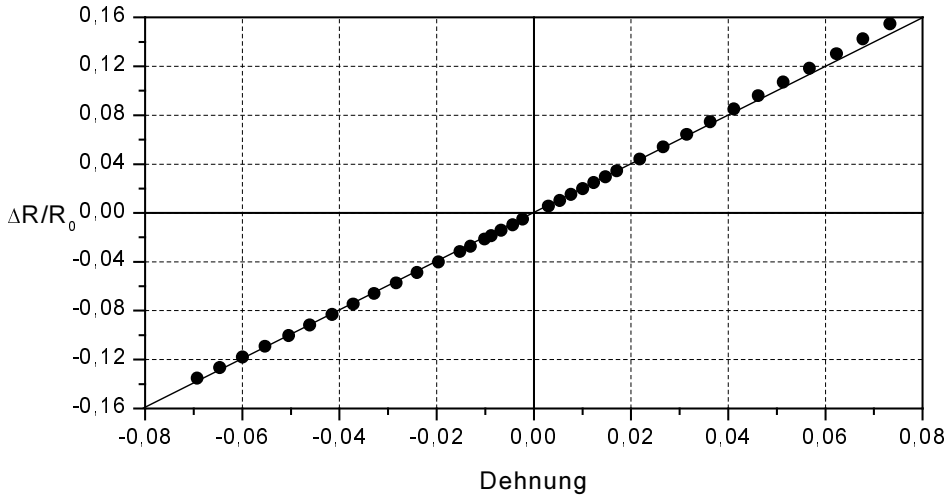


Bild 69: Widerstands- Dehnungsverhalten KFE-5-120-C1

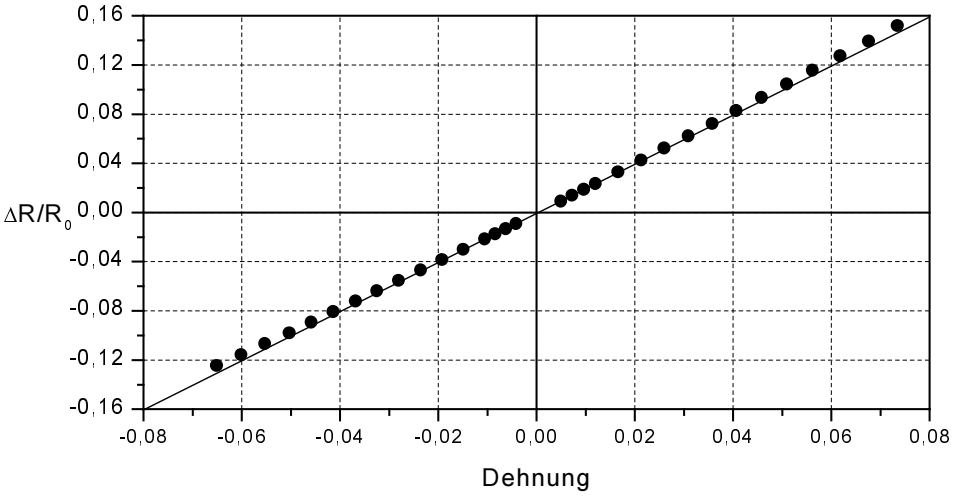


Bild 70: Widerstands- Dehnungsverhalten LD 20 6/120

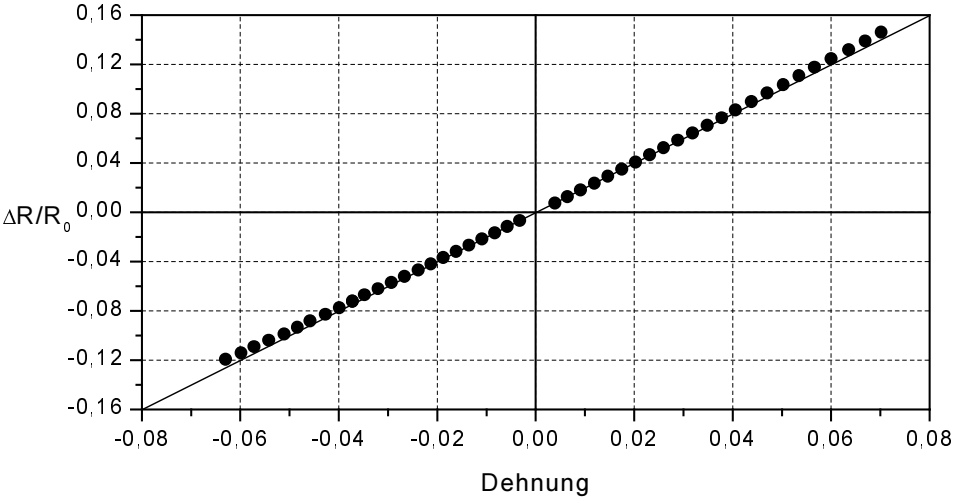


Bild 71: Widerstands- Dehnungsverhalten EP-08-050 TG-350

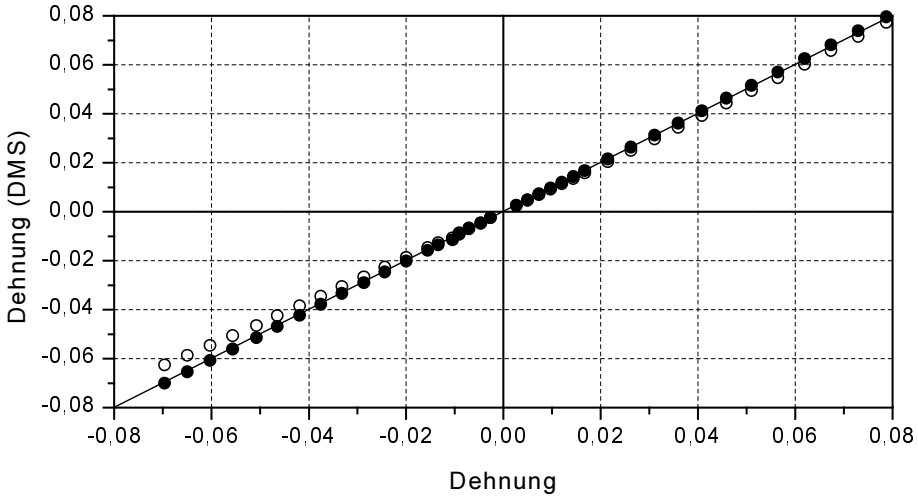


Bild 72: Dehnungsauswertung KFE-5-120-C1, ○ Gl. (55), ● Gln. (66), (77)-(79)

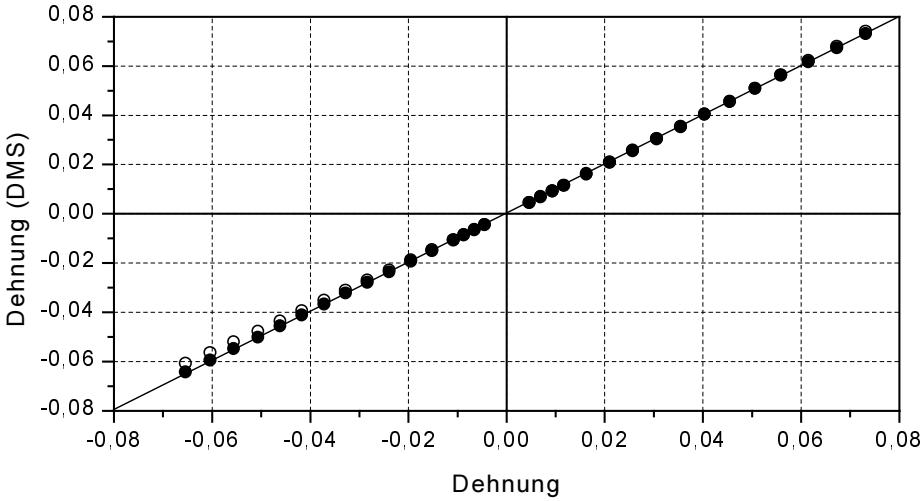


Bild 73: Dehnungsauswertung LD 20 6/120, ○ Gl. (55) ● Gln. (66), (77)-(79)

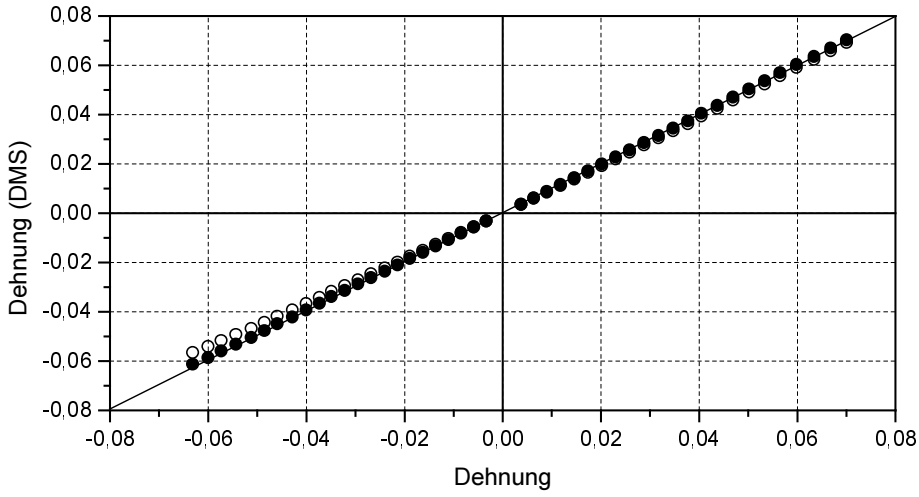


Bild 74: Dehnungsauswertung EP-08-050TG-350, ○ Gl. (55) ● Gln. (66), (77)-(79)

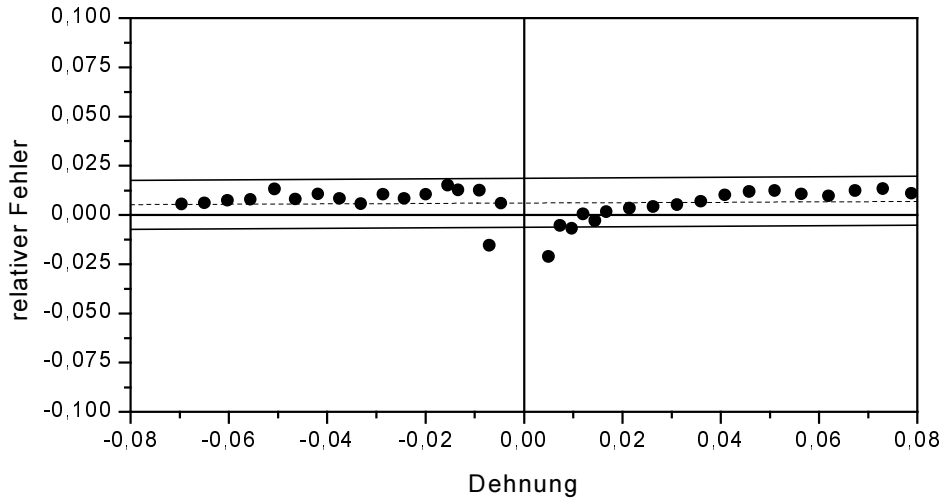


Bild 75: Relativer Fehler der ausgewerteten Dehnung KFE-5-120-C1

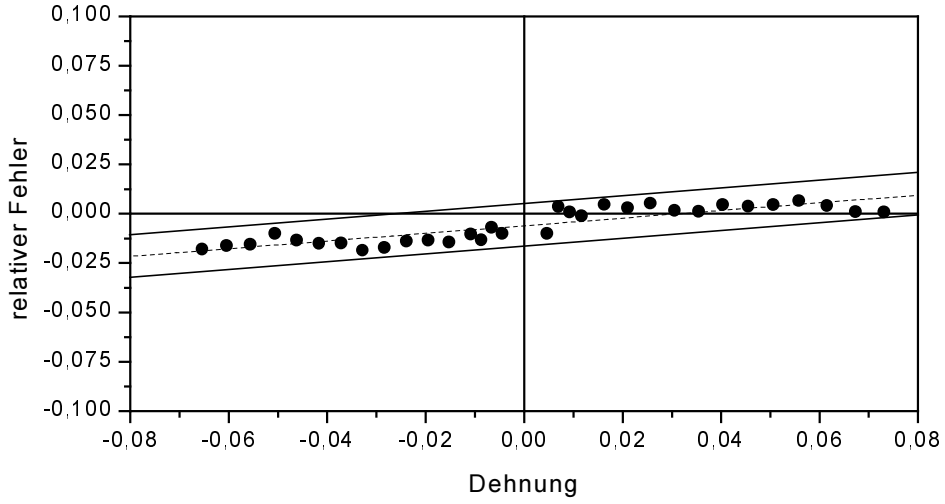


Bild 76: Relativer Fehler der ausgewerteten Dehnung LD 20 6/120

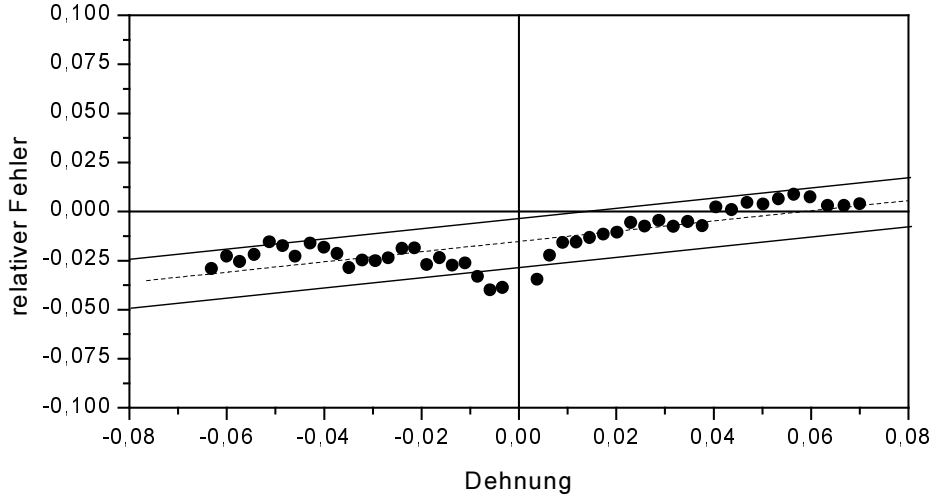


Bild 77: Relativer Fehler der ausgewerteten Dehnung EP-08-050TG-350

Die mit den Gln. (66), (77) - (79) berechneten Dehnungswerte stimmen in dieser Darstellung gut mit der Referenzdehnung überein. Abweichungen werden erst sichtbar, wenn man den relativen Fehler

$$e_r = \frac{\varepsilon_{DMS} - \varepsilon_{Moire}}{\varepsilon_{Moire}} \tag{83}$$

aufträgt (Bilder 75-77). Hier zeigt sich, das der verbleibende Anpassungsfehler mit –4,5 % bis +1,5 % über alle drei Typen relativ klein bleibt, wobei sich die Werte für jeweils einen Typ in ein noch engeres Streuband von etwa 2,5 % einordnen lassen. Aus der Lage der Mittellinie der Streubänder kann man den verbleibenden systematischer Fehler bestimmen. Bemerkenswert ist dabei, das alle drei Streubänder einen mehr oder weniger großen positiven Anstieg besitzen. Das kann heißen, dass plastische Dehnungsanteile auch eine geringfügige Veränderung des spezifischen Widerstandes bewirken.

Die in zwei Fällen ermittelten etwas höheren relativen Fehler bei geringen Dehnungen sind nach Ansicht des Autors auf die dort noch geringe Dichte des Isothetenfeldes und die damit im Zusammenhang stehende Messunsicherheit zurückzuführen.

Der abgeleitete theoretische Zusammenhang zwischen Widerstandsänderung und Dehnung im elastisch-plastischen Bereich der Konstantanfolie von Hochdehnungsmessstreifen auf der Grundlage einer Aufteilung entsprechend des Stoffgesetzes wird damit experimentell für alle drei DMS-Typen unterschiedlicher Hersteller gut bestätigt.

Die relativen Fehlerkurven zeigen einen vergleichbaren Verlauf. Das lässt den Schluss zu, dass das Widerstands-Dehnungsverhalten einer Messstelle längs zum einachsigen Spannungsfeld weniger von der Konstruktion des DMS, sondern im wesentlichen von den Materialeigenschaften der Konstantanfolie bestimmt wird. Signifikante Unterschiede zwischen den DMS unterschiedlicher Hersteller konnten nicht festgestellt werden.

6 DMS-Messstelle quer zum einachsigen Spannungsfeld

6.1 Querempfindlichkeitsphänomene

Dehnungsmessstreifen erfahren oftmals auch dann eine Widerstandsänderung, wenn sie ausschließlich in ihrer Querrichtung beansprucht werden. Diesen Effekt bezeichnet man als Querdehnungsempfindlichkeit oder Querempfindlichkeit. Sie wird mit k_q als Dehnungsempfindlichkeit der DMS-Messstelle in Querrichtung, oder mit q als Verhältnis der Empfindlichkeit in Querrichtung zur Empfindlichkeit in Längsrichtung definiert. Der Hersteller bestimmt den Wert der Querempfindlichkeit für jeden Dehnungsmessstreifentyp und gibt ihn als Parameter an.

Als Ursache für die Querempfindlichkeit machte man früher ausschließlich die quer zur Messrichtung verlaufenden Teile des Messgitters verantwortlich. Bei Drahtdehnungsmessstreifen sind dies die sog. Umlenkschlaufen. Hier erscheinen die geometrischen und elektrischen Verhältnisse relativ einfach, so dass man frühzeitig theoretische Modelle zur Berechnung der Querempfindlichkeit aufstellte, und praktische Schlussfolgerungen daraus zog. In mehreren Arbeiten, z.B. im Handbuch [53], sind Gleichungen angegeben, mit denen sich die Querempfindlichkeit von Drahtdehnungsmessstreifen rein geometrisch aus den längs und quer orientierten Drahtanteilen berechnen lassen. Die Querempfindlichkeit ist danach stets positiv und besitzt für unendlich lange Leiteranteile in Längsrichtung bzw. keine Leiteranteile in Querrichtung den Grenzwert Null. Als Maßnahme zur Beeinflussung der Querempfindlichkeit wurden deshalb vor allem Modifikationen an den Umlenkschlaufen angesehen. Verschiedene Messgitterformen wie besonders enge Mäanderanordnungen bzw. gewickelte DMS (hier ist praktisch kein Umlenkradius in der DMS-Ebene vorhanden) belegen dies. Interessant ist auch die auf eine Idee von Gustafsson und Huggenberger [54] zurückgehende Messgitterform mit dicken einzeln eingelöteten Querbrücken.

Da die theoretischen Überlegungen nicht vollständig waren, führten diese Maßnahmen auch nicht zum vermeintlichen Grenzwert Null, sondern die Querempfindlichkeit wurde negativ.

Belegt ist dieses Phänomen durch verschiedene experimentelle Ergebnisse. Umfangreiche Untersuchungen an Draht DMS führte z.B. Wieringa [55] durch. Im Bild 78 ist eine daraus entnommene grafische Darstellung angegeben. Sie verdeutlicht den Einfluss der DMS-Länge und der Krümmungsradien der Umlenkschlaufen auf die Querempfindlichkeit. Je mehr Anteile des Konstantandrahtes auf die Umlenkschlaufen entfallen, um so größer wird die

Querempfindlichkeit. Bei Draht-DMS mit extrem kleinen Umlenkradien (R = 0,086 mm) wird die Querempfindlichkeit ab einer Länge von 8-10 mm negativ.

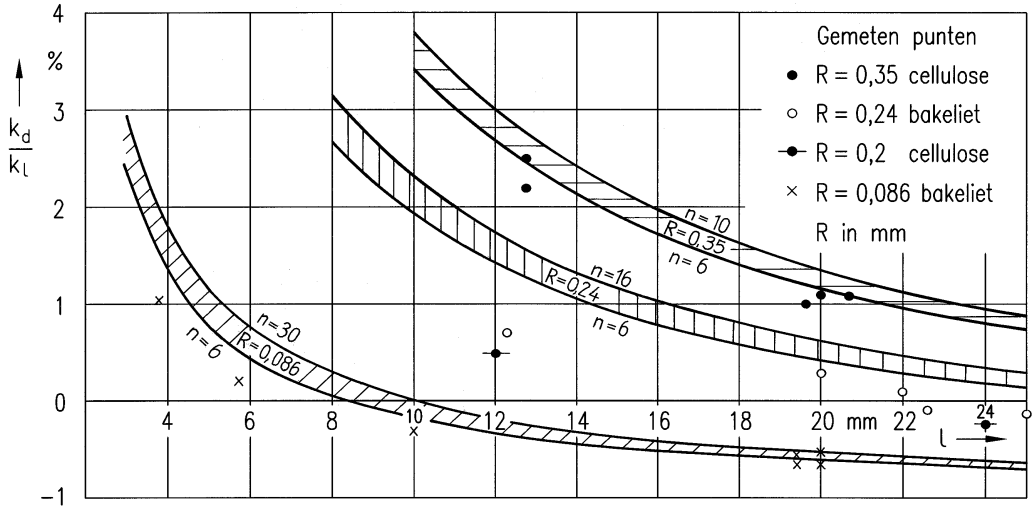


Bild 78: Querempfindlichkeit von Draht-DMS mit verschiedenen geometrischen Abmessungen (grafische Darstellung aus [55])

Wieringa gibt in einer weiteren Darstellung an, dass die Querempfindlichkeit bei gewickelten Draht-DMS in jedem Fall negativ ist. Bestätigt wird diese Beobachtung auch von anderen Autoren, z.B. von Chalmers [56].

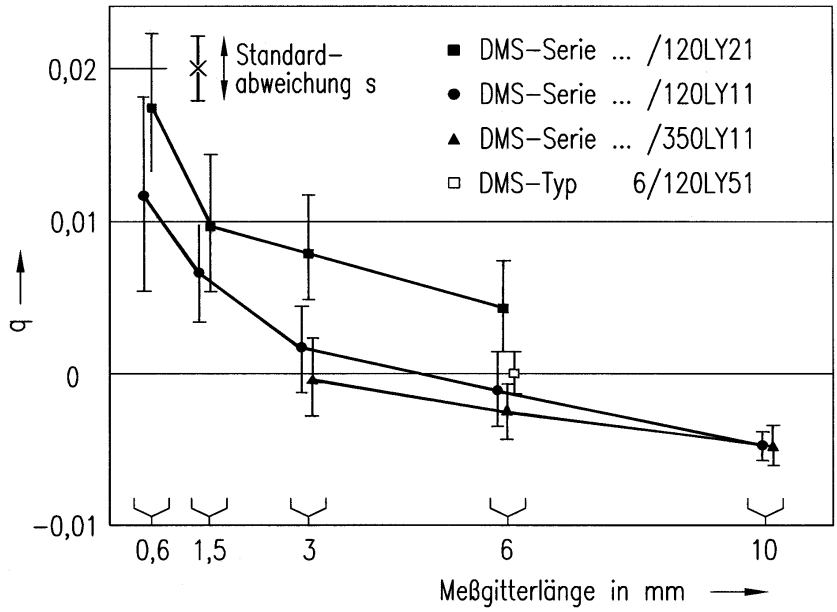


Bild 79: Querempfindlichkeit von Folien-DMS mit verschiedenen geometrischen Abmessungen (grafische Darstellung aus [57])

Mit der Entwicklung von Folien-DMS ergab sich die Möglichkeit, die Messgitterform frei zu gestalten. Hoffmann weist in [57] auf die damit gegebenen Korrekturmöglichkeiten für die Querempfindlichkeit hin. Insbesondere von der Verlängerung der Umlenkstellen erhoffte man sich eine deutliche Reduzierung der Querempfindlichkeit. Diese Erwartung erfüllte sich nur zum Teil. So zeigen z.B. die von Hoffmann für Folien-DMS angegebenen Verläufe (siehe Bild 79) eine frappierende Ähnlichkeit mit den Messergebnissen von Wieringa für Draht-DMS. Auch Burbach und Vierling [18] bestätigen, dass Draht- und Folien-DMS nach Herstellerangaben Querempfindlichkeiten in der gleichen Größenordnung besitzen, wobei das Vorzeichen in beiden Fällen positiv oder negativ sein kann. Natürlich kann man Folien-DMS herstellen, die praktisch keine Querempfindlichkeit besitzen. Bei Draht-DMS ist das allerdings auch möglich. Beim Entwurf einer DMS-Geometrie sind eine ganze Reihe von Gesichtspunkten zu beachten, so dass die Querempfindlichkeit oftmals nicht als dominierendes Optimierungskriterium angesehen werden kann.

Neben der beobachteten Abhängigkeit der Querempfindlichkeit von der Geometrie des Messgitters entdeckte man nach Einführung weiterer Messgitterwerkstoffe (Karma, Isoelastic), dass diese auch vom Leitermaterial beeinflusst wird. Karma-DMS besitzen im Vergleich zu baugleichen Konstantan-DMS eine negativere Querempfindlichkeit. Bei Isoelastic-DMS wird sie dagegen positiver. Damit war die rein geometrische Betrachtungsweise ebenso widerlegt, wie die Vorstellung, dass ausschließlich die Umlenkstellen für die Querempfindlichkeit verantwortlich sind. Die bereits im Abschn. 1 angeführte Untersuchung der Querempfindlichkeit einzelner Leiterstreifen ohne Umlenkstellen von Starr [9], [19] trägt wesentlich zum Verständnis der beschriebenen Phänomene bei. Im Bild 80 ist eine daraus entnommene Grafik dargestellt. Sie gibt die Querempfindlichkeit von Leiterstreifen aus Isoelastic, Konstantan und Karma in Abhängigkeit von der Breite an. Die Leiterstreifen sind auf Trägerfolien präpariert, so dass bzgl. der Dehnungsübertragung DMS ähnliche Verhältnisse vorliegen. Für Konstantan ermittelte Starr bei einer Leiterbreite von $b = 0{,}813\,\text{mm}$ eine Querempfindlichkeit von $k_q = -0{,}04$. Enthalten ist darin noch der Übertragungsfaktor. Die im Abschn. 3.3 beschriebene numerische Simulation der Dehnungsübertragung ergab, dass auf einen 1 mm breiten Leiterstreifen etwa 45 % der Bauteildehnung übertragen werden. Damit lässt sich aus den Messergebnissen von Starr die für Konstantan geltende Querempfindlichkeit grob abschätzen. Sie beträgt

$$k_{q\,\text{Starr}}^{\text{Konst.}} \approx -0{,}1 \ .$$

Ein Vergleich mit der eigenen theoretischen Beschreibung und den für Konstantanfolie bestimmten Leitfähigkeitskonstanten ist leicht möglich, denn der in der Leitfähigkeitsformulierung mit der Querdehnung verbundene Faktor (vgl. Gl. (43)) stellt die Empfindlichkeit in Querrichtung

$$k_q^{\text{Konst.}} = \left[\frac{\nu}{1-\nu}\left(1-\beta_q\right)+\beta_q - 1 \right] \tag{84}$$

dar. Mit $\beta_q = 0{,}82$ und $\nu = 0{,}3$ folgt für die vom Autor untersuchte Konstantanfolie

$$k_{q\ \text{Autor}}^{\text{Konst.}} = -0{,}103\,.$$

Beide Werte sind praktisch identisch. Eine gewisse Unsicherheit resultiert aus dem zur Umrechnung der Ergebnisse von Starr angenommenen Übertragungsfaktor.

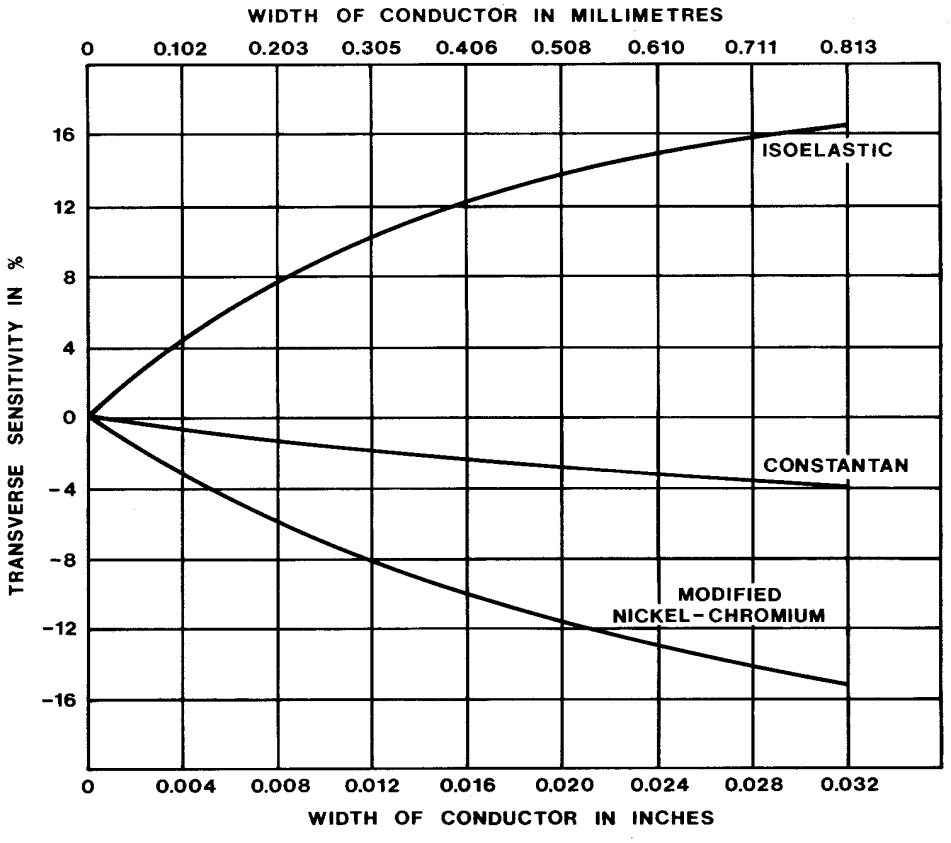
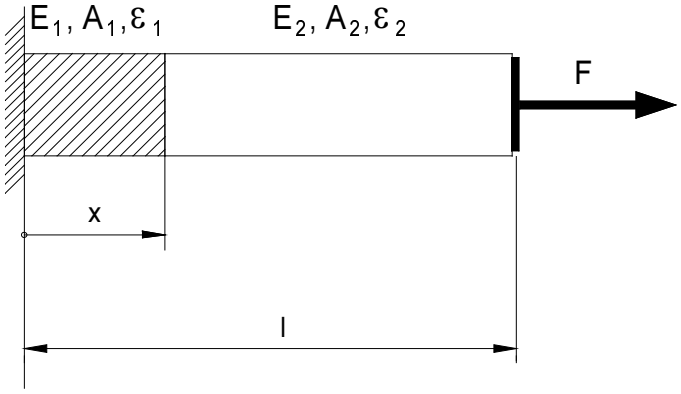


Bild 80: Querempfindlichkeit von Leiterstreifen aus Konstantan, Karma und Isoelastic (grafische Darstellung aus [9])

Der Kurvenverlauf im Bild 80 lässt aber durchaus den Schluss zu, dass der Grenzwert für unendlich breiten Konstantanstreifen bei 10 % liegt. Voraussetzung für die Wirkung dieses Faktors im realen DMS ist natürlich immer, dass ein gewisser Anteil der Querdehnung vom Bauteil auf den Leiter übertragen wird. Bei Drahtdehnungsmessstreifen wird dies oft bezweifelt.

Mit einer einfachen eindimensionalen Abschätzung lässt sich aber zeigen, dass bei in Klebstoff eingebetteten Leitern der Übertragungsfaktor mindestens dem E-Modul-Verhältnis entsprechen muss und nicht Null wird. Vorausgesetzt wird dabei, dass keine Ablösungen entstehen. Das Berechnungsmodell im Bild 81 stellt den Verbund Leiter (E_1 …) - Klebstoff (E_2 …) im Querschnitt dar, wobei x die Position der Grenzfläche angibt. Die elastischen Verlängerungen beider Abschnitte folgen aus den Gln. (85).



$$\Delta l_1 = \frac{F \cdot x}{E_1 A_1} \qquad \Delta l_2 = \frac{F \cdot (l - x)}{E_2 A_2} \tag{85}$$

Bild 81: Berechnungsmodell

Mit $A_1 = A_2 = A$ und $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$ ergibt sich

$$F(x) = \frac{\Delta l \cdot A}{\frac{x}{E_1} + \frac{l - x}{E_2}} \tag{86}$$

bzw.

$$S_{Ü}(x) = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{ges}} = \frac{l}{x + (l - x)\frac{E_1}{E_2}}. \tag{87}$$

Der Übertragungsfaktor hängt damit nur noch von der Position der Grenzfläche und dem Verhältnis der Elastizitätsmodule ab. Für realistische Werte ($E^{Konstantan}$ = 170000 N/mm²,

$E^{Klebstoff}$ = 3400 N/mm²) ergibt sich für $\frac{x}{l} << 1$ ein minimaler Übertragungsfaktor von $S_{Ü\,min} = 0{,}02$.

Bild 82 gibt den Verlauf des Übertragungsfaktors in Abhängigkeit von der auf die Gesamtbreite bezogenen Leiterbreite an.

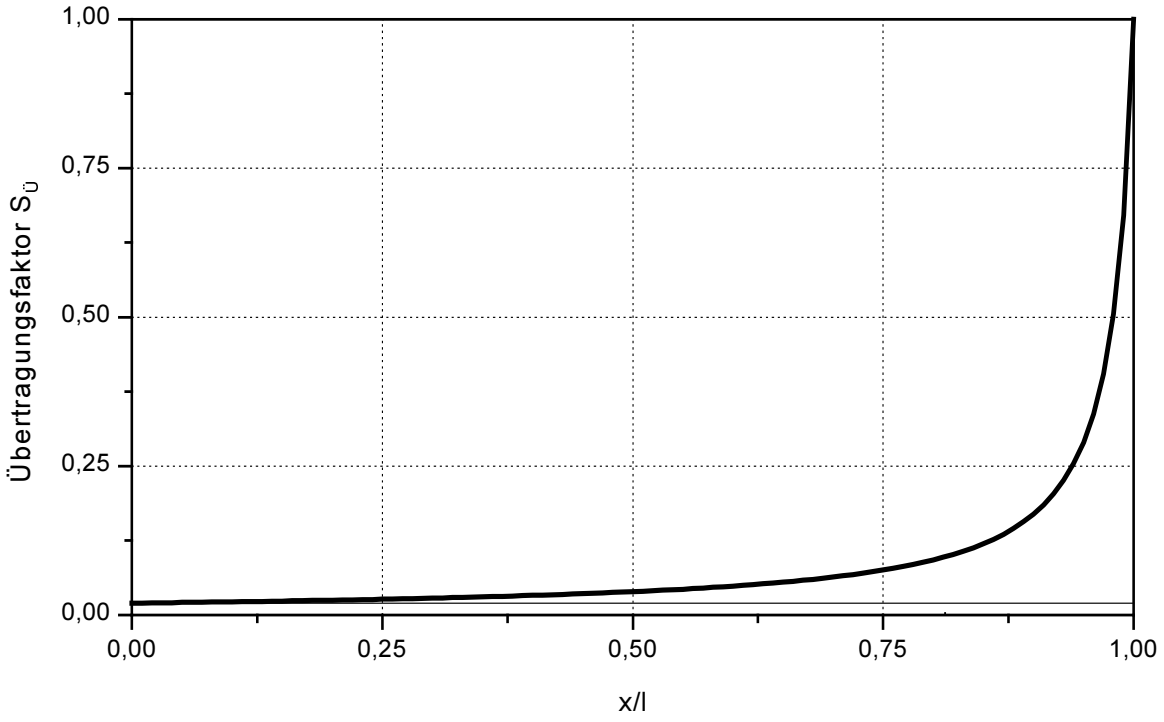


Bild 82: Querdehnungsübertragung auf einen eingebetteten Leiters in Abhängigkeit von der Leiterbreite

Alle bisherigen Betrachtungen beziehen sich ausschließlich auf DMS, deren Leiter rein elastische Deformationen erleiden. Werden Dehnungsmessstreifen plastisch deformiert, kann sich die Querempfindlichkeit verändern.

Die Ursache dieses Verhaltens ist darin zu suchen, dass die beiden Hauptbestandteile des DMS, die Stege und die Umlenkstellen, gleichermaßen für die Querempfindlichkeit verantwortlich sind. Während die Umlenkstellen im elastischen und im plastischen Deformationsbereich einen nahezu konstanten positiven Beitrag liefern, ist es für den Einfluss der Steges entscheidend, ob sich dieser nur elastisch oder elastisch-plastisch deformiert hat. Bei elastischen Deformationen im Steg gilt der im Abschn. 4.2.1 in Form von Gl. (37) eingeführte richtungsabhängige Einfluss der Dehnung auf die Änderung des spezifischen Widerstandes. Plastische Deformationen hingegen verändern die Gitterstruktur und damit den spezifischen Widerstand nicht. Da auch das Volumen der Stege, und damit bei reiner

Querbeanspruchung die Querschnittsfläche nicht verändert wird, folgt, dass nach Plastizierung der Stege ihr Einfluss auf die Querempfindlichkeit des gesamten DMS verschwindet. Es bleibt die positive Querempfindlichkeit der Umlenkstellen. Aus diesem Wirkungsmechanismus ergibt sich das folgende typische Querempfindlichkeitsverhalten von Folien-DMS bei größeren Deformationen.

> Besitzt ein DMS im elastischen Bereich (Steg) eine positive Querempfindlichkeit, so vergrößert sich diese nach Plastizierung der Stege. Ist die Querempfindlichkeit anfangs negativ, dann führen Deformationen nach Plastizierung der Stege zu einer Verringerung der negativen Querempfindlichkeit bzw. zu einer positiven Querempfindlichkeit.

Nach Überschreiten der Fließbedingung im Messgitter ist die Querempfindlichkeit nicht mehr konstant, und kann damit auch nicht in Form eines einzelnen Parameters angegeben werden. Die Widerstands-Dehnungsbeziehungen (Gln. (51), (54), bzw. (61), (64)) beschreiben den Einfluss der Längs- und der Querdehnungsdehnungskomponente auf der Bauteiloberfläche in Abhängigkeit vom Zustand des Messgitters (elastisch, elastisch-plastisch) und damit den dargestellte komplizierten Wirkungsmechanismus.

6.2 Experimentelle Untersuchungen

6.2.1 Versuchskonzept Zugstab

Zur messtechnischen Bestimmung der Querempfindlichkeit von Dehnungsmessstreifen sind Versuche üblich, bei denen in der Ebene der Oberfläche des Probekörpers näherungsweise nur eine Dehnungskomponente auftritt. Der darauf präparierte DMS reagiert damit ausschließlich auf eine in seiner Querrichtung wirkende Bauteildehnung. In [41] ist ein von den DMS-Herstellern bevorzugter Standardversuch angegeben. Als Probekörper wird hier ein extrem breiter Biegebalken mit einem geschwächten mittleren Querschnitt verwendet, bei dem im mittleren Teil eine starke Querdehnungsbehinderung auftritt. In [18] und [55] ist eine andere Möglichkeit zur Erzeugung dieses Deformationszustandes angegeben. Ein mit Öl gefülltes Rohr wird dabei in Längsrichtung belastet, wobei der Außendurchmesser durch Erhöhung des Innendrucks konstant gehalten wird. Für die vorliegende Aufgabenstellung, bei der die Entwicklung der Querempfindlichkeit bei plastischen Deformationen im Vordergrund steht, sind diese Versuche wenig geeignet.

Ausgewählt wurde ein klassischer Zugversuch, bei dem der Deformationszustand über das Materialverhalten aus der Spannungsvorgabe folgt (Bild 83). Der zu prüfende DMS liegt quer zum einachsigen Spannungsfeld und erfährt neben der Querdehnung auch eine Längsdehnung. Die Querdehnung wird durch einen längs zum Spannungsfeld orientierten DMS erfasst. Die Längsdehnung folgt aus der mit einem speziellen Aufnehmer gemessenen Änderung der Stabbreite.

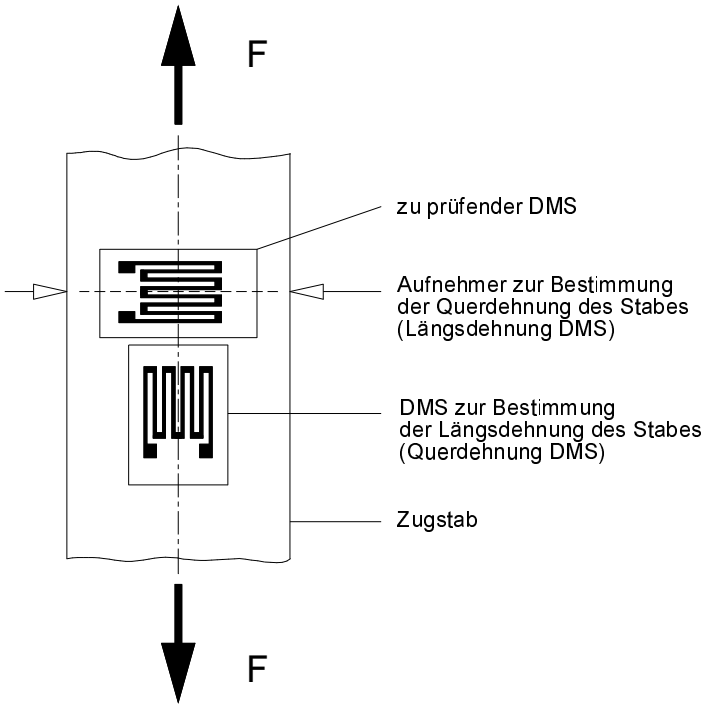


Bild 83: Versuchskonzept zur Bestimmung des Querdehnungsverhaltens

6.2.2 Konditionierung der Probestäbe

Messtechnisch lassen sich verschiedene Größen oftmals nicht gleichzeitig an einem Punkt bestimmen, so dass man Voraussetzungen bzgl. des Zeitverlaufs oder der Verteilung der zu untersuchenden Größe in einem Gebiet treffen muss. Beim Zugversuch ist dies nicht ohne Vorkehrungen möglich. Hier stellt sich der Deformationszustand in einem beliebigen Querschnitt immer infolge der Längskraft ein. Da sich entfernt voneinander liegende Querschnitte unabhängig voneinander verformen können, wird ein stabiles Verformungsverhalten (gleichmäßige Verteilung der Quer- und Längsdehnung) über dem Stabvolumen nur durch ein stabiles Materialverhalten gesichert. Im elastischen Bereich ist dies gewährleistet, wenn das Materialverhalten vollständig isotrop ist und in jedem Materialpunkt die gleichen Elastizitätskonstanten gelten. Beim Übergang in den plastischen Bereich müssen die Fließvorgänge gleichzeitig beginnen und kontinuierlich fortschreiten. Um dieses stabile Materialverhalten annähernd erreichen zu können ist eine Konditionierung der Probestäbe erforderlich. Die in den Anlagen (Bild A5) dargestellten Zugstäbe wurden aus

kaltgezogenem Rundmaterial (50CrV4) gefertigt. Sie enthalten in diesem Anfangszustand Eigenspannungen, die im Spannungs-Dehnungs-Verhalten einen nichtlinearen Anstieg im vermeintlich elastischen Anfangsbereich bewirken (Bild 84). Beseitigt wird dieser Zustand durch Spannungsfreiglühen, das hier 2 Stunden bei 600°C unter Schutzgas durchgeführt wurde. Damit stellt sich ein exakt linearelastisches Verhalten bis zur Streckgrenze ein. Die Plastizierung läuft dann allerdings sehr instabil ab. Im Bild 84 ist dieser Vorgang vergrößert mit dargestellt. Lokales Fließen führt dabei zunächst zu einer sprunghaften Entlastung an der Messstelle, der eine Deformationszunahme bei konstanter Last folgt.

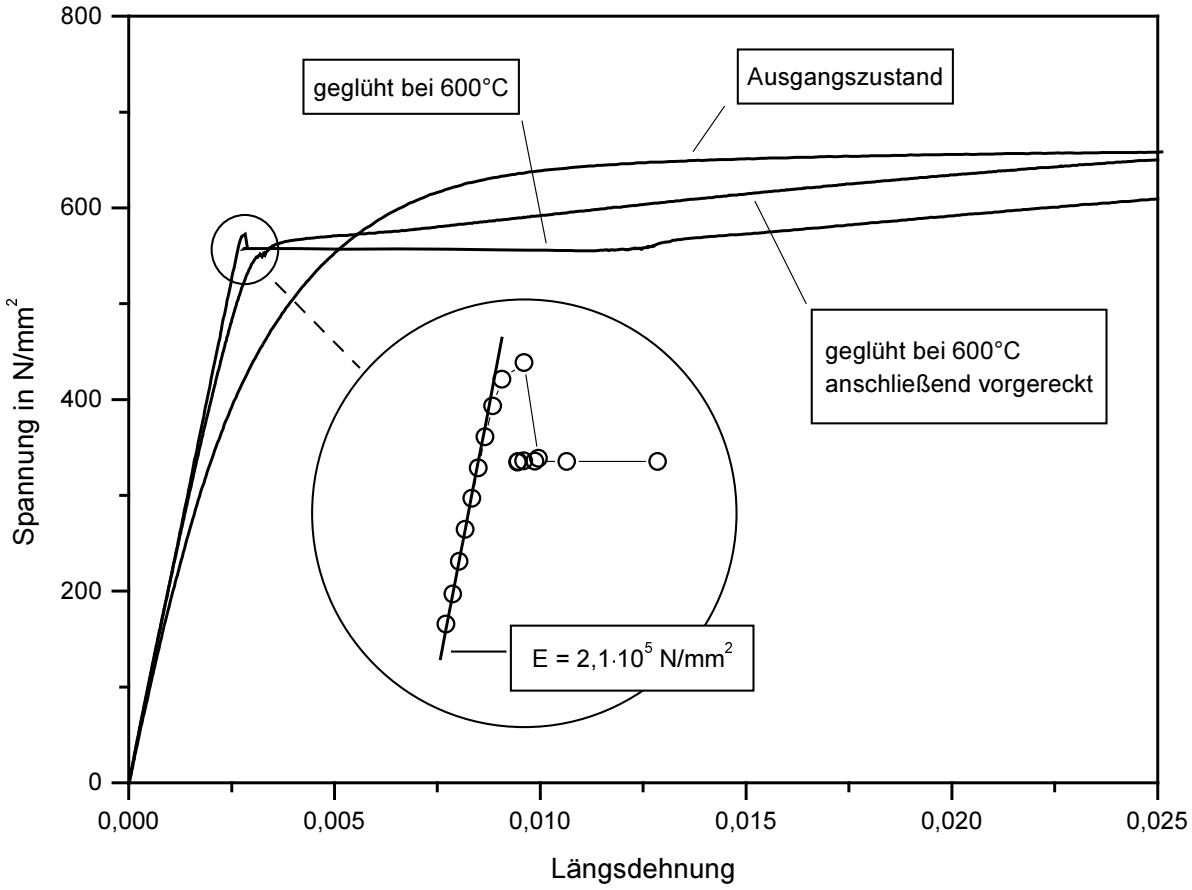


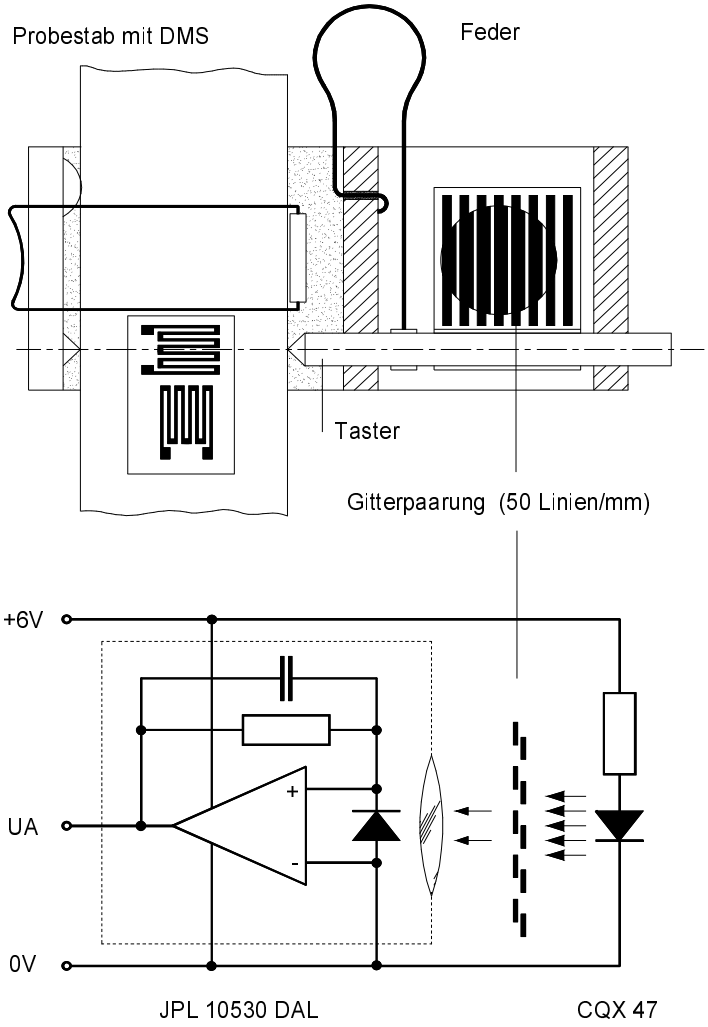
Bild 84: Spannungs-Dehnungs-Diagramme von Zugstäben aus Stahl 50CrV4 mit unterschiedlicher Vorbehandlung

Dieses als Streckgrenzeneffekt bezeichnete Verhalten erklärt sich dadurch, dass ein Deformationsband (Lüdersband) an einem Punkt des Zugstabes startet und danach über die Messstelle hinwegläuft. Der Deformationszustand ist in dieser Phase sehr inhomogen. Die dritte Spannungs-Dehnungs-Kurve ergibt sich, wenn das Deformationsband durch Vorrecken bereits den gesamten Stab durchlaufen hat. In diesem Zustand ist der Streckgrenzeneffekt verschwunden und der Stab zeigt ein stabiles Spannungs-Dehnungsverhalten. Gleichzeitig

beobachtet man, dass die Kurve im Anfangsbereich wiederum nichtlinear ist, was auf neu entstandene Eigenspannungen schließen lässt.
Alle für die Analyse des Querdehnungsverhaltens von DMS verwendeten Zugstäbe wurden vor Versuchsbeginn durch Glühen und anschließendes Vorrecken konditioniert.

6.2.3 Querdehnungsaufnehmer

Zur Messung der Querkontraktion wurde ein spezieller Aufnehmer entwickelt, der an Zugstäben mit definierten Abmessungen befestigt werden kann und mit hoher Genauigkeit die Änderung der Breite des Probestabes messtechnisch erfasst. Ein charakteristisches Merkmal dieses Aufnehmers besteht darin, dass die hohe Genauigkeit von digitalen Gebern (Linearität) mit den Vorteilen einer analogen Auswertung (Auflösung) verbunden werden kann. Das Messprinzip weicht in wesentlichen Zügen von dem bekannter digitaler Wegaufnehmer, z.B. den beim Plattenversuch benutzten Heidenhain-Tastern, ab und soll deshalb hier beschrieben werden.
Verschiebt man zwei identische Amplitudengitter mit durchsichtigen und undurchsichtigen Linien gegeneinander orthogonal zu ihrer Linienorientierung, so ändert sich der Transmissionsgrad der Gitterkombination als Funktion der Verschiebung, wobei eine Periodizität der Funktion entsprechend der Gitterteilung gegeben ist. Der Anfangstransmissionsgrad wird dabei jeweils nach Verschiebung eines Gitters um ein Vielfaches der Periode wieder erreicht. Damit lassen sich zunächst diskrete Messwerte bestimmen, deren absolute Genauigkeit im wesentlichen von den Teilungsparametern der verwendeten Gitter abhängt und bei kommerziellen Teilungen sehr hoch ist. Die Auflösung folgt aus der Gitterteilung und entspricht damit vielfach nicht den Anforderungen. Eine nahezu unendlich hohe Auflösung erreicht man durch die Aufnahme der vollständigen Transmissionsfunktion und deren Anpassung durch einen periodischen Ansatz. Die Auswertung des Transmissionsgrades liefert dann Verschiebungswerte in analoger Auflösung zu beliebigen Zeitpunkten.
Der Aufbau des Querdehnungsaufnehmers ist im Bild 85 dargestellt.



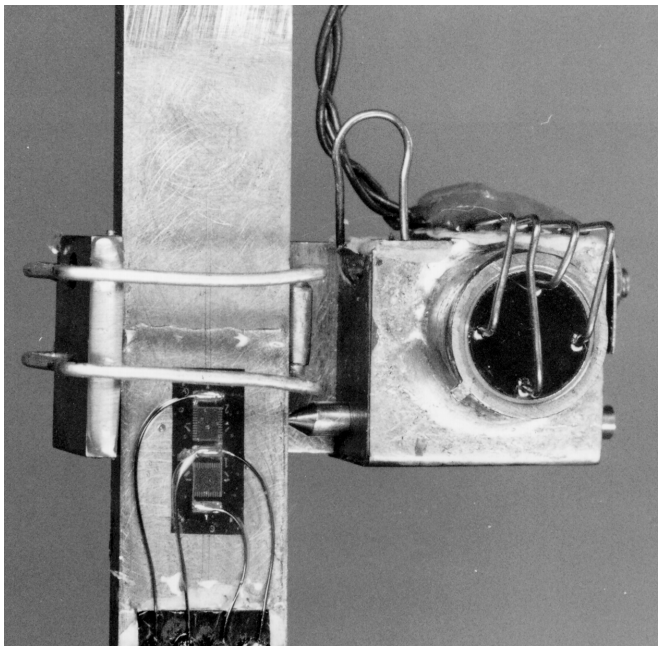


Bild 85: Querdehnungsaufnehmer, schematischer Aufbau, Schaltplan und Ausführung

Alle mechanischen, elektrischen und optischen Elemente sind direkt in dem etwa 20 x 10 x 8 mm großen Aufnehmer montiert. Das Ausgangssignal steht als Gleichspannung zur Verfügung und kann über ein unabgeschirmtes dünnes Kabel ausgewertet werden.
Der theoretische Intensitätsverlauf ist bei Gittern mit gleicher Linien- und Lückenbreite eine Dreiecksfunktion der relativen Verschiebung. Ist diese Gittereigenschaft nicht exakt gegeben, bleibt die Intensität an der unteren oder oberen Spitze über einen Verschiebungsbetrag konstant. Bei den verwendeten Gittern mit 50 Linien/mm sind die Linien etwas breiter als die Lücken und es ergibt sich eine theoretische Intensitätsverteilung, die durch Phasen konstanter Dunkelheit (I = 0) und dazwischenliegenden dreiecksförmigen Verläufen gekennzeichnet ist. Im Bild 86 ist der Prozess dargestellt.

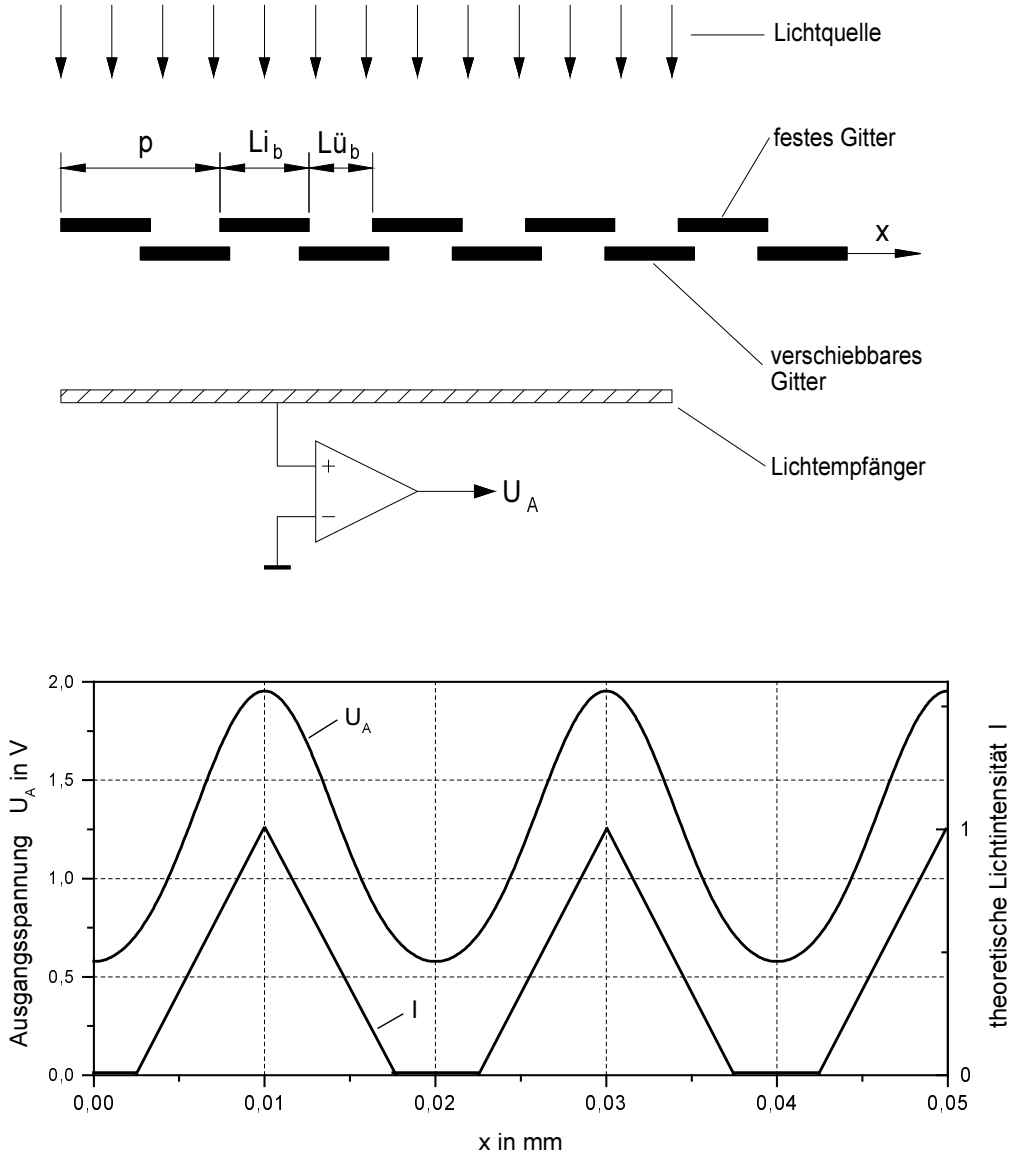


Bild 86: Abbildung der theoretischen Lichtintensität als Ausgangssignal am Sensor

Die theoretische Intensitätsverteilung kann nicht als Ausgangsspannung am Operationsverstärker abgebildet werden. Durch Teilungsfehler, unscharfe Kanten, Beugung und Spalteffekte wird die Übertragungsfrequenz wie durch einen Tiefpass stark eingeschränkt. Weiterhin kommt es zu einer Anhebung des Grundpegels infolge von Fremdeinstrahlung, Spalteffekten und den Empfänger- bzw. Verstärkereigenschaften. Das Ergebnis ist eine Ausgangsspannung U_A entsprechend Bild 86.
Zur theoretischen Beschreibung wird ein natürlicher Ansatz verwendet, der mathematisch einer Tiefpassfilterung entspricht. Dabei handelt es sich um die Entwicklung der theoretischen Intensitätsfunktion in ihre Fouriereihe

$$U_A = A + B\left[\begin{array}{l} \frac{1}{2}\left(\pi - b\frac{2\pi}{p}\right)^2 - \left(\cos b\frac{2\pi}{p} + 1\right)\cos\left((x+\phi)\frac{2\pi}{p}\right) \\ -\frac{1}{4}\left(\cos 2b\frac{2\pi}{p} - 1\right)\cos 2\left((x+\phi)\frac{2\pi}{p}\right) \end{array}\right], \tag{88}$$

bei der nur die ersten zwei harmonischen Glieder berücksichtigt werden. Der Parameter

$$b = Li_b - Lü_b \tag{89}$$

beschreibt darin die Differenz zwischen der Linienbreite Li_b und der Lückenbreite $Lü_b$ der Gitter. A bzw. B stellen Korrekturparameter zur Anpassung des Grundpegels bzw. der Verstärkung dar.
Im Bild 87 sind reale Messwerte dargestellt, wie sie an einem Zugstab bei konstanter Traversengeschwindigkeit der Prüfmaschine auftreten. In der oberen Darstellung als Funktion der Zeit werden die typischen Frequenzunterschiede im elastischen und elastisch-plastischen Bereich deutlich. Darunterliegend ist der theoretische Verlauf als Funktion der Ortskoordinate nach Gl. (88) angegeben. Jeder Wert der Ausgangsspannung U_A kann hier innerhalb einer halben Periode einer definierten Koordinate x zugeordnet werden. Bei größeren Verschiebungen als p/2, sind zusätzliche Informationen für die Berechnung erforderlich.

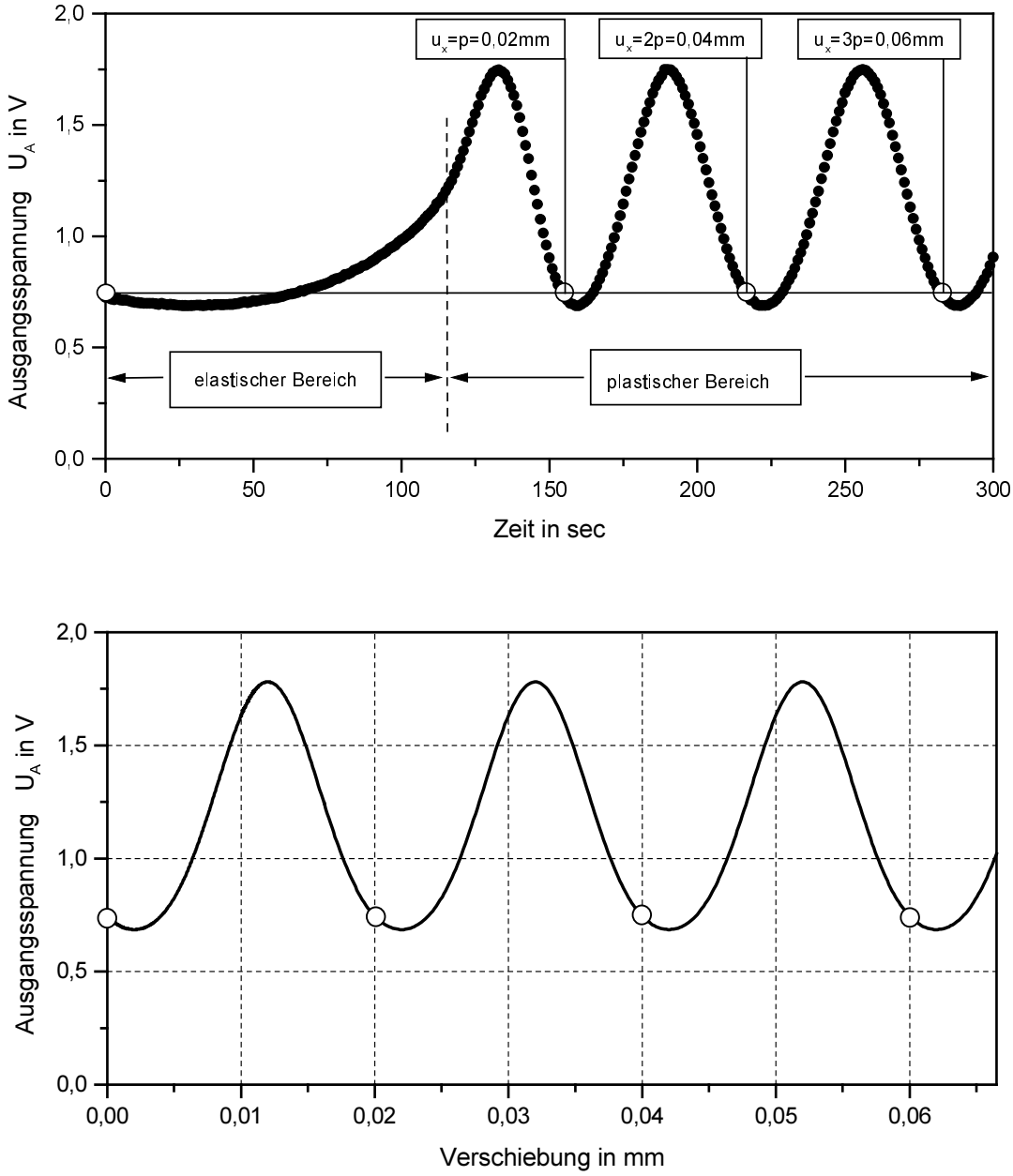


Bild 87: Ausgangssignal des Querdehnungsaufnehmers als Funktion der Zeit (Messwerte) und als Funktion der Verschiebung (Ausgleichsfunktion)

Bei den Untersuchungen liegen die vom Querdehnungsaufnehmer zu registrierenden Verschiebungen im Bereich von $0 \geq u_x \geq -0{,}25$, was einer maximalen Querdehnung von $\varepsilon_q = -0{,}025$ entspricht. Die Auswertung erfolgte für kleine Deformationen (bis $u_x = -0{,}02$) auf der Grundlage der beschriebenen Messwertanpassung. Danach werden nur noch die Verschiebungen um Vielfache der Periode ausgewertet.

6.2.4 Auswertung und Ergebnisse

Zur Analyse des Verhaltens von DMS-Messstellen quer zum einachsigen Spannungsfeld wurden fünf einzelne Zugversuche durchgeführt. Die Zugstäbe sind dazu mit Dehnungsmessstreifen EP-08-050 TG-350 der Measurements Group, Inc. entsprechend Bild 83 präpariert. Als Klebstoff wurde AE-10 verwendet. Das Gitter 1 der T-Rosette, dessen Eigenschaften längs zum einachsigen Spannungsfeld bereits im Abschn. 5 beschrieben sind, dient zur Messung der Querdehnung des zu prüfenden Gitters 2. Vom Hersteller werden für den DMS die Empfindlichkeiten k = 2,1 und q = +0,015 angegeben. Die Belastung der Zugstäbe erfolgt in einer Prüfmaschine UTS 100 mit einer konstanten Deformationsgeschwindigkeit von $\dot{\varepsilon} = 5 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$.

Ohne Messwertkorrektur führt die Messung der Querdehnung im einachsigen Spannungsfeld mit Dehnungsmessstreifen zu erheblichen Fehlern. Zur Demonstration dieser Tatsache sind im Bild 88 zunächst die am DMS-Messverstärker angezeigten Dehnungswerte den mit dem Querdehnungsaufnehmer gemessenen Referenzwerten gegenübergestellt. Dabei erfolgt weder eine Korrektur der Brückennichtlinearität noch der Querempfindlichkeit mit den üblichen Korrekturgleichungen.

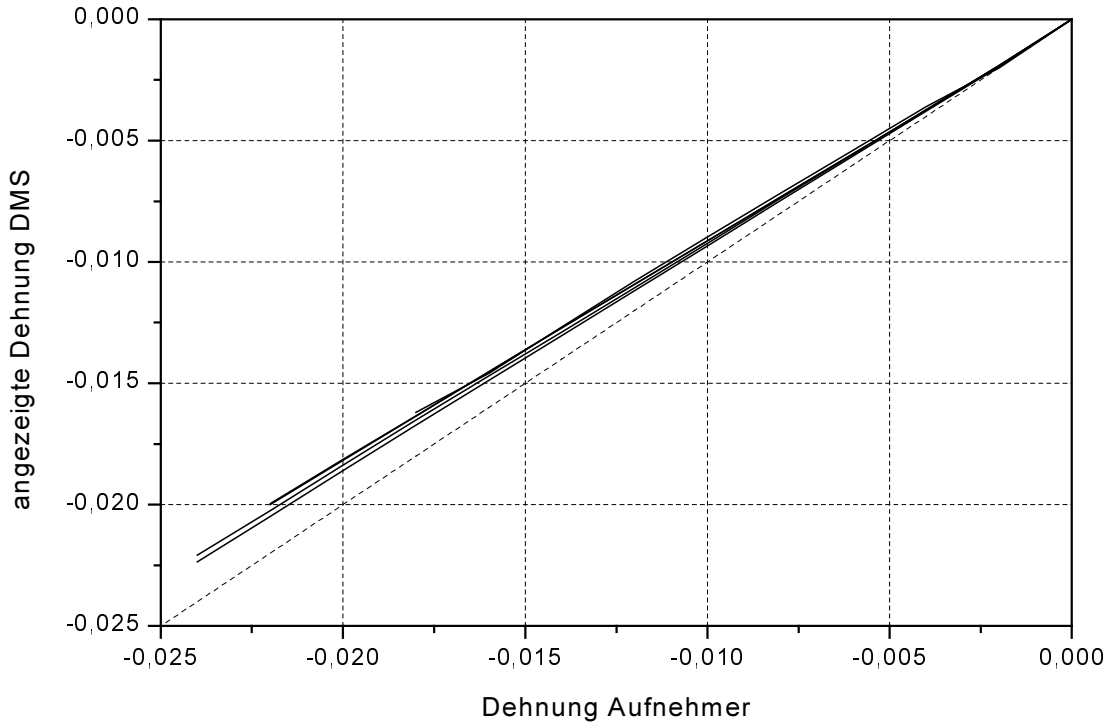


Bild 88: Angezeigte Dehnungswerte (5 Einzelversuche)

Im Bild 89 ist der relative Fehler der angezeigten Dehnung dargestellt. Dabei sind die Messwerte der fünf Einzelversuche gemittelt.

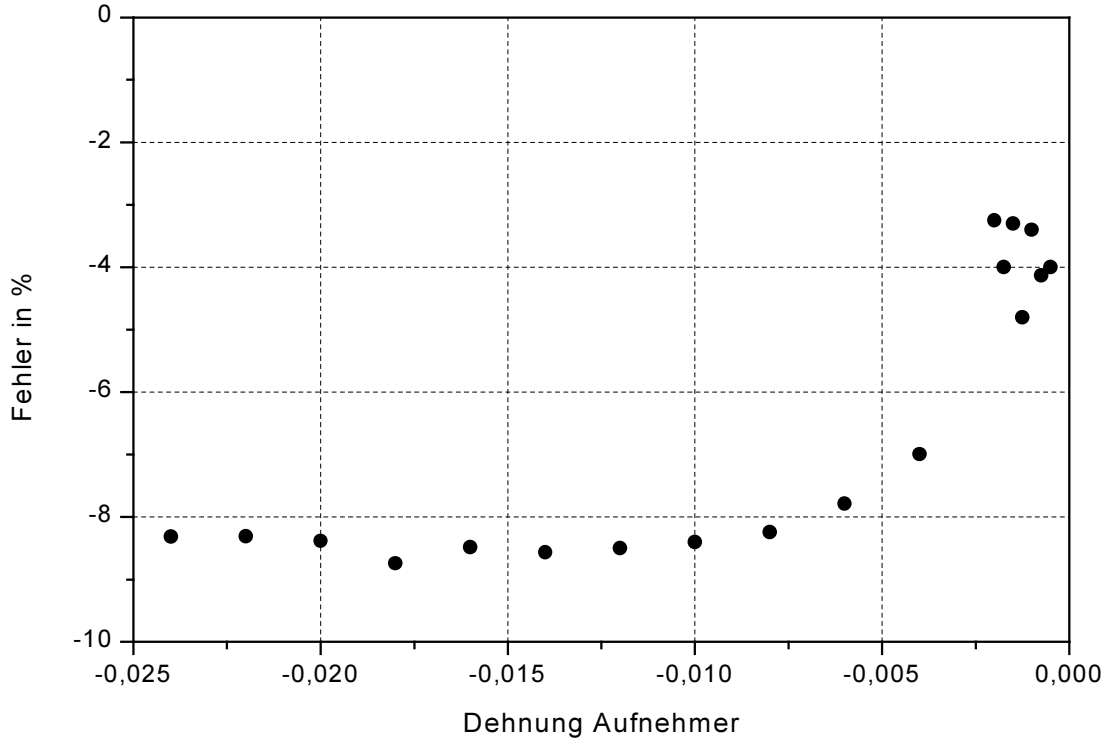


Bild 89: Fehler der angezeigten Dehnungswerte (Mittelwerte aus 5 Einzelversuchen)

Die Abweichungen liegen im Dehnungsbereich bis –0,002 zwischen 3 und 5 %, steigen dann aber auf einen relativ großen Wert von über 8 % an.

Um eine Messwertkorrektur nach den im Abschn. 4 hergeleiteten Widerstands-Dehnungs-Beziehungen durchführen zu können, ist für jeden Materialpunkt des Messgitters eine Aufteilung der Gesamtdehnung in elastische und plastische Anteile vorzunehmen. In der phänomenologischen Plastizitätstheorie geht man von der vereinfachenden Annahme aus, dass die Elastizitätsgrenze bei mehrachsiger Beanspruchung durch eine Fließfläche definiert werden kann, die im Spannungsraum durch die sog. Fließbedingung beschrieben wird. Für den hier vorliegenden Hauptspannungszustand lautet die VON-MISESsche Fließbedingung in DMS-Koordinaten

$$f_M(\sigma_{ij}) = 0 = \sigma_L^2 - \sigma_L \sigma_Q + \sigma_Q^2 - \sigma_F{}^2 . \tag{90}$$

Unter der Voraussetzung eines ebenen Spannungszustandes in der Messgitterfolie lässt sich Gl. (90) mit

$$\sigma_L = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_L + \nu\varepsilon_Q\right) \tag{91}$$

bzw.

$$\sigma_Q = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_Q + \nu\varepsilon_L\right)$$

in die Form

$$f_M\left(\varepsilon_{ij}\right) = 0 = \varepsilon_L^2\left(1-\nu+\nu^2\right) + \varepsilon_L\varepsilon_Q\left(-1+4\nu-\nu^2\right) + \varepsilon_Q^2\left(1-\nu+\nu^2\right) - \varepsilon_F^2\left(1-\nu^2\right)^2 \tag{92}$$

überführen. Der Deformationszustand im Messgitter ist über die im Abschn. 4 definierten Beziehungen (Gl. (48-50)

$$\varepsilon_Q^{Steg} = -\nu\varepsilon_l + S_Ü\left(\varepsilon_q + \nu\varepsilon_l\right)$$

$$\varepsilon_L = \varepsilon_l$$

und

$$\varepsilon_Q^{Uml.} = U_Ü\varepsilon_q$$

mit dem an der Bauteiloberfläche verbunden. Damit ergibt sich die Fließbedingung für die Stege

$$f_M^{Steg}\left(\varepsilon_{ij}\right) = 0 = \varepsilon_l^2\left(1-\nu+\nu^2\right) + \varepsilon_l\left[-\nu\varepsilon_l + S_Ü\left(\varepsilon_q + \nu\varepsilon_l\right)\right]\left(-1+4\nu-\nu^2\right) + \\ + \left[-\nu\varepsilon_l + S_Ü\left(\varepsilon_q + \nu\varepsilon_l\right)\right]^2\left(1-\nu+\nu^2\right) - \varepsilon_F^2\left(1-\nu^2\right)^2 \tag{93}$$

und für die Umlenkstellen

$$f_M^{Uml}\left(\varepsilon_{ij}\right) = 0 = \varepsilon_l^2\left(1-\nu+\nu^2\right) + \varepsilon_l\varepsilon_q\left(-1+4\nu-\nu^2\right)U_Ü + \\ + \varepsilon_q^2\left(1-\nu+\nu^2\right)U_Ü^2 - \varepsilon_F^2\left(1-\nu^2\right)^2 \tag{94}$$

in der Formulierung der Bauteildehnungen, die hier die Hauptdehnungen darstellen. Der bei den Stegen gut vorstellbare Sonderfall, dass der Übertragungsfaktor $S_Ü$ praktisch null ist führt zu

$$f_M^{Steg}\left(\varepsilon_{ij}\right) = 0 = \varepsilon_l - \varepsilon_F \,. \tag{95}$$

Diese Vereinfachung erscheint für den untersuchten Dehnungsmessstreifen, der ein offenes Gitter mit Stegbreiten von b = 0,0164 mm besitzt, zulässig. Der Fließbeginn für die Umlenkstelle kann formal nach Gl. (94) bestimmt werden. Die im Abschn. 3 beschriebene Analyse des Deformationszustandes in kompliziert geformten Umlenkstellen zeigt allerdings, dass die Annahme eines homogenen Spannungszustandes nur eine grobe Näherung darstellt und insbesondere im vom Stromfluss bevorzugten inneren Bereich nicht zutrifft. Wegen des Fehlens gesicherter Erkenntnisse über den Stromfluss in Gebieten mit inhomogenen mehrachsigen Deformationszuständen ist aber eine genauere plastizitätstheoretische Durchdringung dieser Frage derzeit nicht sinnvoll.

Im Bild 90 sind die Ergebnisse verschiedener Auswertungen in Form der relativen Fehler der Längsdehnung am DMS (Querdehnung des Stabes) in Abhängigkeit von der Querdehnung am DMS (Längsdehnung des Stabes) dargestellt. Dabei wird mit Gl. (59) zunächst die bekannte Beziehung zur Korrektur der Querempfindlichkeit verwendet. Weiterhin erfolgt die Dehnungsberechnung nach den im Abschn. 4 abgeleiteten Gln. (54) und (64). Die Fehler der unkorrigierten Dehnungswerte sind zum Vergleich mit eingezeichnet. Mit Ausnahme der unkorrigierten angezeigten Dehnung ist in allen Fällen die Brückennichtlinearität korrigiert. Die zur Berechnung verwendeten Parameter betragen:

Empfindlichkeiten des DMS EP-08-050 TG-350	$k = 2{,}1;\ q = 0{,}015$
Querkontraktionszahl des von Hersteller bei der Kalibrierung verwendeten Biegebalkens	$\nu_0 = 0{,}285$
Leitfähigkeitskonstanten der Konstantanfolie	$\beta_l = 0{,}97;\ \beta_q = 0{,}82$ [4]
Widerstandsanteile der Stege und Umlenkstellen	$S_R = 0{,}975;\ U_R = 0{,}025$
Übertragungsfaktoren	$U_Ü = 0{,}4;\ S_Ü = 0{,}1$
Materialparameter der Konstantanfolie	$\nu = 0{,}3;\ \varepsilon_F = 0{,}002$

Das Materialverhalten wird als elastisch-idealplastisch modelliert. Die grafische Darstellung der relativen Fehler verdeutlicht, dass eine Auswertung nach Gl. (59) im elastischen Deformationsbereich die Abweichungen der angezeigten Dehnung sehr gut korrigiert. Das spricht für die Genauigkeit der vom Hersteller angegebenen Empfindlichkeiten und für die

[4] diese Leitfähigkeitskonstanten entsprechen den im Abschn. 4.3 für eine harte Konstantanfolie eines anderen DMS-Herstellers ermittelten Werten

Gültigkeit der üblichen Querempfindlichkeitskompensation nach Gl. (59) bei $\varepsilon_L \neq 0$. Die Gl. (64) ist im elastischen Bereich praktisch mit der Gl. (59) identisch.

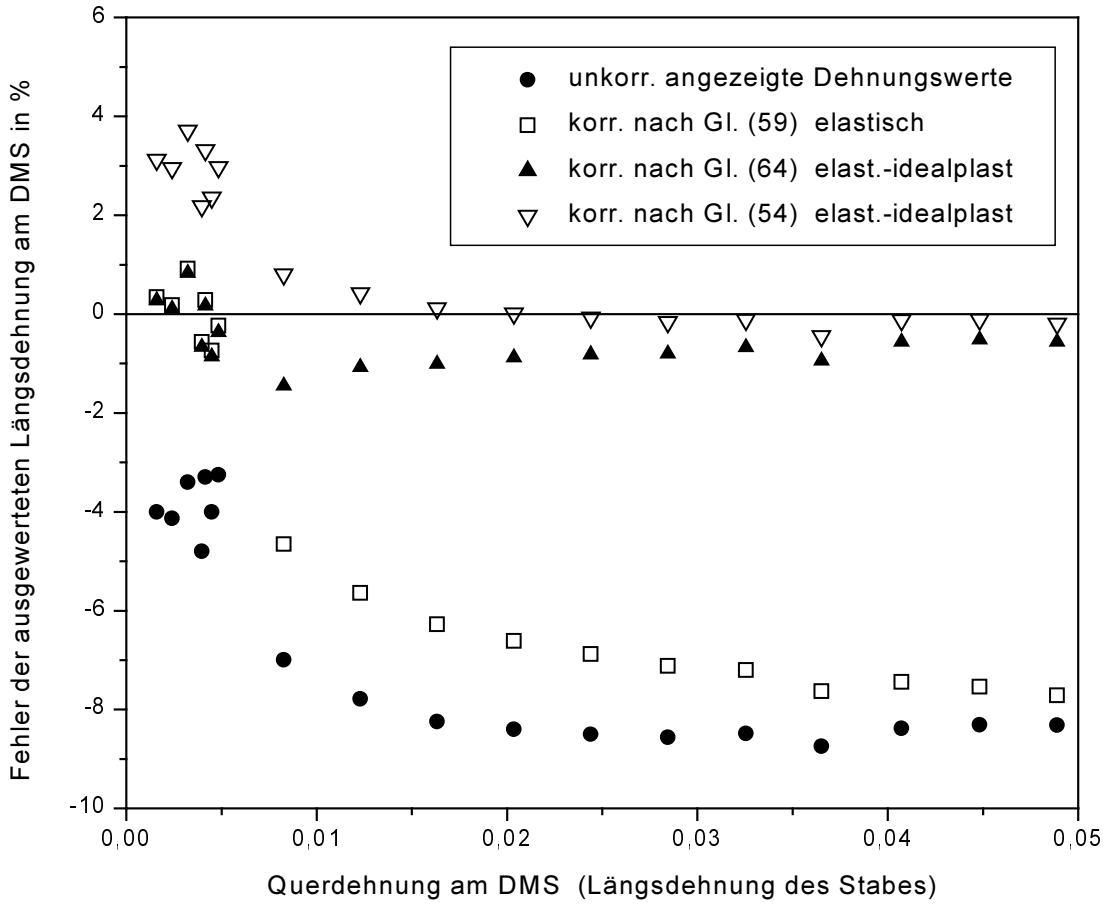


Bild 90: relativer Fehler der nach den Gln. (59), (64) und (54) ausgewerteten Längsdehnung in Abhängigkeit von der Querdehnung

Abweichungen bis 4 % treten auf, wenn man im elastischen Deformationsbereich mit der Leitfähigkeitsformulierung nach Gl. (54) arbeitet. Die Ursachen dafür sind weniger in der Struktur dieser Gleichung zu suchen, sondern liegen in der Unsicherheit der eingesetzten Parameter. Die direkte Kalibrierung des gesamten DMS durch den Hersteller erweist sich als besser als die Bestimmung und Verrechnung von Einzelwerten. Im plastischen Bereich der Messgitterfolie führt die Auswertung nach Gl. (59) zu großen Fehlern. Dagegen liefern die Gln. (54) und (64) gute Resultate mit geringen Abweichungen. Da beide Beziehungen für starr-plastisches Materialverhalten identisch sind, konvergieren die hier dargestellten Ergebnisse mit Zunahme des plastischen Deformationsanteils.

7 Entwicklungspotentiale in der DMS-Messtechnik

Die DMS-Messtechnik hat heute –60 Jahre nach Simmons und Ruge– einen sehr hohen Stand erreicht. Die Sensoren selbst, die Messgeräte und die zugeordneten Auswerteprogramme sind soweit entwickelt, dass diese Methode als Standardmessverfahren bei hohen Genauigkeitsanforderungen eingesetzt werden kann. Es gibt unzählige oftmals komplizierte Anwendungen, bei denen elektrische Dehnungsmessstreifen erfolgreich zur Beanspruchungsanalyse, zum Messen mechanischer Größen oder zur Überwachung von Betriebszuständen verwendet werden.

Die Anforderungen der Anwender, die Fähigkeiten der Entwickler und die Möglichkeiten der Produzenten bestimmen das Entwicklungspotential eines Messverfahrens.

Aus der Sicht des Autors werden im folgenden Beispiele für innovative Produktentwicklungen auf dem Gebiet der DMS-Messtechnik aufgezeigt. Sie ergeben sich zum Teil direkt aus den im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen, resultieren aber auch aus langjährigen praktischen Erfahrungen beim Umgang mit elektrischen Dehnungsmessstreifen, wie der experimentellen Beanspruchungsanalyse an komplizierten Maschinenbauteilen, der Konstruktion spezieller Messwertaufnehmer und einer beratenden Tätigkeit auf diesem Gebiet.

7.1 Querempfindlichkeitskompensation

Ein wesentliches noch ungelöstes Problem in der DMS-Technik ist die Querempfindlichkeit. Sie ist vom Verhältnis des Widerstandes der Leiterzüge (Stege) und des Widerstandes der Umlenkstellen, von den Übertragungsverhältnissen der Querdehnung auf die Stege und Umlenkstellen und von den Leitfähigkeitskonstanten abhängig. Es ist prinzipiell möglich, Konfigurationen zu finden, bei denen sich alle Einflüsse kompensieren. In der Praxis wird die Auslegung elektrischer Dehnungsmessstreifen aber von einer Vielzahl anderer wesentlicher Forderungen (Geometrie, Widerstand, Kriechverhalten, Schwingfestigkeit usw.) bestimmt, so dass es nur in seltenen Fällen gelingt, die Querempfindlichkeit bei Erfüllung dieser Forderungen zu beseitigen. Moderne Dehnungsmessstreifen mit kleinen Messflächen, wie sie in der experimentellen Beanspruchungsanalyse typischerweise eingesetzt werden, besitzen deshalb eine positive Querempfindlichkeit von bis zu 3 %.

Es ist Stand der Technik, dass diese, das Messergebnis verfälschende Querempfindlichkeit vom Hersteller bestimmt und im Datenblatt angegeben wird. Damit kann der Anwender den Messfehler auf numerischem Wege näherungsweise korrigieren. Die Nachteile dieses Korrekturverfahrens bestehen darin, dass zur Korrektur der Dehnung in Längsrichtung die Dehnung in Querrichtung bekannt sein muss. Im allgemeinen Fall ist somit ein zweiter Dehnungsmessstreifen erforderlich. Außerdem gilt die im Kalibrierversuch bestimmte Querempfindlichkeit exakt nur für den bei der Kalibrierung vorliegenden Deformationszustand und ist strenggenommen wegen des Fehlens theoretischer Grundlagen nicht auf beliebige andere Deformationszustände übertragbar.

Die bekannten DMS-Formen bieten keine Möglichkeit, die Übertragung der Querdehnung auf das Messgitter unabhängig von der geometrischen Form und den stofflichen Eigenschaften des Messgitters und der Trägerfolie gezielt zu beeinflussen, um damit eine Kompensation der Querempfindlichkeit im Dehnungsmessstreifen selbst zu erreichen. Gemeinsam mit Naumann [58] wurden Anordnungen entwickelt, die dies ermöglichen. Im Bild 91 ist eine Ausführung dargestellt. Zwischen den einzelnen Leiterzügen ist eine Materialschicht angeordnet, die als Dehnungskoppler wirkt. Die Wirkungsweise der Dehnungskoppler in Bezug auf die Veränderung der Übertragung der Querdehnung auf die Stege besteht darin,

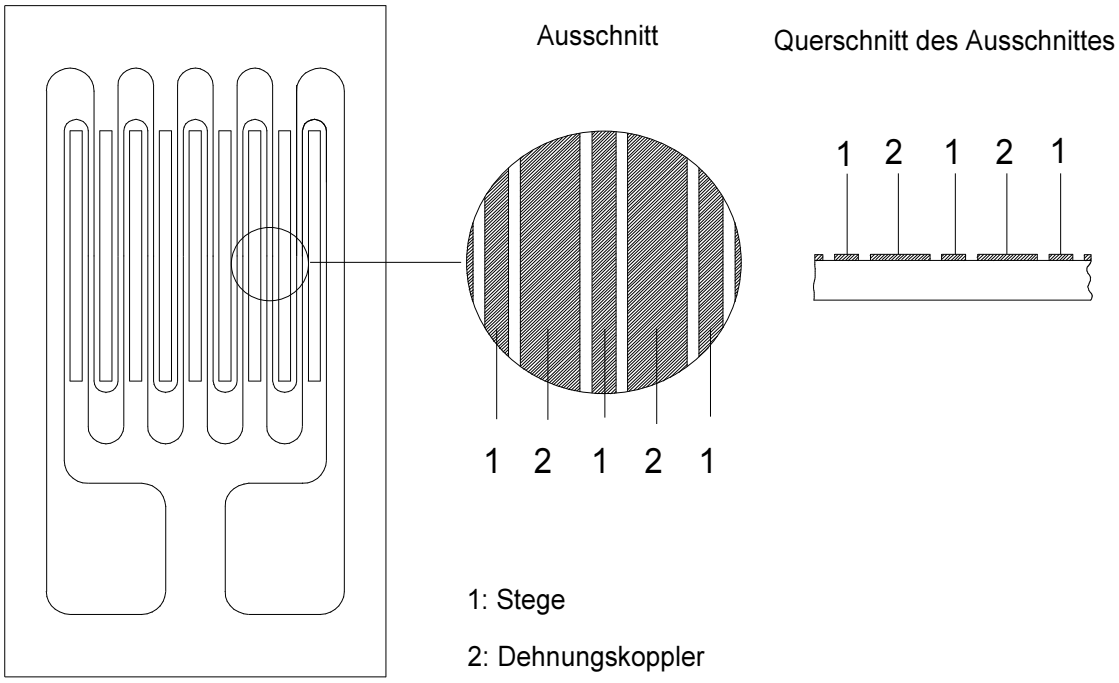


Bild 91: Querempfindlichkeitskompensation durch Beeinflussung der Dehnungsübertragung

dass durch Versteifung von Teilen der Zwischenräume, die einen niedrigen Elastizitätsmodul besitzen, durch Dehnungskoppler mit einem hohen Elastizitätsmodul die Dehnung in den noch verbleibenden jetzt schmaleren Zwischenräumen erhöht wird, so dass sich dadurch auch die Dehnungsübertragung auf die Stege erhöht. Diese Wirkungsweise ist durch numerische Simulationen mit der Methode der finiten Elemente eindeutig belegt. Durch unterschiedliche geometrische und stoffliche Ausführung der Materialschicht (Dehnungskoppler) lässt sich die Querempfindlichkeit genau kompensieren. Im einfachen Fall bestehen die Dehnungskoppler aus dem gleichen Material wie der metallische Teil des Dehnungsmessstreifens (z.B. Konstantan) und können so bei der Herstellung des Dehnungsmessstreifens ohne Mehraufwand mit erzeugt werden.

Die Berechnung erfolgt auf der Grundlage von Gl. (51). Unter der Voraussetzung einer ausschließlichen Querbeanspruchung im elastischen Deformationsbereich lässt sich ein Übertragungsfaktor

$$S_{Ü(k_q=0)} = \frac{2U_Ü U_R}{S_R\left(\frac{\nu}{1-\nu}(\beta_q - 1) + 1 - \beta_q\right)} \tag{96}$$

angeben, bei dem die Querempfindlichkeit vollständig verschwindet.

Weitere Möglichkeiten zur Beeinflussung der Querempfindlichkeit bestehen für eine gegebenen Messgitterwerkstoff in der Variation des Übertragungsfaktors $U_Ü$ und der Widerstandsanteile S_R und U_R.

7.2 Mehrfachverwendbare Dehnungsmessstreifen

Alle bisherigen Vorstellungen von DMS-Messstellen gehen von einer irreversiblen festen Klebeverbindung zwischen der Bauteiloberfläche und dem Dehnungsmessstreifen aus. Das bedeutet, jede Messaufgabe erfordert einen neuen DMS, der aufwendig präpariert und mit dem Messgerät verbunden werden muss. M. Haller [59] stellte diesen vermeintlichen Grundsatz in Frage. Er entwickelte Dehnungsmessstreifen, die sich wieder von der Bauteiloberfläche ablösen lassen und bis zu 300 mal neu präpariert werden können. Möglich wird dies durch eine zusätzliche Trägerfolie und eine spezielle Präparationstechnik. Dabei ist klar, dass sich die Messeigenschaften im Vergleich zur bisherigen Technologie verschlechtern. Die Frage ist aber, in welchem Maße dies geschieht, und ob die Material- und

Zeiteinsparung bzw. andere Vorteile dies nicht rechtfertigen. In Zusammenarbeit mit der Firma SincoTec GmbH, die mehrfachverwendbare Dehnungsmessstreifen unter der Bezeichnung MAG (multi-application-gages) herstellt und vertreibt, wurden vom Autor theoretische und experimentelle Untersuchungen dazu durchgeführt. Zwei davon sollen hier vorgestellt werden. Im Bild 92 ist das Ergebnis der numerischen Simulation der Dehnungsübertragung auf die Stege dargestellt. Im Vergleich zu einem Standard-DMS mit einer Gitterlänge von 5 mm, bei dem gemittelt 96 % der Bauteildehnung übertragen wird, führt die zusätzliche Trägerschicht von 0,28 mm zu einem weiteren Abfall der Dehnungsübertragung auf 0,89 %. Der Hersteller muss deshalb den Empfindlichkeitsfaktor (k-Faktor) für jeden MAG messtechnisch bestimmen und dem Anwender mitteilen.

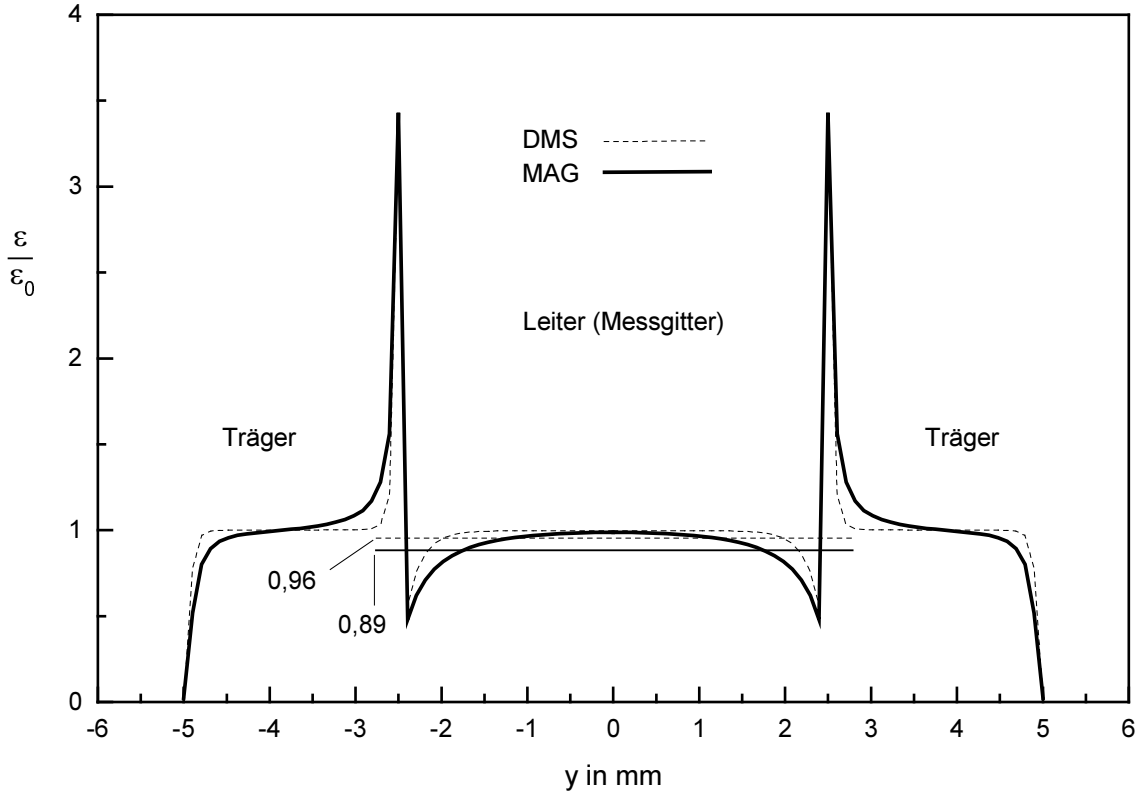


Bild 92: Übertragung der Längsdehnung auf den Steg eines Standard-DMS und eines mehrfachverwendbaren DMS (MAG) mit zusätzlicher 0,28 mm dicker Trägerfolie (2-d FE-Simulation)

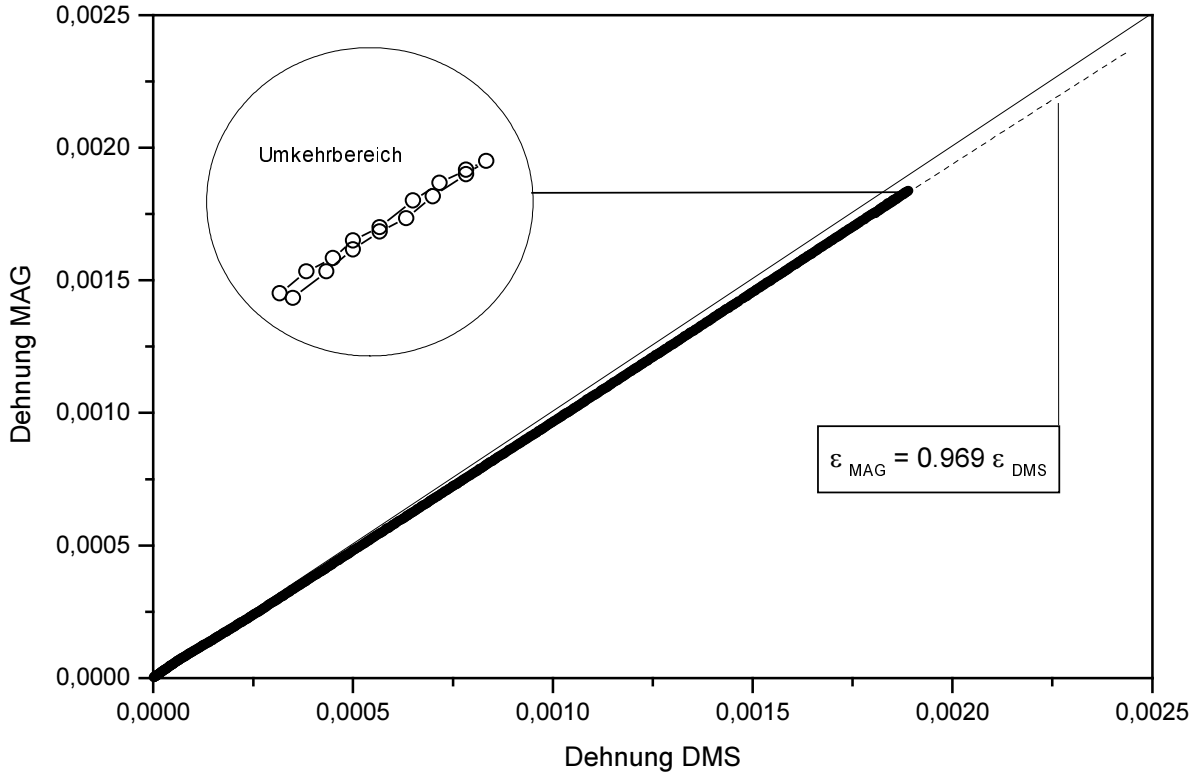


Bild 93: Vergleich der mit einem Standard-DMS (LY61 6/120) und mit einem mehrfachverwendbaren DMS (MAG/LY113/350 L1 Nr. 0139) gemessenen Längsdehnung eines Zugstabes

Ein direkter Vergleich zwischen den mit einem DMS und mit einem MAG aufgenommenen Messwerten ist im Bild 93 dargestellt. Beide Aufnehmer sind auf einem im Abschn. 6.2 beschriebenen Zugstab präpariert, der be- und danach um 10 % entlastet wird. Es zeigt sich, dass der MAG linear arbeitet und im Umkehrbereich keine Hysterese zu erkennen ist. Die Empfindlichkeit liegt bei diesem Versuch noch etwa 3 % unter dem angegebenen Wert. Diese Abweichung ergibt sich als Differenz zu den als exakt angenommenen Messwerten des DMS, für den eine Toleranz des k-Faktors von ± 1 % angegeben ist. Das Verhalten dieser mehrfachverwendbaren DMS kann natürlich nicht mit diesen kurzen Darstellungen beschrieben werden. In Übereinstimmung mit den Erfahrungen von Haller zeigt sich aber, dass sie bei etwas eingeschränkten Genauigkeitsanforderungen eine echte Alternative zum Standard-DMS darstellen.

Mehrfachverwendbare Dehnungsmessstreifen erfordern eine Klebe-Ablöse-Technologie, die auch für andere neue Messsysteme eingesetzt werden kann. Sie ist die Grundlage für den praktisch sinnvollen Einsatz von solchen Dehnungsmessstreifen, die wegen ihrer aufwendigen

bzw. kostspieligen Herstellung für eine einmalige Verwendung nicht geeignet sind. Ein Beispiel dafür sind integrierte Dehnungsmessstreifen.

7.3 Systemintegration

Auf dem Gebiet der Sensortechnik gibt es in den 90er Jahren einen eindeutigen Entwicklungstrend zu integrierten Systemen, bei denen der Sensor, die Auswerteelektronik und mitunter auch ein System zur drahtlosen Messwertübertragung zu einem Bauteil verschmelzen. Für elektrische Dehnungsmessstreifen erscheint dieser Entwicklungsweg undenkbar, wenn man den Präparationsvorgang als irreversibel betrachtet. Die Entwicklung konzentrierte sich deshalb auf separate miniaturisierte Messverstärker und Übertragungssysteme. Diese Technik hat einen beachtlichen Stand erreicht, was an zwei Produktbeispielen demonstriert werden soll. Die Firma BLH bietet seit einigen Jahren preiswerte Miniatur-Brückenverstärker für DMS an, die für den Einbau in Sensoren vorgesehen sind. Im Bild 94 ist eine Ausführungen vergrößert dargestellt. Diese Verstärker setzen das Brückenausgangssignal eines DMS-Sensors (Vollbrücke) linear in ein Spannungs- oder Stromausgangssignal um. Ihr wesentlicher Vorteil besteht darin, dass der Verstärker räumlich sehr nahe am Sensor montiert werden kann, damit die kritischen Signalleitungen von der Brücke zur ersten Verstärkerstufe extrem kurz sind.

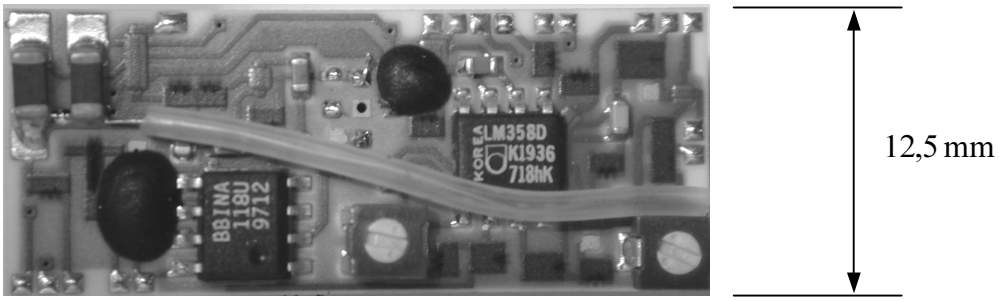
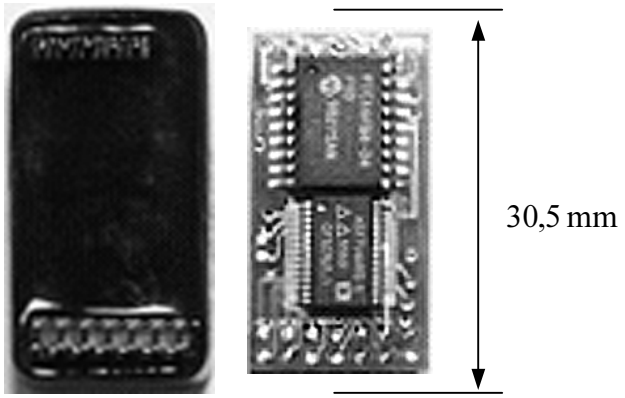


Bild 94: Miniatur Brückenverstärker von SR-4 Sensoren GmbH
1 Kanal (Vollbrücke), Ausgang: -10 … +10 V (4 … 20 mA),
Energieversorgung: 12V (24V)

Bereits zur nächsten Entwicklungsgeneration gehört der unter der Bezeichnung StrainLink™ von der Firma MicroStrain, Inc. angebotene mehrkanalige Messverstärker mit drahtloser Datenübertragung (Bild 95). Die in einem Gehäuse mit den Abmessungen

30,5 x 14,6 x 6,5 mm untergebrachten Funktionen sind beeindruckend. Der Messverstärker verfügt „on board“ über einen eigenen Prozessor mit zugehörigem Programmspeicher. Verschiedene Einstellungen, wie die Brückenspeisespannung, die Grenzfrequenz des Tiefpassfilters und der Verstärkungsfaktor sind drahtlos programmierbar.



- 5 (3) Kanäle im Multiplexbetrieb (Viertel-, Halb- bzw. Vollbrücke)
- drahtlose Datenübertragung durch Oberflächenschallwellen eingebaute 3 V Lithium-Batterie bzw. induktive Energieeinkopplung von außen
- RISC-Prozessor, 72 Bytes EEPROM, digitaler programmierbarer Tiefpassfilter …

Bild 95: StrainLink$_{(TM)}$ von MicroStrain, Inc. (linkes Teilbild, im Gehäuse)

Größenordnung und Leistungsfähigkeit dieser bereits bestehenden Technik lassen erkennen, welche Möglichkeiten sich bei weiterer Miniaturisierung ergeben. Als Entwicklungsziel ist die Implementierung der gesamten Aufnahme- und Übertragungselektronik auf dem DMS selbst denkbar. Dieser integrierte Dehnungsmessstreifen wird vom Anwender appliziert und ohne dass er verdrahtet werden muss als Messstelle im Betriebs- und Auswerteprogramm angemeldet. Ökonomisch sinnvoll und damit realistisch wird diese Entwicklung, wenn der integrierte DMS, ähnlich wie die beschriebenen MAG, viele Male verwendet werden kann.

7.4 Softwarekonzepte

Moderne DMS-Messgeräte sind dadurch gekennzeichnet, dass bereits unmittelbar nach dem zur ersten Signalanhebung notwendigen Analogverstärker ein Analog-Digitalwandler folgt und alle anschließenden Operationen wie Filterung, Skalierung und Nullabgleich auf digitaler Ebene durchgeführt werden. Am Messgerät selbst sind deshalb nur in Ausnahmefällen Bedienungselemente vorhanden. Standard ist die Steuerung aller Funktionen über komfortabel zu bedienende Oberflächen auf einem separaten PC unter den Betriebssystemen MS-Windows 95/98 bzw. NT. Dazu ist Software erforderlich, durch die der Anwender in die Lage versetzt wird, die Geräteeinstellung, die Messwertverarbeitung und die Visualisierung

der Ergebnisse entsprechend den Erfordernissen durchführen zu können. Leistungsfähige Softwarepakete dieser Art werden von den Geräteherstellern zusammen mit den Messverstärkern angeboten. Beispiele dafür sind **catman** von Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, oder **StrainSmart™** von Micro Measurements, Inc.. Daneben stehen Produkte von reinen Softwarefirmen wie **Beam™** von der Gesellschaft für angewandte Mess- und Systemtechnik mbH (AMS) und **DIAdem®-DIA/DAGO®** von der Gesellschaft für Systemanalyse mbH (GfS) zur Verfügung.

Alle diese Systeme zeichnen sich durch eine sehr große Funktionsvielfalt aus. Insbesondere die Präsentationsmöglichkeiten von Messdaten lassen kaum noch Wünsche offen und dürften auch den gehobenen Ansprüchen von Entscheidungsgremien genügen. Wenig Aufwand betreibt man dagegen bei der Messwertberechnung bzw. -korrektur. Standard ist hier die Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen dem Eingangssignal (Ausgangsspannung der Wheatestonschen Brücke) und der zu ermittelnden mechanischen Zustandsgröße (Dehnungskomponente in Längsrichtung des DMS).

In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, dass lineare Zusammenhänge zwischen der Dehnung und der Widerstandsänderung nur im elastischen Deformationsbereich der Messgitterfolie bestehen. Das betrifft sowohl die Empfindlichkeit des DMS in Längsrichtung als auch in Querrichtung. Zur Auswertung größerer Deformationen (bei Standard DMS beträgt die einachsige Fließdehnung $\varepsilon_f \approx 0{,}004$) sind die Gln. (64) bzw. (54) geeignet. Als zusätzliche Parameter werden in der Empfindlichkeitsformulierung (Gl. (64)) der Widerstandsanteil der Umlenkstellen U_R, der Übertragungsfaktor der Querdehnung auf die Umlenkstellen $U_Ü$ sowie bei Verwendung eines einachsigen Stoffgesetzes entsprechend Gl. (77) die Fließdehnung ε_f und die Verfestigungsparameter a und n benötigt. Diese Darstellung besitzt den Vorteil, dass die vom DMS-Hersteller mit hoher Genauigkeit bestimmten Empfindlichkeiten in Längs- und Querrichtung verwendet werden. Die Formulierung der Auswertegleichung mit den für die Messgitterfolie geltenden Leitfähigkeitskonstanten entsprechend Gl. (54) verzichtet vollständig auf die Kalibrierung der DMS-Messstelle. Dafür müssen zusätzlich die Konstanten β_l und β_q, sowie der Übertragungsfaktor $S_Ü$ bereitgestellt werden. Auch diese Parameter besitzen eine klare physikalische Bedeutung und könnten vom Hersteller bestimmt und angegeben werden.

Im Bild 96 ist schematisch die Softwarestruktur zur Berechnung der Deformationen an der Bauteiloberfläche angegeben. Zusätzlich zu den Standardprozessen sind im mittleren Block die beiden Möglichkeiten zur Berechnung der in Längsrichtung der DMS orientierten Dehnungskomponenten eingefügt.

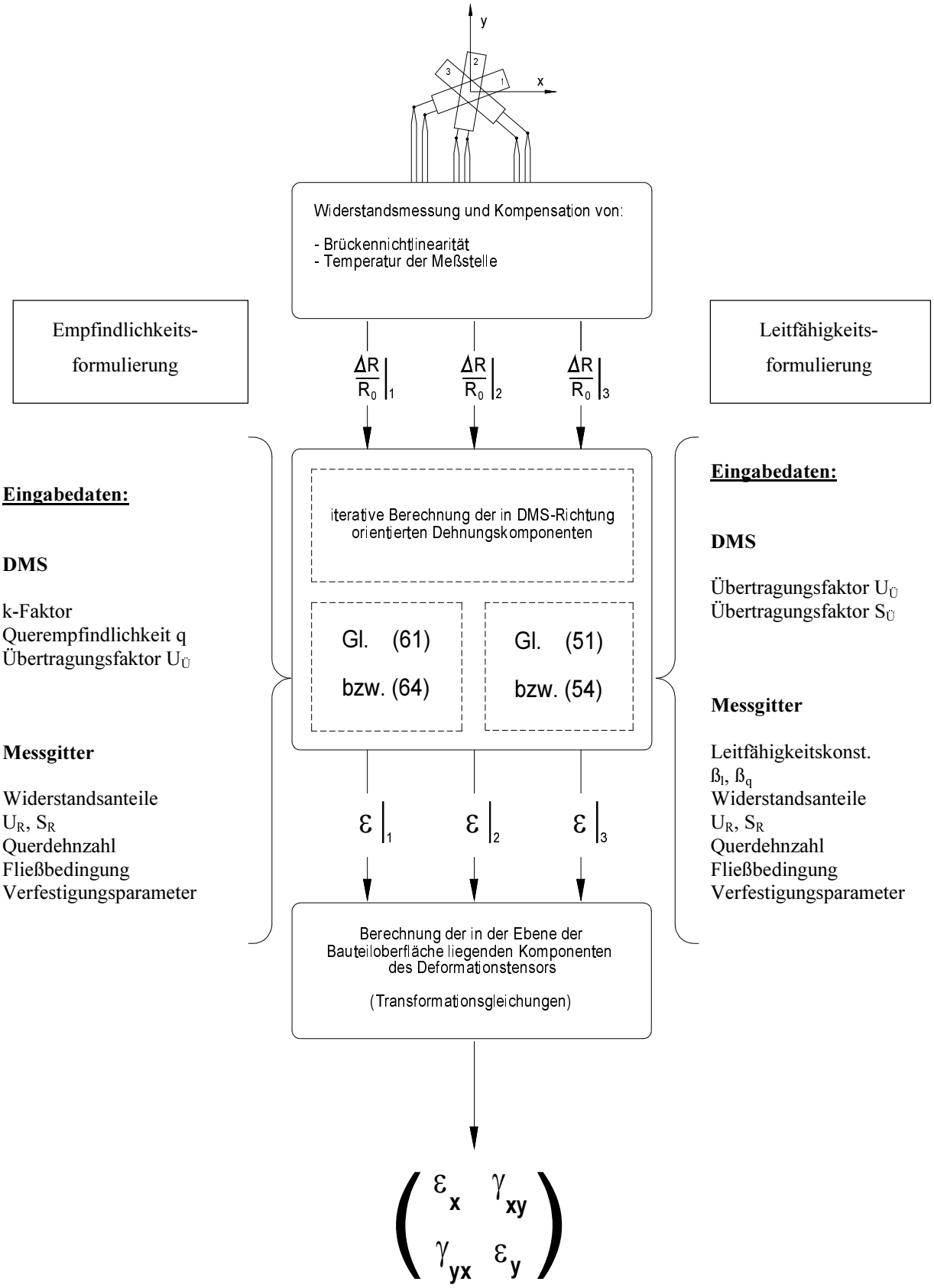


Bild 96: Softwarestruktur für die Auswertung des Deformationszustandes an der Bauteiloberfläche

8 Schlussbemerkungen

Die in der vorliegenden Arbeit beschriebenen experimentellen und numerischen Untersuchungen zu den Wirkungsmechanismen elektrischer Dehnungsmessstreifen tragen exemplarischen Charakter und enthalten Vereinfachungen und Annahmen. Sie wurden mit ausgewählten typischen DMS-Geometrien und bei speziellen Beanspruchungszuständen durchgeführt. Obwohl die Ergebnisse durchaus allgemeingültig sind, bleiben naturgemäß noch verschiedene Fragen offen. Dabei werden folgende Probleme als wesentlich angesehen.

- Im allgemeinen Fall sind DMS-Messstellen nicht längs bzw. quer zu den Hauptspannungsrichtungen im Bauteil orientiert. Damit wird der Dehnungsmessstreifen auch durch Schubspannungskomponenten beansprucht. Die Übertragung von Schubverzerrungen auf die Stege und Umlenkstellen des Messgitters und deren Auswirkung auf die Widerstandsänderung ist noch zu untersuchen.

- In den kompliziert geformten Umlenkstellen ist der Deformationszustand, auch bei homogenen Deformationszuständen im Bauteil inhomogen. Die Bereiche der Dehnungskonzentration fallen dabei mit denen erhöhter Konvektionsstromdichte zusammen, was ihren Einfluss auf die Gesamtwiderstandsänderung erhöht. Für die Berechnung des Stromflusses in diesen Gebieten mit inhomogenen mehrachsigen Deformationszuständen fehlen bisher sowohl theoretische Ansätze als auch experimentelle Konzepte und Ergebnisse.

- Die Beschränkung der Leitfähigkeitsuntersuchungen auf das Leitermaterial Konstantan ist dem häufigen Einsatz dieses Materials als Messgitterwerkstoff geschuldet. Im Zuge der Entwicklung integrierter Systeme –Sensor, Messverstärker und Übertragungssystem bilden eine Einheit– stellt sich die Frage nach geeigneten Leitermaterialien nochmals neu. Unter dem Aspekt der Fertigung sind Materialien im Vorteil, die technologisch einfacher in den Sensor integriert werden können. Ihr im Vergleich zu Konstantan eventuell ungünstigeres Widerstands-Dehnungs- und Widerstands-Temperatur-Verhalten muss bekannt sein, damit es im Prozess der Auswertung linearisiert bzw. kompensiert werden kann.

Die beschriebenen Möglichkeiten zur Dehnungsauswertung bei DMS-Messstellen sind in zwei Varianten mit unterschiedlichen Funktionen und Parametern zwischen den zu bestimmenden mechanischen Größen und der messbaren Widerstandsänderung formuliert.

Die Darstellung mit den für den reinen Messgitterwerkstoff geltenden Leitfähigkeiten basiert direkt auf dem Widerstands-Dehnungs-Verhalten des Leitermaterials. Die hier vorgenommene klare Trennung zwischen der Mechanik der Dehnungsübertragung einerseits und der Widerstandsänderung infolge des Deformationszustandes im Leiter andererseits besitzt den Vorteil, dass der Wirkungsmechanismus im Zusammenspiel dieser Komponenten zugänglich wird und wesentliche, bisher nur qualitativ deutbare Eigenschaften wie z.B. die Querempfindlichkeit, ursächlich mathematisch beschrieben werden können. Damit eröffnen sich neue Möglichkeiten zur Analyse und Synthese von Dehnungsmessstreifen mit definierten Messeigenschaften.

Es gibt aber auch Nachteile dieser Betrachtungsweise. DMS-Hersteller prüfen nur die Eigenschaften kompletter Messstellen und geben deren Reaktion, das heißt, die Widerstandsänderung im Messgitter als integrale Reaktion auf Dehnungszustände im Bauteil, an. Elektromechanische Kennwerte des Messgitterwerkstoffes und mechanische Kennwerte der verschiedenen Bestandteile präparierter Dehnungsmessstellen, wie sie für die Leitfähigkeitsformulierung benötigt werden, stehen dem Anwender kaum zur Verfügung.

Damit ist für den DMS-Praktiker bei der Dehnungsberechnung die Empfindlichkeitsformulierung vorteilhafter. Sie startet bei kleinen Dehnungen mit den bekannten Auswertegleichungen und kann so die hohe Genauigkeit nutzen, mit der die Empfindlichkeiten des DMS in Längs- und Querrichtung vom Hersteller zur Verfügung gestellt werden.

Überschreiten die Deformationen den elastischen Bereich des Messgitterwerkstoffes, erfolgt ein kontinuierlicher Übergang zu den für plastische Deformationsanteile geltenden Beziehungen.

Bei größeren Deformationen hat sich in beiden Darstellungen die Verwendung der natürlichen bzw. HENKYschen Dehnung als Dehnungsmaß und die Korrektur der Brückennichtlinearität als wesentliche Grundvoraussetzungen für eine präzise Auswertung herausgestellt.

9 Literatur

[1] Keil, S.: Beanspruchungsermittlung mit Dehnungsmessstreifen, Cuneus Verlag, Zwingenberg 1995

[2] Hoffmann, K.: Eine Einführung in die Technik des Messens mit Dehnungsmess-streifen, Hrsg. Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstadt 1987

[3] Potma, T.: Dehnungsmessstreifen-Messtechnik, Hrsg. Deutsche Philips GmbH Hamburg 1968

[4] Rohrbach, C.: Handbuch für experimentelle Spannungsanalyse, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf 1989

[5] Schanz, G. W.: Sensoren-Fühler der Messtechnik, Dr. Alfred Hüthig Verlag, Heidelberg 1980

[6] Tränkler, H. R.; Obermeier, E.: Sensortechnik, Springer Verlag, Berlin Heidelberg NewYork 1998

[7] Dally, J. W.; Riley, W. F.; Mc Connell, K. G.: Instrumentation for Engineering Measurements, Jon Wiley & Sons, Inc., New York … 1993

[8] Perry, C. C.; Lissner, H. R.: The Strain Gage Primer, McGraw-Hill Book Company, Inc. 1962

[9] Hannah, R. L.; Reed, S. E.: Strain Gage Users' Handbook, Chapman & Hall Society for Experimental Mechanics, Inc. 1994

[10] Window, A. L.: Strain Gauge Technology, Measurements Group UK Ltd, Elsevier Science Publishers Ltd 1998

[11] Measurements Group Messtechnik GmbH: Tech-Note (Schriftenreihe)

[12] Measurements Group Messtechnik GmbH: Experimental Stress Analysis Notebook (Schriftenreihe)

[13] Kobayashi, A. S.: Handbook on Experimental Mechanics, Society for Experimental Mechanics 1993

[14] Dally, J. W.; Riley, W. F.: Experimental Stress Analysis, McGraw-Hill, Inc 1991

[15] Rohrbach, C.; Czaika, N.: Deutung des Mechanismus des Dehnungsmessstreifens und seiner wichtigsten Eigenschaften an Hand eines Modells, Materialprüfung 1(1959) Nr. 4, S. 121-131

[16] Hönisch, G.: Untersuchung der Dehnungsübertragung vom Bauteil auf den Messdraht bei statisch belasteten Dehnungsmessstreifen. Dissertation TU Dresden 1963

[17] Hönisch, G.: Der Einfluss der Dehnungsübertragung zwischen Bauteil und Messdraht auf den k Faktor von Dehnungsmessstreifen, Maschinenbautechnik 15 (1966) Heft 2, S. 61-68, Heft 3, S. 133-136

[18] Burbach, J.; Vierling, P.: Experimentelle und theoretische Untersuchungen von Dehnungsmessstreifen (DMS), insbesondere in Bezug auf ihre Querdehnempfindlichkeit, VDI Berichte Nr. 102 (1966), S. 131-136

[19] Perry, C. C.: The Resistance Strain Gage Revisted, Exp. Mech. 24(1984)4, 286-299

[20] Bridgman, P. W.: Theoretical Consideration on the Nature of Metallic Resistance, with Especial Regard to the Pressure Effects, Physical Review, Vol. 9, No. 4, 1917, 269-289

[21] Bridgman, P. W.: The Effect of Tension on the Transverse and Longitudinal Resistance of Metals, Proc. Amer. Acad. of Arts and Sciences 59(1924), 423-449

[22] Bridgman, P. W.: The Effect of Homogeneous Mechanical Stress on the Electrical Resistance of Crystals, Physical Review, Vol. 42, No. 15, 1932, 858-863

[23] Bridgman, P. W.: Effects of Pressure on Binary Alloys, Proc. Amer. Acad. of Arts and Sciences 84 (1957), 131-177

[24] Czerlinsky, E.: Untersuchungen über die Widerstandsänderungen von Drähten durch Zug, Jb. der Dtsch. Luftfahrt-Forschung 1938, Abt. II, 377-380

[25] Kammer, E. W.; Pardue, T. E.: Electrical Resistance Changes of Fine Wires During Elastic and Plastic Strains, Proc. Soc. exp. Stress Analysis 7(1949), 7-20

[26] Jones, E.; Maslen, K. R.: The Physical Characteristics of Wire Resistance Strain Gauges, Aeronautical Research Council Reports and Memoranda No. 2661 (1948), 1-44

[27] Kuczynski, G. C.: Effect of Elastic Strain on the Electrical Resistance of Metals, Physical Review, 94(1954), 61-64

[28] Bertodo, R.: Development of High-temperature Strain Gages, Proc. Inst. Mec. Engrs. 173(1959)23, 605-616

[29] Chen, D. Y.; Gupta, Y. M.; Miles, M. H.: Quasistatic experiments to determine material constants for the piezoresistance foils used in shock wave experiments, J. Appl. Phys. 55(1984)6, 3984-3993

[30] Xing, L.; Yansheng, Z.: The strain sensitivity coefficient of resistance for an FeMnAlCr antiferromagnetic alloy, J. Phys. D: Appl. Phys.29(1996), 511-513

[31] Leydier, P.: Maillechorts et Cupro-Nickels, Revue de Métallurgie, Mai 1972, 380-395

[32] http://www.hpmetals.com/Tech_constantan.htm

[33] Ludwik, P.: Elemente der Technologischen Mechanik, Springer Verlag, Berlin 1909

[34] Dominghaus, H.: Die Kunststoffe und ihre Eigenschaften, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf 1992

[35] Bargel, H. J.; Schulze, G.: Werkstoffkunde, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf 1994

[36] ANSYS User's Manual ©SAS, IP 1995

[37] Walker, C. A.: A Historical Review of Moiré Interferometry, Experimental Mechanics, 282 (1994), Dec., 281-299

[38] Post, D.; Han, B.; Ifju P.: High Sensitivity Moiré, Springer-Verlag New York, Inc. 1994

[39] Han, B.: Recent Advancements of Moiré and Microscopic Moiré Interferometry for Thermal Deformation Analyses of Microelectronics Devices, Exp. Mech. 38(1998)4, 278-28

[40] Simonyi, K.: Theoretische Elektrotechnik, Barth Verlag, Leipzig-Heidelberg 10. Auflage (1993)

[41] American Society for Testing and Materials (ASTM) Designation E251-92: Standard Test Methods for Performance Characteristics of Metallic Bonded Resistance Strain Gages, 1994

[42] Hoffmann, K.: Zum Linearitätsfehler bei Dehnungsmessungen mit Dehnungsmessstreifen im Hochdehnungsbereich, Messtechnische Briefe (Hottinger Baldwin Messtechnik) 12(1976)3, 53-57

[43] Keil, S.: persönliche Mitteilungen am Rande der GESA-Tagung Köln(1994)

[44] Huang, S.; Khan, A. S.: On the Use of Electrical-resistance Metallic Foil Strain Gages for Measuring Large Dynamic Plastic Deformations, Exp. Mech. 31(1991)2, 122-125

[45] Kockelmann, H.; Diem, H.: Untersuchungen zum Linearitätsfehler von Dehnungsmessstreifen im Hochdehnungsbereich und Vergleich mit anderen Messmethoden, VDI Berichte Nr. 679 (1988), 145-160

[46] Andreae, G.: Über das Verhalten von Dehnungsmessstreifen bei großen Dehnungen, Materialprüfung 13(1971)4, 117-123

[47] Rees, D. W. A.: The Behaviour of Post Yield Strain Gauges, Strain 18(1982)1, 28-33

[48] Rees, D. W. A.: The Sensitivity of Strain Gauges when used in the Plastic Range, Intern. J. of Plasticity 2(1986)3, 295-309

[49] Koos, S.; Boehler, J. P.: Les Jauges Grandes Elongations, „Journées Extensometrie“, GAMAC, Editions Ampére Paris, 1990

[50] Krempl, E.: Evaluation of High-elongation Foil Strain Gages For Measuring Cyclic Plastic Strains, Exp. Mech. 8(1968)3, 19-26

[51] Zubin, D.: Theoretical design of calibration beams for strain gauge factor measuring apparatus, Strain 34(1998)8, 99-107

[52] Watson, R. B.; Post D.: Precision Strain Standard by Moiré Interferometry for Straingage Calibration, Exp. Mech. 32(1992)2, 256-261

[53] Thamm, F.; Ludvig, Gy.; Huszár, I.; Szántó I.: Dehnungsmessverfahren, Akademie Verlag, Budapest 1971

[54] Huggenberger, A. U.: Über die Querdehnungsempfindlichkeit von Dehnungsmessstreifen und ihre Beseitigung, in K. Fink: Grundlagen und Anwendung des Dehnungsmessstreifens, Verlag Stahleisen Düsseldorf 1952, S. 60-78

[55] Wieringa, H.: Methode ter bepaling van de dwarsgevoelligheid van rekstrookjes, de ingenieur 73(1961)22, 103-109

[56] Chalmers, G. F.: Electrical Resistance Strain Gauges, in A. L. Window: Strain Gauge Technology, Measurements Group UK Ltd, Elsevier Science Publishers Ltd 1998

[57] Hoffmann, K.: Zur Herstellung moderner Folien-Dehnungsmessstreifen und den dabei gegebenen Korrekturmöglichkeiten für Kriechen und Querempfindlichkeit, Messtechnische Briefe (Hottinger Baldwin Messtechnik) 22(1986)2, 41-46

[58] Stockmann, M.; Naumann, J.: Dehnungsmessstreifen und Verfahren zur Querempfindlichkeitskompensation, Offenlegungsschrift, DPA DE 19826411 A1, 30.12.1999

[59] Haller, M.; Adenstedt, R.: Wiederverwendbare Dehnungsmessstreifen - Aufbau, Eigenschaften, Anwendung, Vortrag zur 16. Sitzung des VDI/VDE GESA Arbeitskreis 2, Stuttgart 1997

Veröffentlichungen und Vorträge des Autors über elektrische Dehnungsmessstreifen

[I] Stockmann, M.: Temperaturselbstkompensation von DMS - ein Praktikumsversuch zur studentischen Ausbildung, Messtechnische Briefe 31 (1995), Heft 1, S. 19-21

[II] Stockmann, M.: Zur Widerstandsänderung von elektrischen Dehnungsmessstreifen im elastischen und plastischen Bereich, 15. Sitzung GESA-AK2, Essen, 20.09.1995

[III] Stockmann, M.; Naumann, J.: Das Verhalten von elektrischen Dehnungsmessstreifen im Hochdehnungsbereich, GAMM-Jahrestagung, Prag (Tschech. Republik), 27.-31. 5. 1996

[IV] Stockmann, M.; Naumann, J.: Das Verhalten von DMS bei großen Dehnungen in Längs- und Querrichtung, GESA-Symposium, Schliersee, 10.-11. 10. 1996

[V] Stockmann, M.: Aufbau und Einsatz eines optischen Querdehnungsaufnehmers, GESA-Symposium, Schliersee, 10.-11. 10. 1996

[VI] Stockmann, M.; Naumann, J.; Bormann, P.; Pelz, F.: Zur Widerstandsänderung von Dehnungsmessstreifen bei großen Deformationen, Materialprüfung 38 (1996) Teil 1: Physikalische Grundlagen Heft 4, S.134-138, Teil 2: Messergebnisse Heft 5, S. 216-219

[VII] Stockmann, M.; Naumann, J.: The Behaviour of Electrical Strain Gages in the High Deformation Range, 17th Symposium on Experimental Mechanics of Solids, Jachranka (Polen) 17.-19. 10. 1996

[VIII] Stockmann, M.; Naumann, J.: Zur Widerstandsänderung von Dehnungsmessstreifen bei großen Dehnungen unter Berücksichtigung der Querrichtung, GAMM-Jahrestagung, Regensburg, 24.-27.03.1997

[IX] Stockmann, M.: Zur experimentellen Analyse der Deformationsübertragung mit dem Verfahren der Mikromoiréinterferometrie, 17. Sitzung GESA-AK2, Berlin, 16.09.1998

[X] Stockmann, M.; Naumann, J: Mikromechanische Analyse der Wirkungsmechanismen elektrischer Dehnungsmessstreifen, GESA-Symposium, Warnemünde, 06.-07.5.1999

[XI] Stockmann, M.: Präzisionsmessungen mit DMS bei großen Dehnungen, Vortrag am Institut für Mechanische Verfahrenstechnik und Mechanik der Universität Karlsruhe, 12.05.1999

[XII] Stockmann, M.; Naumann, J.: The electromechanical behaviour of electric strain gages in the presence of large deformation, 16th Symposium Danubia-Adria, 29.09.-02.10.1999

10 Anlagen

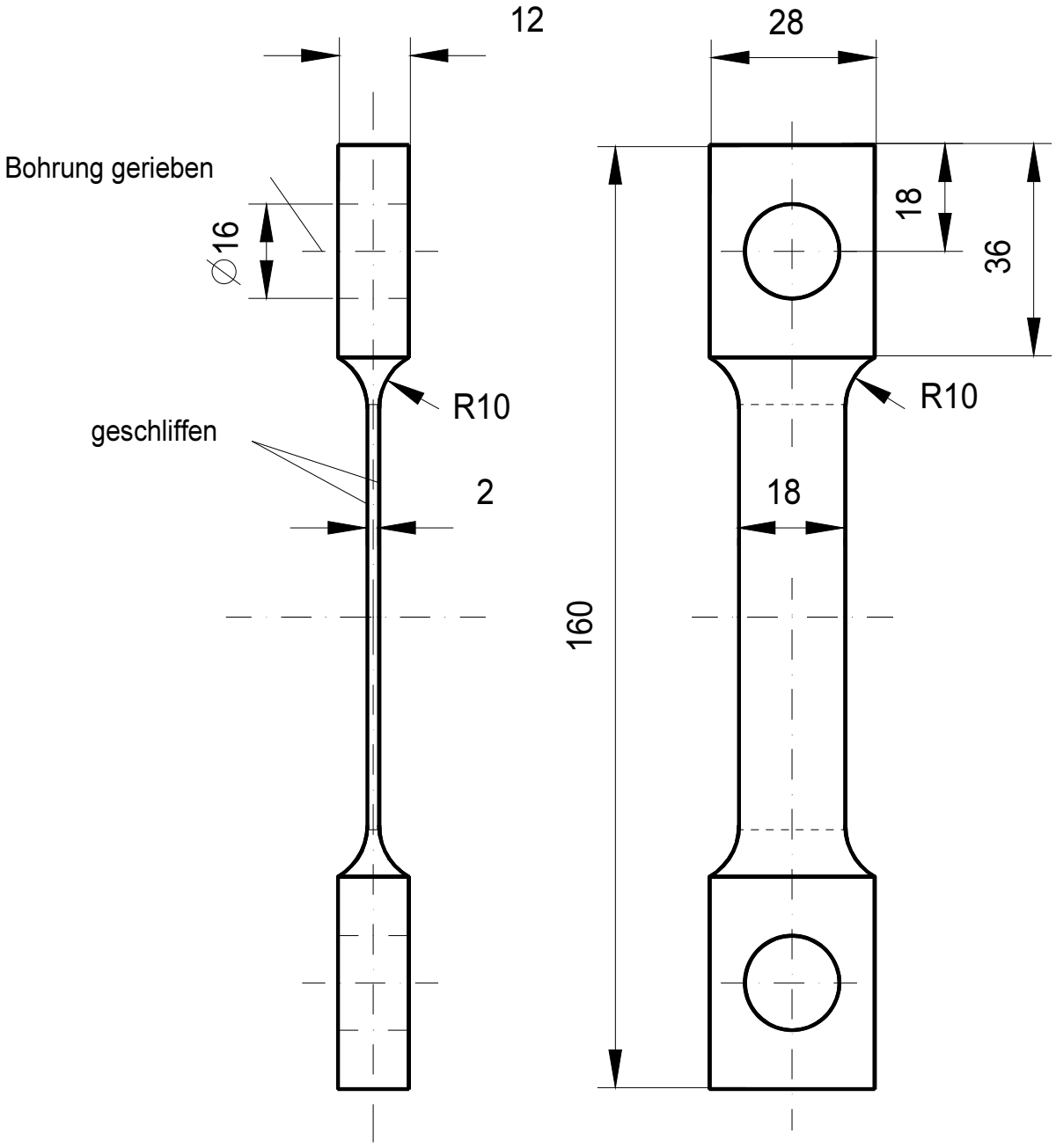


Bild A1: Probestab zur experimentellen Analyse der Dehnungsübertragung bei Folien-DMS Material 42Cr4 (Abschn. 3)

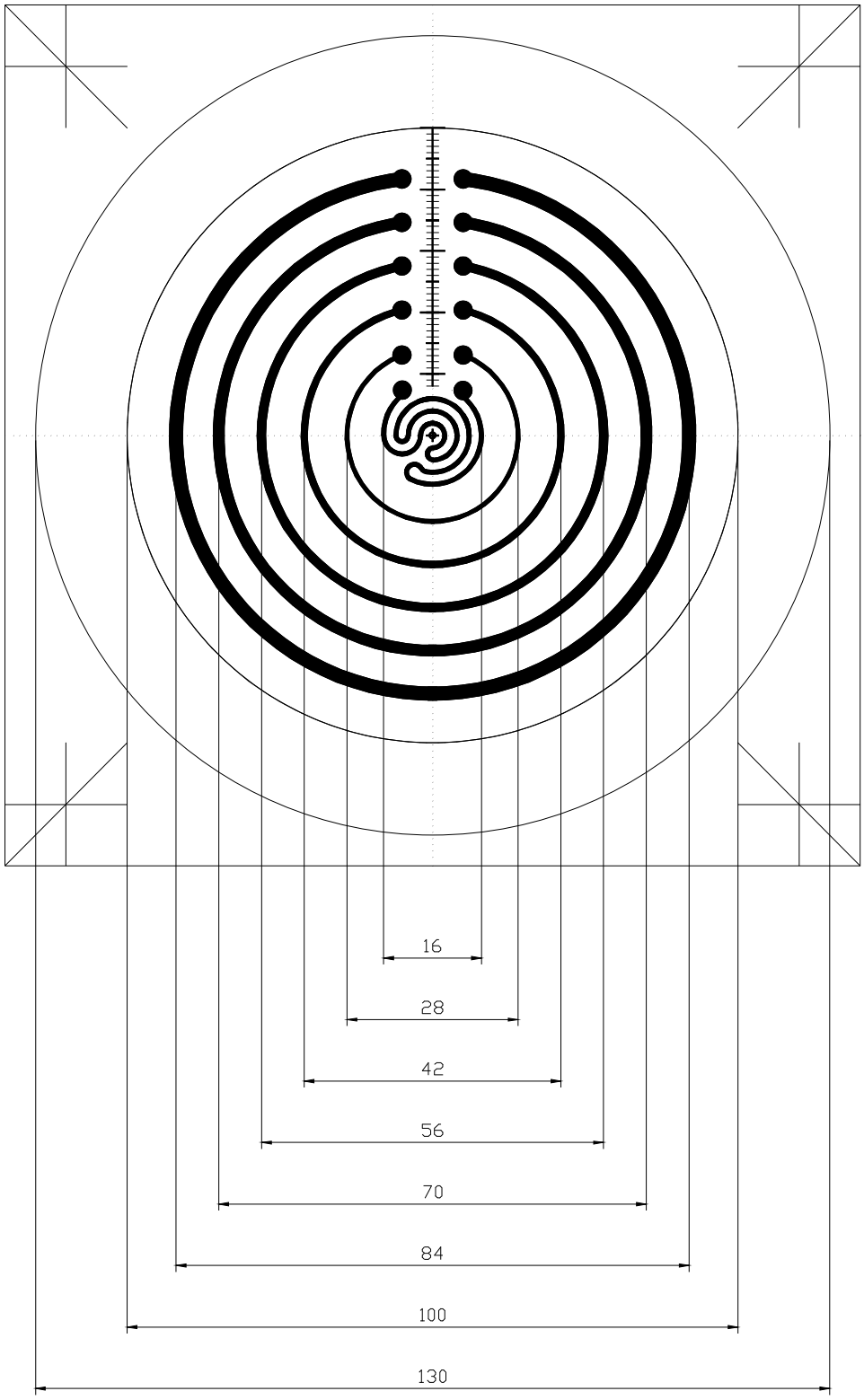


Bild A2: Layout der Leiterzüge auf der Kreisplatte zur Bestimmung der Leitfähigkeitskonstanten (Abschn. 4)

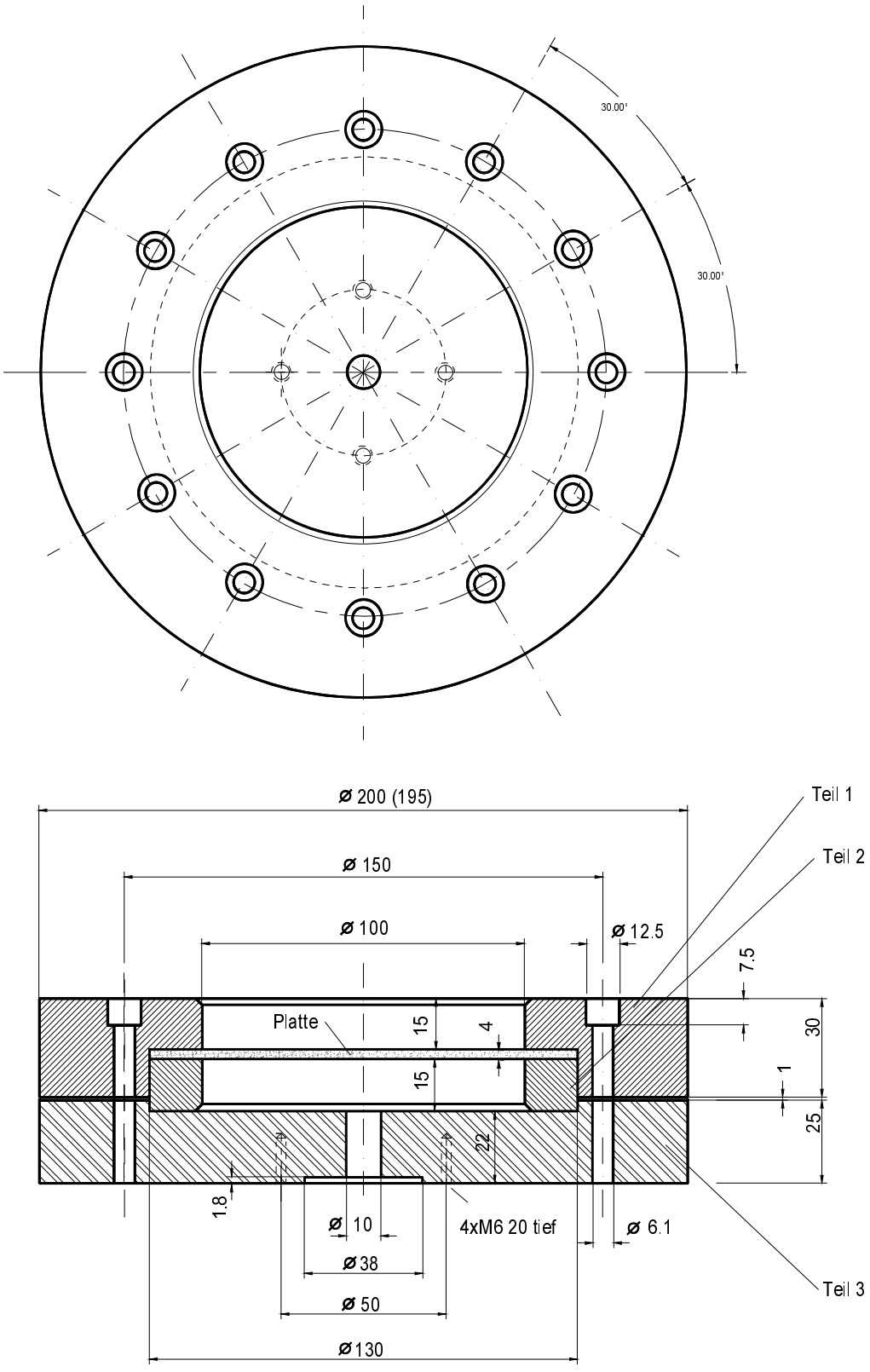


Bild A3: Einspann- und Belastungsvorrichtung der Kreisplatte zur Bestimmung der Leitfähigkeitskonstanten (Abschn. 4)

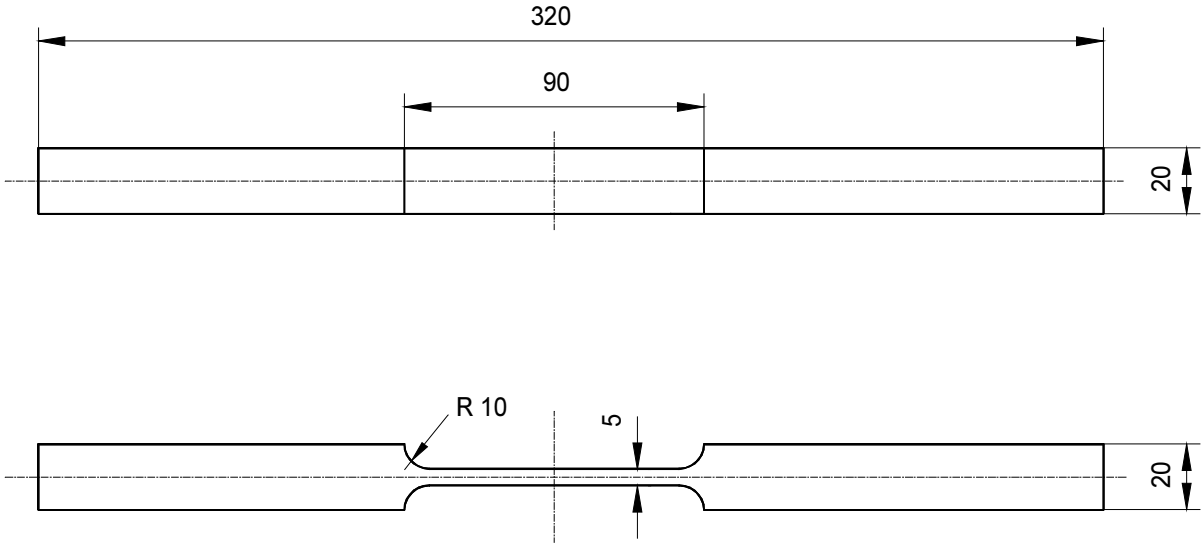


Bild A4: Biegebalken zur experimentellen Analyse des Widerstands-Dehnungs-Verhaltens von Folien-DMS bei großen Dehnungen, Material 42CrMo4 (Abschn. 5)

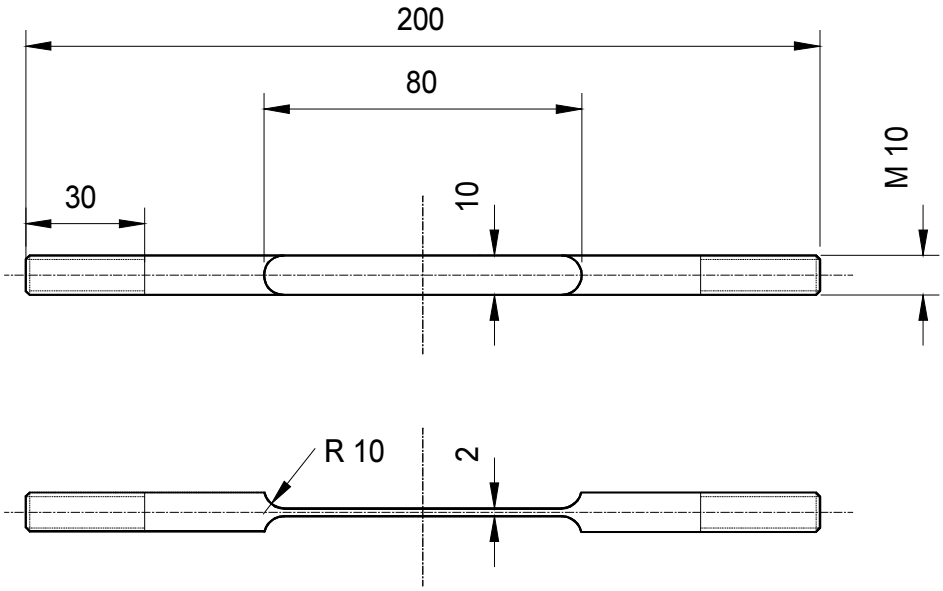


Bild A5: Zugstab zur experimentellen Analyse des Querdehnungsverhaltens von Folien-DMS bei großen Dehnungen, Material 50CrV4 (Abschn. 6)